



بخش آموزش رسانه تفریحی سنتر

کلیک کنید  [www.tafrihicenter.ir/edu](http://www.tafrihicenter.ir/edu)

نمونه سوال  گام به گام 

امتحان نهایی  جزو 

دانلود آزمون های آزمایشی 



## درس ۱۰۵

## یادگاری عدد نویسی و مهارات عددی

## عدد نویسی

در سال گذشته با خواندن و نوشتن اعداد تا طبقه‌ی میلیون آشنا شدید و یاد گرفتید که برای خواندن اعداد آنها را در جدول ارزش مکانی قرار می‌دهیم و یا این که از سمت راست، سه رقم سه رقم جدا می‌کنیم.

عدد چهارصد و سه میلیون و هفتصد و دوازده هزار و نهصد و شصت، را به حروف نوشه و گستردۀی آن را به ۲ صورت بنویسید.

پاسخ:

هزار			هزار			هزار			هزار		
میلیون	صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان
۴	۰	۳	۷	۱	۲	۹	۶	۰	۰	۰	۰

$$4 \times 100000000 + 3 \times 1000000 + 7 \times 100000 + 1 \times 10000 + 2 \times 1000 + 9 \times 100 + 6 \times 10$$

۴ تا صدمیلیون تایی و ۳ تا یکمیلیون تایی و ۷ تا صدهزار تایی و ۱ تا هزار تایی و ۲ تا صد تایی و ۹ تا ده تایی

## تفصیر ارزش مکانی ارقام با ضرب عدد در ۱۰۰، ۱۰۰۰ و ...

هزار			هزار			هزار			هزار		
صدگان	دهگان	یکان									
		۲	۴	۱	۹						
۲	۴	۱	۹	۰	۰						
۲	۴	۱	۹	۰	۰						

اگر عددی را در ۱۰۰، ۱۰۰۰ و ... ضرب کنیم، ارزش مکانی هر رقم به تعداد صفرهای ضرب شده بیشتر می‌شود. مثلاً با ضرب عدد در ۱۰۰ ارزش مکانی هر رقم ۲ مرتبه بیشتر می‌شود. به جدول مقابل توجه کنید:

در مورد عدد ۶۷۴۵۹۱ به سؤالات زیر پاسخ دهید.

آ) رقم ۶ در چه مرتبه‌ای قرار دارد؟ اگر عدد در ۱۰۰۰ ضرب شود، ارزش مکانی این رقم چه خواهد بود؟

ب) اگر این عدد را در ۱۰۰ ضرب کنیم، رقم ۴ چه مرتبه‌ای پیدا می‌کند؟

پاسخ: آ) رقم ۶ در مرتبه‌ی صدگان هزار قرار دارد و داریم:

پس ۶ در مرتبه‌ی صدگان میلیون قرار خواهد گرفت.

رقم ۴ در مرتبه‌ی صدگان هزار قرار می‌گیرد.  $\Rightarrow 67,459,100 = 67,459,100$

(ب)

## مقایسه‌ی اعداد

در مقایسه‌ی دو عدد، عددی که تعداد رقم‌هایش بیشتر است، بزرگ‌تر می‌باشد.

اگر تعداد رقم‌های دو عدد برابر بود، از مرتبه‌ی بزرگ‌تر (رقم‌های سمت چپ) شروع کرده و رقم‌های هم مرتبه را با هم مقایسه می‌کنیم.

$\begin{array}{c} 32421941 \\ > 32411941 \\ \hline 112431125 \end{array}$  رقمهای ۹ با رقمهای ۸ مقایسه می‌کنیم.

نصف ۱۲ میلیون بیشتر است یا ۷ برابر ۸ صدهزار؟

پاسخ: نصف ۱۲ میلیون می‌شود ۶ میلیون و ۷ برابر ۸ صدهزار می‌شود  $= 7 \times 8 = 56$  تا صدهزار یعنی ۵ میلیون و ۶۰۰ هزار، پس نصف ۱۲ میلیون بیشتر است. زیرا:

نصف ۱۲ میلیون  $> 5,600,000$

با رقم های ۲، ۳، ۵ و ۶ عده های دو رقمی بسازید که حاصل جمع، تفریق و ضرب آنها بیشترین مقدار باشد. (بدون تکرار ارقام)

۷ پاسخ برای نوشتن اعداد دو رقمی با این ارقام که بزرگ ترین مجموع بدست بباید، در مرتبه دهگانها بزرگ ترین ارقام و در

$$\begin{array}{r} 53 \\ + 62 \\ \hline 115 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ + 63 \\ \hline 115 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 63 \\ + 53 \\ \hline 115 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 62 \\ + 52 \\ \hline 115 \end{array}$$

برای نوشتن اعداد دو رقمی با این ارقام که حاصل تفریق آنها بزرگ ترین باشد، باید کوچک ترین و بزرگ ترین اعداد دو رقمی ایجاد شده با این رقمها را بنویسیم و از هم کم کنیم، این عدد ۶۵ و ۲۳ هستند، پس:

$$\begin{array}{r} 65 \\ - 23 \\ \hline 42 \end{array}$$

برای نوشتن اعداد دو رقمی با این ارقام که حاصل ضرب آنها بزرگ ترین باشد، در مرتبه دهگان دو عدد بزرگ ترین رقمها (یعنی ۵ و ۶) را قرار می دهیم. از بین رقم های باقی مانده کوچک ترین رقم را برای دهگان بزرگ تر و رقم کوچک بعدی را برای دهگان کوچک تر قرار می دهیم، پس دو عدد ساخته شده ۶۲ و ۵۳ هستند. داریم:

$$62 \times 53 = 3286$$

## حودت حل کن... ب پاسخ کامل

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

۱ عدد شصت میلیون و هفتاد و سه هزار و هشت یک عدد ۷ رقمی است.

۲ رقم صفر در عدد هفتصد و هشت میلیون و دویست و نود و سه هزار و نهصد و سی و دو در مکان دهگان میلیون قرار دارد.

۳ ۵۶ تا صد هزار تایی می شود ۵۶۰ هزار

۴ اگر عدد ۱۳۹۵ را در ۱۰۰۰ ضرب کنیم، کوچک ترین رقم مخالف صفر آن در مرتبه صدگان هزار قرار می گیرد.

جاهای خالی را پر کنید.

۵ ۹ تا صدهزار تایی منهای ۴ تا صدهزار تایی می شود .....

۶ ثلث ۱۲ میلیون به علاوه ربع ۸ میلیون می شود .....

۷ ۶ برابر ۹ تا صدهزار تایی می شود ..... تا یکمیلیون تایی و ..... تا صدهزار تایی.

۸ ۱۵ تا صدهزار تایی منهای ۵ تا صدهزار تایی می شود ..... صدهزار تایی یا ..... میلیون

۹ ۴۰ تا یکمیلیون تایی منهای ۳ تا ده میلیون تایی می شود ..... ده میلیون تایی یا ..... صدهزار تایی

۱۰ ۳۰۰۰۰ تا کمتر از ۱۴ تا ده هزار تایی می شود .....

جاهای خالی را پر کنید.

۱۱ عدد ۳۰۶۰۰۷۰۰ از ..... تا ده میلیون تایی و ۶ تا ..... و ۷ تا ..... ساخته شده است.

۱۲ عدد ۴۹۲۰۰۰۰۰ از ..... تا صدمیلیون تایی و ۹ تا ..... و ۲ تا ..... تشکیل شده است.

۱۳ عدد ۱۳۰۰۰۰۰ از ..... تا ..... تشکیل شده است.

۱۴ عدد ۵۰۰۰۰۰ از ۵۰ تا ..... تشکیل شده است.

۱۵ عدد ۲۷۰۰۰۰۰ از ..... تا صدهزار تایی تشکیل شده است.

در جاهای خالی عده های مناسب بنویسید.

۱۶ تا چک پول ۱۰۰۰۰۰ ریالی می شود ..... ریال

۱۷ تا اسکناس ۵۰۰۰۰ ریالی می شود ..... ریال

۱۸ ..... تا چک پول ۱۰۰۰۰۰ ریالی می شود صد میلیون ریال

۱۹ ..... تا اسکناس ۵۰۰۰۰ ریالی می شود پانزده میلیون ریال

۲۰ اگر عدد ۲۴۸۰۱۶ را در ۱۰۰ ضرب کنیم، ارزش مکانی رقم های ۲ و ۸ چه خواهد شد؟

۲۱ اگر عدد ۱۳۴۲۰ را در ۱۰۰۰ ضرب کنیم، ارزش مکانی رقم های ۱ و ۴ چه خواهد شد؟

۲۲ اگر عدد ۵۴۷ را در ۱۰۰۰۰۰ ضرب شود، ارزش مکانی رقم های ۴، ۷ و ۵ چه خواهد شد؟



۱۸ ۷۶۱۴۳۲۶۰۰ ۷۶۱۴۰۹۹۹۹ ۷۶۱۴۳۲۶۰۰

الگوهای زیر را ادامه دهید.

۱) ۴۰۰۴۴۰۰

۲) ۵۰۰۰۶۰۲

۳) ۵۰۰۰۵۹۳

۴) ۷۶۱۴۳۲۶۰۰

۵) ۷۶۱۴۰۹۹۹۹

۱) ۹۹۹۹۷۰۰, ۹۹۹۹۸۰۰, ۹۹۹۹۹۰۰, , ,

۲) ۱۹۹۷۰۰۰۰, ۱۹۹۸۰۰۰۰, ۱۹۹۹۰۰۰۰, , ,

تقسیم‌های زیر را در دو مرحله انجام دهید.

۱)  $3600000 \div 4000$

۲)  $72000000 \div 90000$

۳)  $12500000 \div 500$

حاصل ضرب‌های زیر را بیابید.

۱)  $72004 \times 150$

۲)  $60000 \times 250$

۳)  $6300 \times 7200$

۴)  $14000 \times 210$

حاصل جمع و تفریق‌های زیر را بیابید.

۱)  $9320000 + 1430000$

۲)  $20000000 - 1300000$

۳)  $50612314 + 109731942$  ۴)  $704932410 - 56763420$

حاصل عبارات زیر را بیابید.

۱)  $(630000 \div 900) \times (420000 \div 120)$

۲)  $(7200000 \div 8000) \div (12000 \div 600)$

در یک کارخانه قیمت یک بسته‌ی ۵۰ تایی از یک محصول چهل و هفت میلیون و چهارصد هزار ریال است. قیمت هر یک واحد از محصولات داخل بسته چند ریال است؟



قیمت یک مدل لپ تاپ ۲۱۰۰۰۰ تومان است. اگر فروشنده هر ماه ۱۵ دستگاه از این مدل لپ تاپ بفروشد، درآمد ماهانه‌ی او از فروش لپ تاپ‌ها چند تومان است؟ او در یک روز از فروش لپ تاپ‌ها چند تومان درآمد داشته است؟ (یک ماه را ۳۰ روز در نظر بگیرید).

## رسانی

### معرض میلیارد

میلیارد			میلیون			هزار		
صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان
۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰
تایکی	تاده	تا	تایکی	تاده	تا	تایکی	تاده	تا
۱۰۰۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰۰۰

به همین ترتیب ۱۰ تا صد میلیون تایی می‌شود یک میلیارد، ۱۰ تا یک میلیارد تایی می‌شود ده میلیارد، ۱۰ تا ده میلیارد تایی می‌شود ۱۰۰ میلیارد هم چنین می‌توانیم بگوییم که ۱۰۰ تا ده میلیون می‌شود یک میلیارد یا ۱۰۰۰ تا یک میلیون می‌شود یک میلیارد

عدد پنجماه و شش میلیارد و چهارصد و بیست میلیون و هفتصد و سی و دو هزار و نهصد و هشتاد و سه، را در جدول ارزش مکانی نوشته و به سوالات پاسخ دهید. آ) عدد را به رقم بنویسید.

ب) ارقام ۵ و ۶ در چه مرتبه‌هایی قرار می‌گیرند؟

میلیارد			میلیون			هزار		
صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان
۵	۶	۴	۲	۰	۷	۳	۲	۹

پاسخ: آ) ۵۶۴۲۰۷۳۲۹۸۳

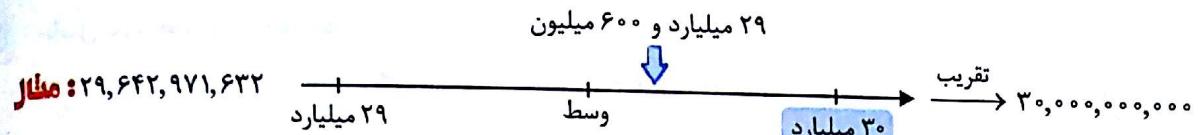
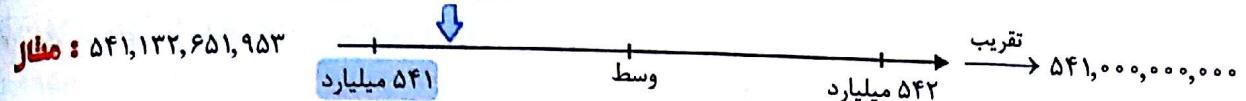
ب) رقم ۵ در مرتبه‌ی دهگان میلیارد و رقم ۶ در مرتبه‌ی یکان میلیارد قرار دارد.

ب) اگر عدد در ۱۰ ضرب شود خواهیم داشت ۵۶۴,۲۰۷,۳۲۹,۸۳۰، پس رقم ۵ در مرتبه‌ی صدگان میلیارد، رقم ۶ در مرتبه‌ی دهگان میلیارد و رقم ۴ در مرتبه‌ی یکان میلیارد قرار می‌گیرند.

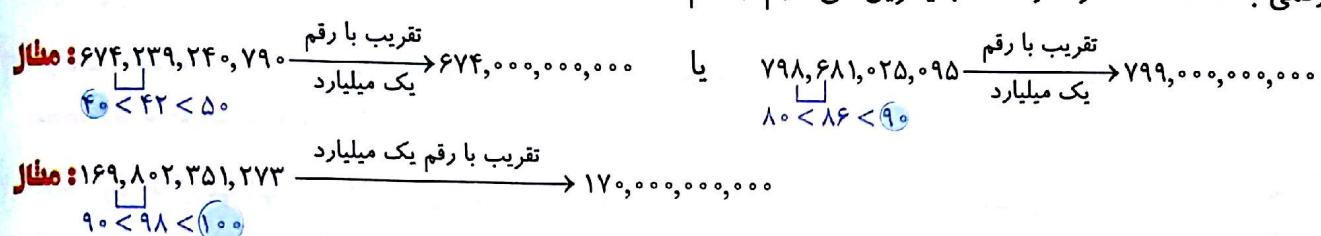
## تقریب با رقم میلیارد

**روتر اول:** برای تقریب یک عدد با رقم یک میلیارد روی محور، ۱ میلیارد ۱ میلیارد جلو می‌رویم و با توجه به رقم صدگان میلیون جای تقریبی عدد را روی محور مشخص می‌کنیم و سپس تقریب عدد را می‌یابیم:

۵۴۱ میلیارد و ۱۰۰ میلیون



**روتر دوم:** برای تقریب یک عدد تا رقم میلیارد، رقم یکان میلیارد و رقم سمت راست آن یعنی صدگان میلیون را در نظر می‌گیریم. مشخص می‌کنیم که این عدد دو رقمی بین کدام اعداد دو رقمی با یکان صفر قرار دارد و به کدام نزدیکتر است. تقریب دو رقمی به دست آمده را در عدد جایگزین می‌کنیم و رقم‌های سمت راست آنها را به صفر تبدیل می‌کنیم.



در مثال بالا چون عدد ۱۰۰ سه رقمی بود، یک واحد به رقم قبل اضافه کردیم.

## جمع و تفریق اعداد بزرگ

برای جمع و تفریق اعداد بزرگ می‌توانیم صفرهای مشترک را در جمع و تفریق در نظر نگیریم.

$$\begin{array}{r} 780\,000\,000 \\ - 452\,000\,000 \\ \hline 328,000,000,000 \end{array}$$

حذف صفرهای مشترک → ۷۸۰ میلیارد - ۴۵۲ میلیارد = ۳۲۸ میلیارد

$$\begin{array}{r} 200\,000\,000 \\ - 342\,000\,000 \\ \hline 1,658,000,000 \end{array}$$

حذف صفرهای مشترک → ۲۰۰ میلیون - ۳۴۲ میلیون = ۱,۶۵۸ میلیون

حاصل جمع و تفریق زیر را با تقریب یک میلیارد بیابید.

ب) ۸۷۲۹۴۲۳۵۱۰۹۷ - ۹۸۹۲۴۳۱۷۹۸

آ) ۶۷۴۹۴۲۷۶۳۹۴۰ + ۳۲۴۲۱۷۶۳۹۲۰

تقریب با رقم یک میلیارد  $675,942,763,940 + 32,421,763,920 = ?$

پاسخ: آ) ✓

۱  
۶۷۵ میلیارد  
 $\Rightarrow + 32$  میلیارد  
 $\hline 707,000,000,000$  حاصل  $\Rightarrow 707,000,000,000$

تقریب با رقم یک میلیارد  $872,942,351,097 - 9,892,431,798 = ?$

ب)

۸۷۲,۹۴۲,۳۵۱,۰۹۷ - ۹,۸۹۲,۴۳۱,۷۹۸  
۸۷۲,۹۴۲,۳۵۱,۰۹۷ - ۹,۸۹۲,۴۳۱,۷۹۸  
۸۷۲ میلیارد  
- ۹ میلیارد  
 $\hline 863,000,000,000$  حاصل  $\Rightarrow 863,000,000,000$

## جمع و تفریق اعداد مرکب

## اعداد مرکب

اعداد مرکب اعدادی هستند که از دو یا چند عدد با واحدهای اندازه‌گیری مختلف تشکیل شده‌اند. مثلاً عدد "۵۰:۴۳'" یعنی ۵ ساعت و ۴۳ دقیقه و ۴۰ ثانیه یک عدد مرکب است.

## جمع و تفریق اعداد مرکب

جمع و تفریق هر یک از اعداد مرکب را با توجه به واحدهایشان انجام می‌دهیم.

## ۱- اعداد مرکب مربوط به ساعت

می‌دانیم که:

$$3600 \text{ ثانیه} = 1 \text{ ساعت}, \quad 60 \text{ دقیقه} = 1 \text{ ساعت}$$

برای این که یک عدد مثلاً ۷۳۰۰ ثانیه را به صورت عدد مرکب بنویسیم از رابطه‌های بالا استفاده می‌کنیم. چون هر ۶۰ ثانیه یک دقیقه است، با تقسیم ۷۳۰۰ به ۶۰ تعداد دقیقه‌ها را پیدا می‌کنیم، با توجه به تقسیم، ۱۲۱ دقیقه داریم و ۴۰ ثانیه باقی می‌ماند.

حالا چون هر ۶۰ دقیقه یک ساعت است با تقسیم ۱۲۱ بر ۶۰ تعداد ساعتها را هم پیدا می‌کنیم، با توجه به تقسیم، ۲ ساعت داریم و ۱ دقیقه باقی می‌ماند.

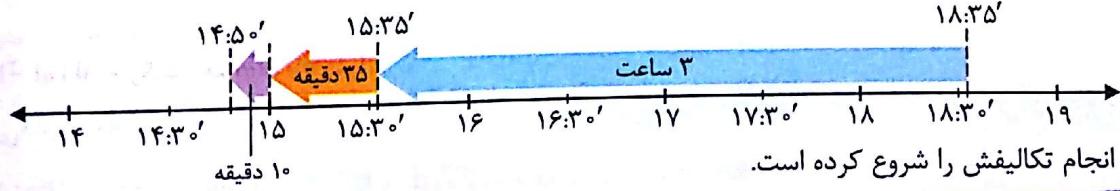
بنابراین می‌توانیم بگوییم که ۷۳۰۰ ثانیه می‌شود ۲ ساعت و ۱ دقیقه و ۴۰ ثانیه.

برای جمع و تفریق اعداد مرکب به ساعت ۲ روش داریم:

**نحوه اول (رسم محور):** با توجه به مسئله محور را با واحدهای ساعت ۱ ساعت یا نیم ساعت نیم ساعت یا ... تقسیم‌بندی می‌کنیم. زمان‌های داده شده در مسئله را روی محور مشخص می‌کنیم. می‌توانیم زمان شروع، پایان و طول زمان انجام کار را روی محور نمایش دهیم.

فاطمه در ساعت ۳۵:۱۸ انجام تکالیف را به پایان رساند. اگر او سه ساعت و چهل و پنج دقیقه برای انجام تکالیف زمان صرف کرده باشد، در چه ساعتی شروع به انجام تکالیف کرده است؟

پس محور را نیم ساعت نیم ساعت تقسیم‌بندی می‌کنیم. ابتدا زمان پایان کار را روی محور نشان می‌دهیم و سپس به‌اندازه زمان صرف شده روی محور به عقب برمی‌گردیم:



پس او در ساعت ۱۴:۵۰ انجام تکالیف را شروع کرده است.

**نحوه دوم:** عدها را طوری زیر هم می‌نویسیم که عدهای با واحد یکسان زیر هم باشند. بعد عدهای مربوط به ثانیه‌ها را با هم، اعداد مربوط به دقیقه‌ها را با هم و اعداد مربوط به ساعتها را با هم جمع یا تفریق می‌کنیم.

اگر در حاصل جمع ثانیه‌ها یا دقیقه‌ها بسته‌های ۶۰ تایی وجود داشت، تعداد بسته‌ها را به ترتیب به دقیقه‌ها و ساعتها اضافه می‌کنیم. در تفریق اگر لازم بود، بسته‌های ۶۰ تایی را از دقیقه به ثانیه یا از ساعت به دقیقه اضافه می‌کنیم.

**مثال:**

$$\begin{array}{r}
 & 2 & 45' & 36'' \\
 + & 4 & 22' & 30'' \\
 \hline
 & 6 & 67' & 66'' \\
 \end{array}$$

مرحله‌ی (۱)  $\rightarrow 67' + 1' = 68'$  (مرحله‌ی (۲)  $\rightarrow 66'' + 30'' = 96''$ ) (مرحله‌ی (۳)  $\rightarrow 96'' = 1:18'$ )

$$\begin{array}{r}
 & 10' \\
 & 5' + 6' = 11' \\
 & 11' - 4' = 7' \\
 \hline
 & 1' \\
 & 53' + 48'' = 53' 48'' \\
 \hline
 & 51'' \\
 \end{array}$$

هر یک از اعداد ۲۴۱۳ ثانیه و ۵۹۳۰ ثانیه را به صورت یک عدد مرکب نمایش داده و حاصل جمع و تفریق آنها را بیابید.

$$\begin{array}{r} 2413 \\ -2400 \\ \hline 13 \end{array} \quad \boxed{45} \quad \begin{array}{r} 60 \\ 98 \\ \hline 60 \end{array} \quad \Rightarrow 40' : 13''$$

پاسخ ۷

$$\begin{array}{r} 5930 \\ -5400 \\ \hline 530 \\ -480 \\ \hline 50 \end{array} \quad \boxed{13} \quad \begin{array}{r} 60 \\ 98 \\ \hline 60 \end{array} \quad \Rightarrow 5930 \text{ ثانیه یعنی } 1 \text{ ساعت و } 38 \text{ دقیقه و } 50 \text{ ثانیه} \Rightarrow 1:38':50''$$

$$\begin{array}{r} 1 \ 38' \ 50'' \\ + \ 40' \ 13'' \\ \hline 1 \ 78' \ 63'' \\ 1 \ 79' \ 3'' \\ - \ 19' \ 3'' \\ \hline 2 \ \end{array} \quad \Rightarrow \text{حاصل جمع}$$

$$\begin{array}{r} 98' \\ -60' \\ \hline 38' \\ 40' \\ \hline 58' \\ -58' \\ \hline 37'' \end{array} \quad \Rightarrow \text{حاصل تفریق}$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{نیمه اول سال} \\ \text{روز} \rightarrow 31 \\ \text{ماه} = 1 \text{ماه} \\ \text{سال} = 12 \text{ماه} \end{array} \right. , \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{نیمه دوم سال} \\ \text{روز} = 365 \\ \text{ماه} = 1 \text{سال} \\ \text{سال} = 30 \text{روز} \end{array} \right.$$

### ۳- اعداد مرکب مربوط به روز، ماه و سال

می‌دانیم که:

برای جمع و تفریق اعداد مرکب مربوط به روز، ماه و سال، مانند مثال زیر عمل می‌کنیم. توجه کنید که هر سال یک بسته‌ی ۱۲ ماهه و هر ماه یک بسته‌ی ۳۰ روزه است.

$$\begin{array}{r} \text{مثال:} \\ \begin{array}{r} \text{سال} \quad \text{ماه} \quad \text{روز} \\ 4 \quad 4 \quad 13 \\ + \quad 1 \quad 10 \quad 25 \\ \hline 5 \quad 14 \quad 38 \end{array} \\ \text{مرحله‌ی (۱)} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \quad 15 \quad 8 \\ - \quad 12 \quad 8 \\ \hline 3 \quad 3 \quad 8 \end{array} \quad \leftarrow (2) \text{ روز} = 1 \text{ماه و } 8 \text{ روز} \text{ مرحله‌ی (۲)}$$

$$\begin{array}{r} 5 \quad 15 \quad 8 \\ - \quad 12 \quad 8 \\ \hline 3 \quad 3 \quad 8 \end{array} \quad \leftarrow (3) \text{ ماه} = 1 \text{سال و } 3 \text{ماه} \text{ مرحله‌ی (۳)}$$

$$\begin{array}{r} \text{سال} \quad \text{ماه} \quad \text{روز} \\ 15 \\ +12 \quad \cancel{+12} \quad \cancel{+30} \\ \hline 1 \quad 10 \quad 25 \\ - \quad 1 \quad 1 \\ \hline 2 \quad 5 \quad 18 \end{array}$$

(توضیح) در این کتاب ماه‌ها را ۳۰ روزه در نظر بگیرید.

### ۴- اعداد مرکب مربوط به طول

می‌دانیم که:

$$1 \text{ میلی‌متر} = 1 \text{ سانتی‌متر} = 1 \text{ متر} , \quad 1000 \text{ سانتی‌متر} = 1 \text{ کیلومتر}$$

در جمع و تفریق عده‌های مربوط به طول هم، عده‌های هم‌واحد را با هم جمع و تفریق می‌کنیم:

$$\text{مثال:} \quad \begin{array}{r} \text{میلی‌متر} \quad \text{سانتی‌متر} \quad \text{متر} \quad \text{کیلومتر} \\ 3 \quad 890 \quad 56 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + \quad 2 \quad 420 \quad 70 \quad 9 \\ \hline 5 \quad 1310 \quad 126 \quad 9 \end{array} \quad \leftarrow (1) \text{ سانتی‌متر} = 1 \text{متر و } 26 \text{ سانتی‌متر} \text{ مرحله‌ی (۲)}$$

$$\begin{array}{r} 5 \quad 1311 \quad 26 \quad 9 \\ - \quad 1000 \quad 26 \quad 9 \\ \hline 311 \quad 26 \quad 9 \end{array} \quad \leftarrow (3) \text{ متر} = 1 \text{کیلومتر و } 311 \text{ متر} \text{ مرحله‌ی (۳)}$$

$$\begin{array}{r} \text{متر} \quad \text{کیلومتر} \\ 3 \quad 1700 \\ +1000 \quad \cancel{+1000} \\ \hline 3 \quad 700 \\ - \quad 800 \\ \hline 900 \end{array}$$

$$900 \text{ متر} \Rightarrow 900$$

(توضیح) دقت کنید که در جمع بالا با هر ۱۰۰ سانتی‌متر یک بسته‌ی ۱ متری و با هر ۱۰۰۰ متر یک بسته‌ی ۱ کیلومتری درست کردیم. در تفریق هم یک بسته‌ی ۱ کیلومتری شامل ۱۰۰۰ متر است.

## ۴۴- اعداد مرکب مربوط به وزن

می‌دانیم که:

$$1\text{ کیلوگرم} = 1000 \text{ گرم}$$

پس در جمع و تفریق این اعداد بسته‌های ۱۰۰۰ تایی را جایه‌جا می‌کنیم:

مطالعه:	کیلوگرم	تن	گرم
	۳	۸۰۰	۱۶۰
+		۲۵۰	۹۸۰
	۳	۱۰۵۰	۱۱۴۰

مرحله‌ی (۱) ←

-	۱۰۵۱	۱۴۰
	۵۱	۱۴۰

مرحله‌ی (۲) ←

-	۱۰۵۱	۱۴۰
	۵۱	۱۴۰

مرحله‌ی (۳) ←

کیلوگرم	گرم
۱۹۹	۱۶۰۰
+ ۱۰۰۰	۲۶۰۰
	- ۱۵۰
	۴۹
	۸۰۰

$$1\text{ گرم} = 1\text{ کیلوگرم و } 140\text{ گرم} \quad \text{مرحله‌ی (۱)}$$

$$1\text{ گرم} = 1\text{ تن و } 51\text{ کیلوگرم} \quad \text{مرحله‌ی (۲)}$$

$$1\text{ گرم} = 1\text{ کیلوگرم} \quad \text{مرحله‌ی (۳)}$$

**توضیح** دقت کنید که در جمع بالا با هر ۱۰۰۰ گرم یک بسته‌ی یک کیلوگرمی و با هر ۱۰۰۰ کیلوگرم یک بسته‌ی یک تنی درست کردیم. در تفریق هم یک بسته‌ی یک کیلوگرمی شامل ۱۰۰۰ گرم است.

## خط و حل آن... ب پاسخ خامل

۴۶

ساعت‌ها یا جاهای خالی مربوط به آن‌ها را کامل کنید.



۱ ثانیه ۲۶۱۰



۲ ثانیه ۴۹۰۵



۳ ثانیه ۵۰۵



۴ ثانیه ۵۴۳۲

$$18:20':40''$$

$$84121$$

$$5:22':35''$$

$$31123$$

۴۷

هر یک از عبارت‌های زیر را به صورت عدد مرکب نمایش دهید.

۱ میلی‌متر ۳۷۱۰

۲ میلی‌متر ۱۱۰۰

۳ میلی‌متر ۸۴۱۲۱

۴ میلی‌متر ۳۱۱۲۳

۴۸

اعداد زیر را با هم مقایسه کنید.

۱ ساعت روز ماه سال

۲ روز ۴۷۰

۳ ثانیه ۹:۱۴':۱۸''

۴ گرم کیلوگرم

۵ ساعت روز ماه سال

۶ روز ۲۱۵۷

۷ گرم ۲۰۱۷

۴۹

چهار عدد بعدی الگوهای زیر را ادامه دهید.

۱ ۲:۰۵', ۲:۳۰', ۲:۵۵', [ ] , [ ] , [ ] , [ ]

۲ ۴:۵۸':۲۰'', ۴:۵۸':۵۰'', ۴:۵۹':۲۰'', [ ] , [ ] , [ ] , [ ]

۳ ۱:۵۳':۳۵'', ۱:۵۵':۴۵'', ۱:۵۷':۵۵'', [ ] , [ ] , [ ] , [ ]

۵۰

جمع و تفریق‌های زیر را انجام دهید.

۱ + ۴ ۲۰' ۳۵''

۲ + ۳ ۴۰' ۱۵''

۳ - ۱۵ ۱۰' ۱۸''

۴ - ۹ ۲۰' ۳۹''

۵۱

حاصل جمع و تفریق‌های زیر را به دست آورید.

۱ ساعت روز ماه سال

۲ + ۸۳ ۹ ۷ ۵

۳ ساعت روز ماه سال

۴ + ۱۴ ۱۰ ۲۷ ۷

۵ ساعت روز ماه سال

۶ - ۷ ۱۱ ۷ ۳

۷ ساعت روز ماه سال

۸ - ۱۳۹۴ ۶ ۹ ۸

۹ - ۱۱ ۹ ۱۵ ۱۰

می دانیم که وقتی عددها یا شکل‌ها با یک نظم خاص پشت سر هم قرار می‌گیرند یک الگو به دست می‌آید. هر عدد یا هر شکل که از داده که نشان می‌دهد حندهای عددهای چندمین شکل الگو است.

در الگویابی سعی می کنیم رابطه‌ی هر عدد را با عدد قبل و یا رابطه‌ی هر عدد با شماره‌ی آن عدد یا شکل پیدا کنیم.



آ) الگوی مقابا، رابطه‌ای بین شماره‌ی شکل‌ها و تعداد دایره‌ها

ووجود دارد؟ شکل ۲۵۰ ام چند دایره‌ی کوچک خواهد داشت؟

6, 8, 12, 18, 26, [yellow box], [purple box], [green box]

ب) در الگوی مقابل، سه عدد بعدی الگو را بنویسید.

شماره‌ی شکل	۱	۲	۳	۴	...
تعداد دایره‌ها	۲	۴	۶	۸	...

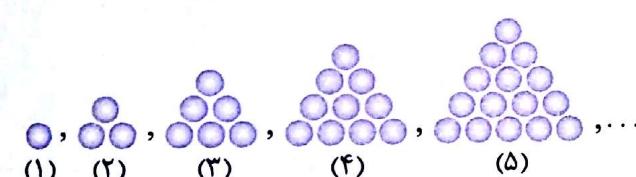
پاسخ: آ) شماره‌ی هر شکل و تعداد دایره‌ها را در یک جدول

من نویسنده با توجه به حدوداً معلوم است که شما و هشکار

د) عدد ۲ ضرب شده است تا تعداد داروهای آن به دست بیاید.

س . شکا ،  $25^{\circ}$  آم، به تعداد  $500 \times 2 = 1000$  دارای داده.

(c)



آ) در الگوی مقابل، چه رابطه‌ای بین شماره‌ی شکل‌ها و تعداد

دایره‌های هر شکل وجود دارد؟

ب) شکل دهم این الگو چند دایره خواهد داشت؟

۶- سخ: آ) اگر اعداد الگو را در جدول بنویسیم، داریم:

شماره‌ی شکل	۱	۲	۳	۴	۵
تعداد دایره‌ها (عدد الكو)	۱	۳	۶	۱۰	۱۵
الگو	$1 \times (1+1) \div 2$	$2 \times (2+1) \div 2$	$3 \times (3+1) \div 2$	$4 \times (4+1) \div 2$	$5 \times (5+1) \div 2$

با توجه به جدول، برای پیدا کردن تعداد دایره‌ها در هر شکل از الگو، کافی است از رابطه‌ی زیر استفاده کنیم:

$$2 \div (1 + \text{شمارهی شکا}) \times (\text{شما} \cdot 5, \text{شکا})$$

$$= 10 \times (10+1) \div 2 = 10 \times 11 \div 2 = 110 \div 2 = 55$$

(c)

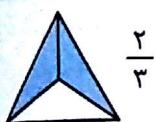
## کسر

## درس ۱۵

کرها بزرگتر از واحد و عدد مخلوط

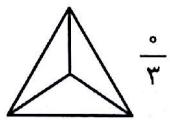
## ۳- کسر کوچک‌تر از واحد:

کسری است که صورت آن از مخرج کوچک‌تر است.



$\frac{2}{3}$

مانند:

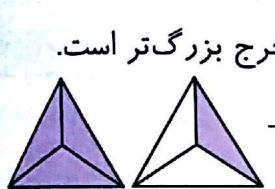


$\frac{1}{3}$

## انواع کسر

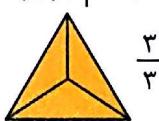
## ۱- کسر برابر صفر:

کسری است که صورت آن صفر است.



$\frac{3}{3}$

مانند:



$\frac{3}{3}$

مانند:

## ۲- کسر برابر با واحد:

کسری است که صورت و مخرج آن با هم برابر هستند.

$\frac{4}{4} = \frac{3}{3} = \dots, \frac{10}{10} = 1$

فالته هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت یک کسر نوشت:

## اعداد مخلوط

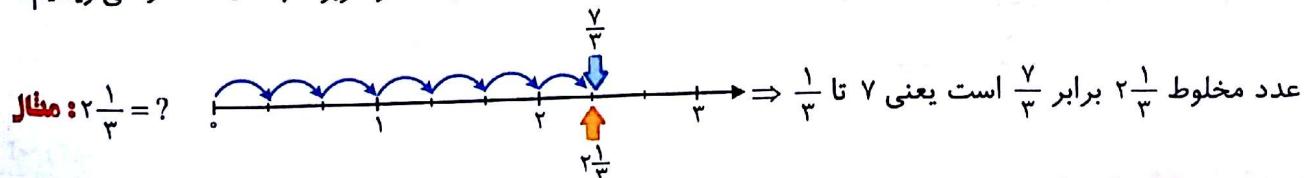
اعدادی مانند  $\frac{1}{2}, \frac{4}{5}, \frac{5}{5}, \dots$  را اعداد مخلوط می‌گوییم. هر عدد مخلوط از

یک قسمت صحیح و یک قسمت کسری تشکیل شده است:

## نهایش عدد مخلوط و تبدیل عدد مخلوط به کسر بزرگ‌تر از واحد

هر عدد مخلوط را می‌توان به صورت یک کسر بزرگ‌تر از واحد نوشت:

بوتر اول (رسم محور): عدد مخلوط را روی محور اعداد مشخص می‌کنیم. سپس به کمک محور، کسر مربوط به آن نقطه را می‌نویسیم:



بوتر دوم (رسم شکل): ابتدا شکل مربوط به عدد مخلوط را رسم کرده و سپس کسر مربوط به آن شکل را می‌نویسیم:

$\frac{2}{5} = ? \quad \text{تا } \frac{1}{5} \text{ می‌شود } \frac{15}{5} \Rightarrow 15 \text{ تا } \frac{1}{5} \text{ می‌شود } \frac{1}{5}$

$\frac{1}{5} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{5} \quad \Rightarrow \text{تا } \frac{1}{5} \text{ می‌شود } \frac{2}{5}$

پس ۱۷ تا  $\frac{1}{5}$  داریم که می‌شود  $\frac{17}{5}$ 

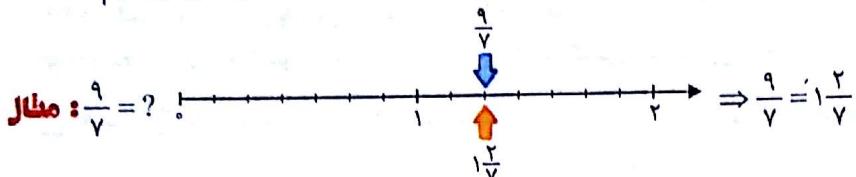
بوتر سوم (روش محاسبه): برای تبدیل عدد مخلوط به کسر، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{3 \times 4 = 12}{12 + 1 = 13} \Rightarrow \frac{13}{4}$

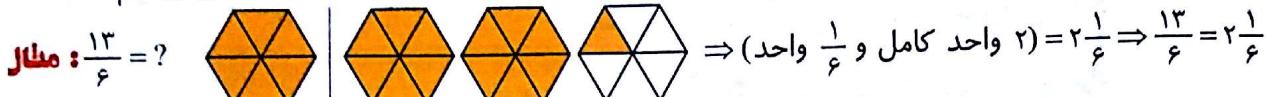
$$\left( \frac{1}{4} \right)_+ = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{4}{4} + \frac{1}{4}}{\frac{4}{4}} = \frac{13}{4} \Rightarrow \left( \frac{1}{4} \right)_+ = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{4}{4} + \frac{1}{4}}{\frac{4}{4}}$$

## تبدیل کسر بزرگتر از واحد به عدد مخلوط

**روتر اول (رسم محور):** ابتدا کسر را روی محور نمایش می‌دهیم و سپس عدد مخلوط آن را از روی محور می‌نویسیم:



**روتر دوم (رسم شکل):** ابتدا شکل مربوط به کسر را رسم کرده و سپس عدد مخلوط را با توجه به شکل می‌نویسیم:



**روتر سوم ( تقسیم):** صورت کسر را بر مخرج تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{25}{9} = ? \quad \begin{array}{l} \text{مخرج} \\ \text{قسمت صحیح} \\ \text{صورت} \end{array}$$

$$\frac{25}{9} = 2 \frac{7}{9}$$

**روتر چهارم (تفکیک صورت کسر):** صورت کسر را به صورت جمع دو عدد می‌نویسیم به طوری که یکی از این دو عدد

$$\frac{31}{3} = ? \Rightarrow \frac{31}{3} = \frac{30+1}{3} = \frac{\cancel{3}}{\cancel{3}} + \frac{1}{3} = 10 + \frac{1}{3} = 10 \frac{1}{3}$$

مضرب مخرج باشد:

هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت یک عدد مخلوط نوشت:

هر کسر کوچکتر از واحد را هم می‌توان به صورت یک عدد مخلوط نوشت:

## مقایسه کسرها

در مقایسه کسرها سه نکته‌ی زیر را یادآوری می‌کنیم:

**نکته ۱)** اگر دو کسر مخرج‌های برابر داشته باشند، کسری بزرگتر است که صورت آن بزرگتر باشد. مثلاً  $\frac{7}{8} > \frac{5}{8}$

**نکته ۲)** اگر صورت دو کسر برابر باشد، کسری که مخرج کوچکتری دارد، بزرگتر است. مثلاً  $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$

**نکته ۳)** اگر صورت کسر از نصف مخرج بزرگتر باشد، کسر از عدد  $\frac{1}{2}$  بزرگتر است. مثلاً  $\frac{3}{4}$  از  $\frac{1}{2}$  بزرگتر است چون عدد 3 از نصف

مخرج یعنی  $2 = 4 + 2$  بزرگتر است. همچنین  $\frac{3}{10}$  از  $\frac{1}{2}$  کوچکتر است چون عدد 3 از نصف مخرج یعنی 5 است. پس:

$$\frac{3}{10} < \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2} < \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{3}{10} < \frac{3}{4}$$

## مقایسه اعداد مخلوط

**روتر اول:** اعداد مخلوط را به کسر تبدیل می‌کنیم و کسرهای به دست آمده را مقایسه می‌کنیم.

**روتر دوم:** ابتدا قسمت صحیح اعداد مخلوط را مقایسه می‌کنیم. مثلاً  $\frac{3}{7} > \frac{6}{7}$

اگر قسمت صحیح اعداد برابر بودند، قسمت کسری آنها را مقایسه می‌کنیم. مثلاً  $\frac{4}{7} > \frac{2}{7}$

کسرها و اعداد مخلوط زیر را مقایسه کنید.

(۱)  $\frac{4}{8}, \frac{3}{8}$

(ب)  $\frac{3}{9}, \frac{3}{19}$

(پ)  $\frac{3}{4}, \frac{3}{4}$

(ت)  $2\frac{1}{4}, 2\frac{1}{7}$

پاسخ: آ) مخرج‌ها برابرند، پس:  $\frac{4}{8} < \frac{3}{8}$

ب) صورت‌ها برابرند، پس:  $\frac{3}{9} > \frac{3}{19}$

پاسخ:  $\frac{4}{8} > \frac{3}{8}$

پاسخ: ت) قسمت‌های صفر ابرند، پس قسمت کسری را مقایسه می‌کنیم:

$$2\frac{1}{7} < 2\frac{1}{4} \rightarrow 2\frac{1}{7} < 2\frac{1}{4}$$

## جمع و تفریق کسرهای با مخرج نابرابر و عددهای مطلق

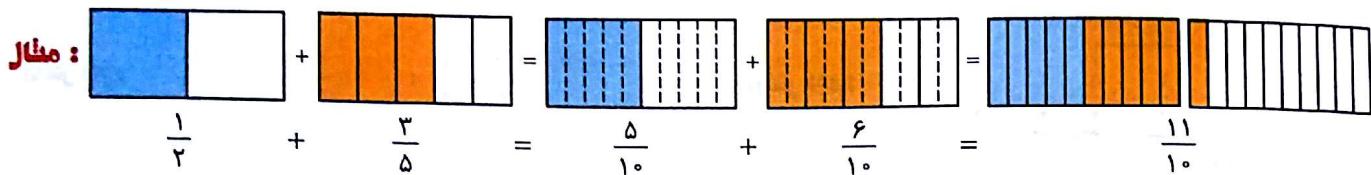
### جمع و تفریق کسرهای با مخرج نابرابر

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = ? \quad : \text{مطالعه}$$

در سال گذشته جمع و تفریق کسرهایی که مخرج برابر دارند را یاد گرفتیم:

برای جمع و تفریق کسرهایی که مخرج آنها برابر نیست، ابتدا باید مخرج های برابر ایجاد کنیم. به روش های زیر دقت کنید.

**روتر اول (رسم شکل):** یک واحد در نظر گرفته، شکل مربوط به هر کسر را رسم می کنیم، با رسم خطوط لازم، در هر دو شکل قسمت های مساوی ایجاد می کنیم بعد حاصل را می یابیم:



**روتر دوم (محاسبه):** در این روش هم، ابتدا باید مخرج های مساوی ایجاد مخرج مساوی ضرب کردن صورت و مخرج هر کسر، در مخرج کسر دیگر است.

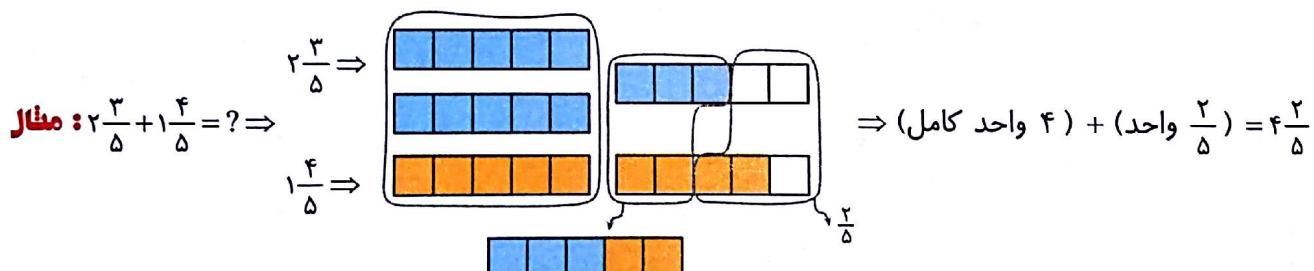
$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = ? \Rightarrow \frac{1 \times 7}{2 \times 7} + \frac{3 \times 2}{7 \times 2} = \frac{7}{14} + \frac{6}{14} = \frac{13}{14}$

برای محاسبه تفریق هم، ابتدا مخرج های مساوی ایجاد می کنیم و سپس صورت ها را از هم کم می کنیم.

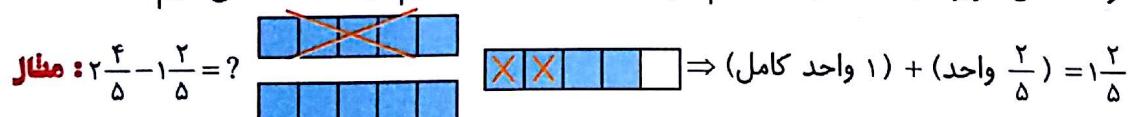
$$\frac{1}{2} - \frac{1}{5} = ? \quad : \text{مطالعه}$$

### جمع و تفریق اعداد مخلوط

**روتر اول (رسم شکل):** برای جمع دو عدد مخلوط، شکل مربوط به هر عدد را کشیده و حاصل را از روی شکل می نویسیم:

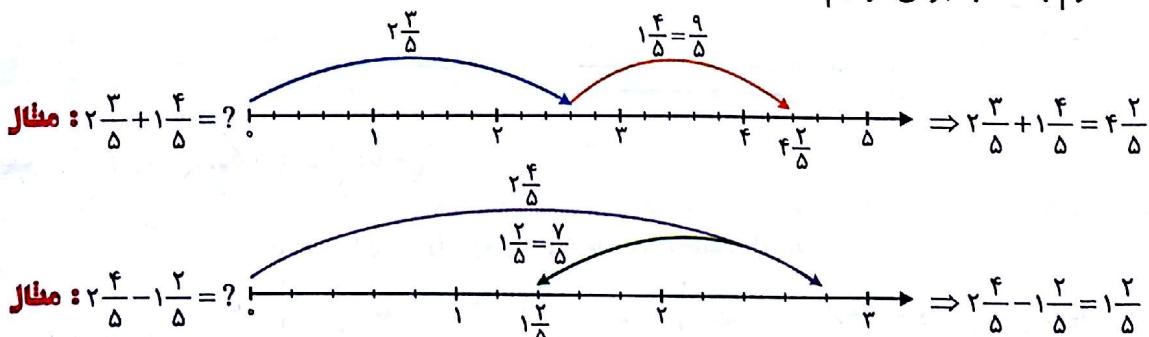


برای تفریق دو عدد مخلوط، شکل مربوط به عدد اول را رسم کرده و به اندازهی عدد دوم از آن حذف می کنیم:



**روتر دوم (رسم محور):** ابتدا به اندازهی عدد اول روی محور جلو می رویم و سپس در جمع به اندازهی عدد دوم جلو رفته و

در تفریق به اندازهی عدد دوم به عقب بر می گردیم:



**روتر سوم (محاسبه - تبدیل به کسر):** اعداد مخلوط را به کسر تبدیل کرده و جمع و تفریق را انجام می دهیم، اگر لازم شد

$$\frac{27}{7} - \frac{11}{7} = \frac{16}{7} = 2\frac{2}{7} \quad : \text{مطالعه}$$

حاصل را دوباره به صورت عدد مخلوط می نویسیم:

**روتیر چهارم (محاسبه):** قسمت‌های صحیح را با هم و قسمت‌های کسری را، با هم جمع و تفریق می‌کنیم:

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{4}{7} + \frac{6}{7} = \frac{10}{7} = 5 + \frac{3}{7} = 6 \frac{3}{7}$$

گاهی اوقات در تفریق دو عدد مخلوط ممکن است که قسمت کسری عدد دوم بزرگتر باشد (مانند  $\frac{3}{4} - \frac{1}{3}$ )، در این صورت برای محاسبه‌ی تفریق بهتر است اعداد مخلوط را به کسر تبدیل کنیم و بعد تفریق را انجام دهیم.

$$\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = 2 \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = ?$$

به اندازه‌ی مخرج اضافه می‌شود

$$\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = 1 \frac{1}{4}$$

یک واحد کم می‌شود

**روتیر ۲۹:**

$$\frac{3}{4} - 1 \frac{3}{4} = \frac{13}{4} - \frac{7}{4} = \frac{6}{4} = 1 \frac{2}{4}$$

**روتیر ۱۰:**



به شکل این تفریق توجه کنید:

برای جمع و تفریق اعداد مخلوطی که مخرج آن‌ها با هم متفاوت است، قسمت‌های کسری را با هم جمع یا از هم کم می‌کنیم و در قسمت کسری مخرج‌های برابر می‌سازیم و سپس عمل جمع یا تفریق را انجام می‌دهیم.

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{3} : \text{مثلاً} = \frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{1}{5} \times 3 + \frac{1}{3} \times 5 = \frac{3}{15} + \frac{5}{15} = \frac{8}{15}$$

حاصل جمع و تفریق‌های زیر را به دست آورید.

$$1) \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

$$2) \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$$

$$3) \frac{4}{5} + \frac{3}{7}$$

$$4) \frac{2}{5} - 1 \frac{3}{5}$$

پاسخ:

$$1) \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times 3 - \frac{1}{3} \times 2 = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$2) \frac{1}{4} \times 5 + \frac{1}{5} \times 4 = \frac{5}{20} + \frac{4}{20} = \frac{9}{20}$$

$$3) \frac{4}{5} + \frac{3}{7} = \frac{4}{5} \times 7 + \frac{3}{7} \times 5 = \frac{28}{35} + \frac{15}{35} = \frac{43}{35} = 1 \frac{8}{35}$$

$$4) \frac{2}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} - \frac{3}{5}$$

به اندازه‌ی مخرج اضافه می‌شود

$$\frac{2}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} - \frac{3}{5} = \frac{7}{5} - \frac{3}{5} = 2 \frac{4}{5}$$

$$\text{روش اول: } \frac{2}{5} - 1 \frac{3}{5} = \frac{22}{5} - \frac{8}{5} = \frac{14}{5} = 2 \frac{4}{5}$$

یک واحد کم می‌شود

## حدودت حل کن... پاسخ کامل

۱۱) حاصل جمع و تفریق‌های کسرهای زیر را با روش خواسته شده به دست آورید.

$$(رسم شکل) \frac{2}{5} + \frac{1}{2}$$

$$1) \frac{3}{7} + \frac{2}{7} \quad (\text{رسم شکل})$$

$$2) \frac{5}{6} - \frac{1}{6} \quad (\text{رسم محور})$$

$$3) \frac{3}{4} + \frac{2}{3} \quad (\text{رسم شکل})$$

۱۲) حاصل جمع و تفریق کسرهای زیر را محاسبه کنید.

$$4) \frac{6}{7} - \frac{1}{3}$$

$$5) \frac{2}{7} + \frac{2}{7} - \frac{1}{7}$$

$$6) \frac{3}{8} + \frac{4}{5}$$

$$7) \frac{1}{4} + \frac{2}{7}$$

$$8) \frac{7}{11} - \frac{1}{4}$$

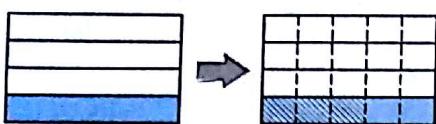
$$9) 5 - \frac{1}{4}$$

$$10) \frac{7}{8} + \frac{2}{3} - \frac{3}{5}$$

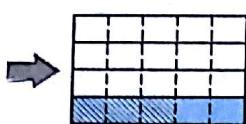


## ضرب دو کسر

**روتیر اول (رسم شکل):** ابتدا شکل مربوط به یکی از کسرها را رسم می‌کنیم. مثلاً برای محاسبه  $\frac{1}{4} \times \frac{3}{5}$  شکل مربوط به  $\frac{1}{4}$



$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{4} \times \frac{3}{5}$$

را رسم می‌کنیم. سپس هر یکی از قسمت‌های شکل را با توجه به مخرج کسر دیگر (یعنی ۵) یک بار دیگر تقسیم می‌کنیم. می‌خواهیم  $\frac{3}{5}$  از  $\frac{1}{4}$  را محاسبه کنیم پس فقط قسمت رنگ شده از شکل قبل (یعنی  $\frac{1}{4}$  کسر) را در نظر می‌گیریم و  $\frac{3}{5}$  آن را پیدا می‌کنیم و هاشور می‌زنیم:

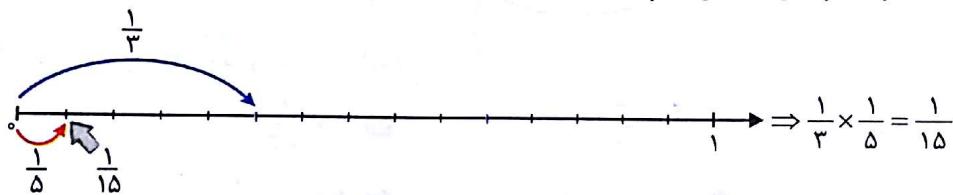
برای پیدا کردن حاصل ضرب، کل شکل را در نظر گرفته و کسر مربوط به قسمت هاشورزده را می‌نویسیم، پس با توجه

$$\frac{1}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{20}$$

به شکل بالا داریم:

**روتیر دوم (رسم محور):** ابتدا به اندازه‌ی یکی از کسرها روی محور جلو می‌رویم. مثلاً برای محاسبه  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{5}$  باید  $\frac{1}{5}$  از  $\frac{1}{3}$  را

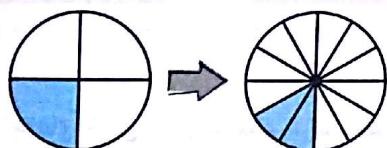
پیدا کنیم. پس به اندازه‌ی  $\frac{1}{3}$  روی محور جلو می‌رویم. سپس این فاصله (یعنی فاصله  $\frac{1}{3}$ ) را با توجه به مخرج کسر دیگر به قسمت‌های مساوی تقسیم می‌کنیم و این بار به اندازه‌ی کسر  $\frac{1}{5}$  روی محور جلو می‌رویم. کسر مربوط به نقطه‌ی انتهایی، حاصل ضرب موردنظر است. دقت کنید که برای نوشتن حاصل ضرب، فاصله‌ی ۰ تا ۱ را به قسمت‌های مساوی تقسیم کنید.



**روتیر سوم (محاسبه):** برای ضرب کسرها در هم، کافی است صورت‌های آنها را در هم و مخرج‌ها را در هم ضرب کنیم.

$$\frac{3}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{3 \times 4}{5 \times 7} = \frac{12}{35} \quad \text{یا} \quad \frac{5}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{5 \times 3}{7 \times 6} = \frac{15}{42} = \frac{5}{14} : \text{مثال}$$

(آ) برای شکل مقابل یک ضرب بنویسید.



$$\frac{6}{7} \times \frac{4}{5} = \frac{\square}{\circlearrowleft}, \quad \frac{\square}{\circlearrowleft} \times \frac{4}{5} = \frac{28}{39}$$

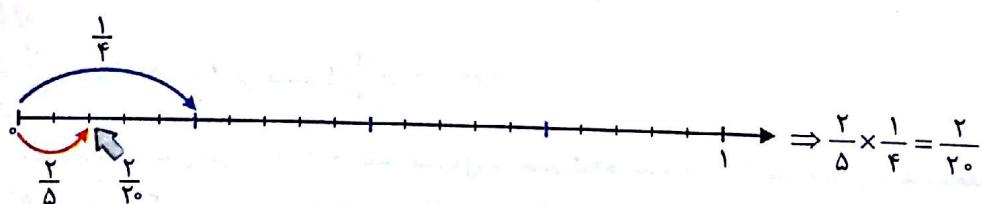
(ب) حاصل  $\frac{1}{4} \times \frac{2}{5}$  را به کمک محور بیابید.

(پ) جاهای خالی را پر کنید:

(پ) سعف: آ) شکل اول کسر  $\frac{1}{4}$  را نشان می‌دهد و از طرفی در شکل دوم هر قسمت از شکل قبل به ۳ قسمت تقسیم شده است،

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{12}$$

پس مخرج کسر دوم ۲ است و چون ۲ قسمت رنگ شده، پس کسر دوم  $\frac{2}{3}$  می‌باشد. پس:



(ب)

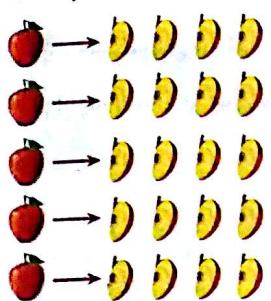
$$\frac{6}{7} \times \frac{4}{5} = \frac{6 \times 4}{7 \times 5} = \frac{24}{35}, \quad \frac{\square}{\circlearrowleft} \times \frac{4}{5} = \frac{\square \times 4}{\circlearrowleft \times 5} = \frac{28}{39} \Rightarrow \square = 7, \circlearrowleft = 13$$

(پ)

## تبديل تقسیم به ضرب و نوشتن کسر از روی تقسیم

هر تقسیم را می‌توانیم به صورت یک کسر یا یک ضرب بنویسیم. مثلاً وقتی می‌خواهیم ۵ سیب را بین ۴ نفر تقسیم کنیم، دو روش وجود دارد:

**روتر اول:** به هر یک از ۴ نفر یک سیب می‌دهیم و سیب پنجم را ۴ قسمت کرده و به هر نفر  $\frac{1}{4}$  سیب دیگر می‌دهیم، پس سهم هر نفر  $\frac{1}{4}$  سیب خواهد بود.



$$\square \div \circleddash = \square \times \frac{1}{\circleddash} = \frac{\square}{\circleddash}$$

**روتر دوم:** هر یک از سیب‌ها را ۴ قسمت می‌کنیم و به هر یک از افراد  $\frac{1}{4}$  از هر سیب می‌رسد و چون ۵ سیب داریم، به هر نفر  $5 \times \frac{1}{4}$  یعنی  $\frac{5}{4}$  سیب خواهد رسید. پس:

$$5 \div 4 = 5 \times \frac{1}{4} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

**نتیجه:** هر تقسیم را می‌توان به صورت مقابله شکل یک کسر یا یک ضرب نوشت:

در واقع برای تبدیل تقسیم به ضرب و محاسبه حاصل تقسیم کافی است عدد اول را در معکوس عدد دوم ضرب کنیم:

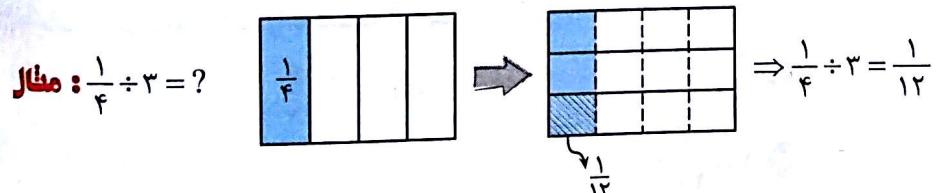
$$3 \div 2 = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} \quad 4 \div 16 = 4 \times \frac{1}{16} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

**توجه:** اگر جای صورت و مخرج یک کسر را عوض کنیم، معکوس آن کسر به دست می‌آید. مثلاً معکوس  $\frac{2}{3}$  برابر است با  $\frac{3}{2}$  یا معکوس ۴ برابر است با  $\frac{1}{4}$  (زیرا  $\frac{1}{4} \times 4 = 1$  پس معکوس آن  $\frac{1}{4}$  است).

## تقسیم یک کسر بر یک عدد طبیعی

برای تقسیم یک کسر بر یک عدد طبیعی مانند  $\frac{1}{4} \div 3$  به یکی از دو روش زیر عمل می‌کنیم:

**روتر اول (رسم شکل):** ابتدا شکل مربوط به کسر را رسم می‌کنیم. با توجه به عدد داده شده هر قسمت را به قسمت‌های مساوی تقسیم می‌کنیم. یک قسمت را با رنگ دیگر و یا هاشور مشخص می‌کنیم و کسر مربوط به آن را می‌نویسیم.



**روتر دوم (محاسبه):** برای تقسیم یک کسر بر یک عدد، کافی است کسر را در معکوس عدد دوم ضرب کنیم:

$$\frac{1}{4} \div 3 = ? \quad \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12} \quad \text{مثلاً}$$

## تقسیم یک عدد طبیعی بر یک کسر

برای تقسیم یک عدد بر یک کسر مانند  $3 \div \frac{1}{2}$  به یکی از دو روش زیر عمل می‌کنیم:

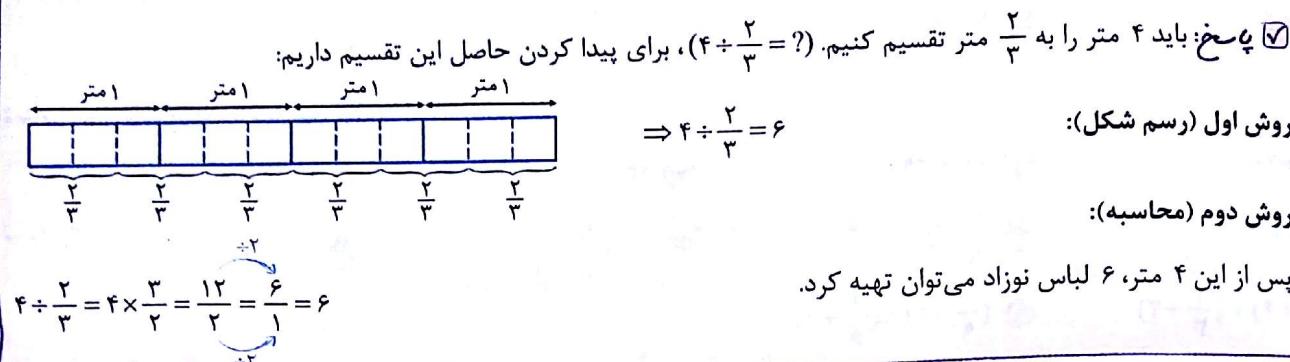
**روتر اول (رسم شکل):** ابتدا شکل مربوط به عدد را که در اینجا ۳ واحد کامل است رسم می‌کنیم، کافی است هر یک از واحدها را با توجه به مخرج کسر تقسیم کنیم، باید پیدا کنیم که چند تا  $\frac{1}{2}$  در عدد ۳ وجود دارد:

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \Rightarrow 3 \div \frac{1}{2} = 6$$

**روتر دوم (محاسبه):** کافی است عدد را در معکوس کسر دوم ضرب کنیم:

$$3 \div \frac{1}{2} = 3 \times \frac{2}{1} = 6 \quad \frac{1}{5} \div \frac{1}{10} = 5 \times \frac{1}{10} = 5 \times 1 = 50 \quad \text{مثلاً}$$

برای تهیهٔ یک لباس نوزاد  $\frac{2}{3}$  متر پارچه لازم است. اگر ۴ متر پارچه در اختیار داشته باشیم، چند لباس نوزاد می‌توانیم تهیه کنیم؟ به دو روش به این سؤال پاسخ دهید.



## حدوت حل کن... ۶ پاسخ کامل

جاهاي خالي را با عدد يا کلمه‌ی مناسب پر کنيد.

۵۰ در تقسیم دو کسر، کسر اول را در ..... ضرب می‌کنیم.  $\frac{1}{2} \div 5$  یعنی باید حساب کنیم در عدد ..... چند تا ..... هست.

حاصل ضرب هر عدد در معکوس آن عدد مساوی است با ..... .

۵۱ حاصل تقسیم‌های زیر را به کمک شکل به دست آورید.

۴ ÷ ۵

$\frac{1}{3} \div 2$

$2 \div \frac{1}{4}$

$6 \div \frac{2}{3}$

۵۲ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$19 \div 35$

$12 \div \frac{1}{10}$

$\frac{13}{5} \div 9$

$\frac{14}{21} \div 3$

$4 \div (\frac{7}{3} - \frac{2}{3})$

$(15 \div 8) \div (6 \div \frac{1}{2})$

$(4 \div 3) \times (1 + \frac{1}{5})$

$(\frac{2}{3} \div 4) \div (5 \div \frac{1}{4})$

۵۳ در عدد يا کسر مناسب بنویسید.

$\frac{1}{3} \div 9 = \frac{1}{3} \times \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$

$7 \div \boxed{\quad} = \frac{7}{2}$

$\frac{10}{13} = \boxed{\quad} \div 13$

$7 \div 8 = 7 \times \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$

$18 \div \frac{3}{2} = \boxed{\quad} \times \frac{2}{3}$

$\boxed{\quad} \div \frac{7}{3} = \frac{1}{9} \times \boxed{\quad} = \frac{1 \times 3}{9 \times 7}$

۵۴ در هر قسمت تقسیم‌ها را انجام دهید و سپس پاسخ آن‌ها را با هم مقایسه کنید و بگویید چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

$4 \div \frac{1}{7} = ?$ ,  $\frac{1}{7} \div 4 = ?$

$3 \div \frac{1}{8} = ?$ ,  $\frac{1}{8} \div 3 = ?$

۵۵  $\frac{1}{23}$  مساحت یک پارکینگ به‌طور مساوی به جای پارک ۲ ماشین تعلق دارد. چه کسری از این پارکینگ به یک ماشین تعلق دارد؟



۵۶ اگر ۷ ظرف شیر ۱ لیتری را در لیوان‌های  $\frac{1}{9}$  لیتری برشیم، چند لیوان بر می‌شود؟



۵۷  $\frac{1}{4}$  مساحت یک مدرسه به آزمایشگاه مدرسه تعلق دارد و  $\frac{2}{3}$  بقیه‌ی مساحت زمین به ۵ کلاس تقسیم شده است. به هر کلاس چه کسری از مساحت مدرسه می‌رسد؟

۵۸ در یک میهمانی تولد  $\frac{4}{5}$  کیک خورده شده بود که ۳ میهمان دیگر به میهمانان اضافه شدند،

بنابراین میزان باقیمانده‌ی کیک را بین این سه نفر تقسیم کرد. به هر یک از این ۳ نفر چه کسری از کل کیک رسیده است؟

حاصل تقسیم‌های زیر را با رسم شکل بباید.

۱)  $15 \div 9$

۲)  $7 \div 2$

۳)  $8 \div \frac{1}{5}$

۴)  $\frac{1}{10} \div 3$

۵)  $21 \div 45$

۶)  $67 \div 39$

۷)  $13 \div \frac{1}{9}$

۸)  $1 \div \frac{81}{56}$

۹)  $\frac{16}{27} \div 3$

۱۰)  $\frac{2}{9} \div 5$

۱۱)  $6 \div (\frac{9}{5} - \frac{3}{5})$

۱۲)  $(9 \div 6) \times (2 + \frac{3}{7})$

۱۳)  $(3 \div 4) \div (\frac{1}{3} \div 2)$

۱۴)  $(\frac{1}{9} \div 2) \times (\frac{1}{5} \div 6)$

۶۱) یک کشاورز  $\frac{3}{5}$  زمین خود را گندم و  $\frac{1}{4}$  از باقی‌مانده‌ی زمین خود را به‌طور مساوی جو و ذرت کاشته است. او چه کسری از کل زمین خود را ذرت کاشته است؟

۶۲) علی  $\frac{3}{5}$  یک کتاب را در ۷ روز مطالعه کرده است. اگر هر روز به‌طور مساوی مطالعه کرده باشد، او در هر روز چه کسری از کتاب را خوانده است؟

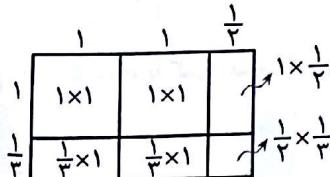
۶۳) ۶ ساندویچ را بین یک گروه ۱۴ نفری و ۳ ساندویچ را بین یک گروه ۵ نفری تقسیم می‌کنیم. به کدام گروه ساندویچ بیشتری می‌رسد؟

## درس ۵۵

### ضرب اعداد مخلوط - ساده کردن

#### ضرب عدد های مخلوط

دوقر اول (رسم شکل): برای محاسبه‌ی ضرب دو عدد مخلوط، ابتدا یک مستطیل رسم می‌کنیم که طول آن به اندازه‌ی عدد مخلوط بزرگ‌تر و عرض آن به اندازه‌ی عدد مخلوط کوچک‌تر باشد.



به عنوان مثال برای محاسبه‌ی  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ ، مستطیلی به طول  $\frac{1}{2}$  و عرض  $\frac{1}{3}$  رسم کرده و آن را به صورت مقابله تقسیم می‌کنیم. با توجه به شکل مجموع مساحت‌ها را به‌دست می‌آوریم تا حاصل ضرب به‌دست بباید:

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

$$= 2 + (\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{6}) = 2 + (\frac{3}{4} + \frac{2}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6}) = 2 + \frac{8}{6} = \frac{2}{3}$$

دوقر دوم (محاسبه): برای ضرب دو عدد مخلوط، آن‌ها را به کسر تبدیل کرده و کسرهای حاصل را در هم ضرب می‌کنیم:

$$\text{مثال: } \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{7}{3} \times \frac{21}{4} = \frac{7 \times 21}{3 \times 4} = \frac{147}{12} = \frac{12}{12} = 12$$

حاصل ضرب‌های زیر را به‌دست آورید.

۱)  $\frac{2}{9} \times \frac{6}{7}$

۲)  $\frac{2}{3} \times \frac{6}{7}$  (ب)

۳)  $\frac{4}{5} \times \frac{3}{4}$  (ب)

$$\frac{2}{9} \times \frac{6}{7} = \frac{\frac{18}{(2 \times 9)} + 4}{9} \times \frac{\frac{21}{(3 \times 7)} + 6}{7} = \frac{22}{9} \times \frac{27}{7} = \frac{594}{63}$$

$$4) \frac{4}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{1} \times \frac{\frac{15}{(3 \times 5)} + 4}{5} = \frac{4}{1} \times \frac{19}{5} = \frac{76}{5}$$

$$5) \frac{2}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{2}{3} \times \frac{\frac{28}{(4 \times 7)} + 6}{7} = \frac{2}{3} \times \frac{34}{7} = \frac{68}{21}$$

پاسخ: ۷

## ساده کردن کسرها

برای نوشتند کسرهای مساوی با یک کسر، باید صورت و مخرج کسر را در یک عدد یکسان ضرب و یا بر یک عدد یکسان تقسیم کرد.

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3} = \frac{3}{9} = \frac{15}{45} = \dots \quad \text{یا} \quad \frac{2}{6} = \frac{4}{12} = \frac{6}{18} = \frac{10}{30} = \dots$$

$\div 2 \quad \times 3 \quad \times 5$        $\times 2 \quad \div 2 \quad \times 3 \quad \times 5$

**مثال:**

همچنین برای ساده کردن یک کسر باید صورت و مخرج آن را بر یک عدد یکسان تقسیم کنیم. می‌توانیم ساده کردن یک کسر را در چند مرحله انجام دهیم، تا جایی که صورت و مخرج دیگر ساده نشوند.

$$\frac{18}{24} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \quad \text{یا} \quad \frac{18}{24} = \frac{3}{4} \quad \text{یا} \quad \frac{42}{63} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$\div 3 \quad \div 2$        $\div 6$        $\div 7 \quad \div 3$

**مثال:**

**نکته:** در هنگام ضرب دو کسر، اگر صورت یک کسر با مخرج کسر دیگر با هم برابر باشند، می‌توان آنها را با هم ساده کرد و سریع‌تر به جواب رسید.

$$\frac{5}{12} \times \frac{12}{23} = \frac{5 \times 1}{1 \times 23} = \frac{5}{23} \quad \text{یا} \quad \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10} \quad \text{یا} \quad \frac{1}{2} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{14} = \frac{1}{1} = 1$$

$\cancel{5} \quad \cancel{12}$        $\cancel{3} \quad \cancel{5}$        $\cancel{1} \quad \cancel{7}$

**مثال:**

**نکته:** دقت کنید که در ضرب اعداد مخلوط، ابتدا اعداد مخلوط را به کسر تبدیل کنید و بعد صورت و مخرج را ساده نمایید.

**نکته:** در هنگام ضرب کردن دو کسر، باید صورت و مخرج کسرها را به اعداد یکسانی تقسیم کرد:

$$\frac{3}{4} \times \frac{12}{23} = \frac{3 \times 2}{1 \times 23} = \frac{6}{23} \quad \text{یا} \quad \frac{15}{27} \times \frac{2}{5} = \frac{15 \div 3}{27 \div 3} \times \frac{2}{5} = \frac{5}{9} \times \frac{2}{1} = \frac{10}{9} = \frac{1 \times 2}{9 \times 1} = \frac{2}{9}$$

$\cancel{3} \quad \cancel{4} \quad \cancel{12} \quad \cancel{23}$        $\cancel{15} \quad \cancel{27} \quad \cancel{5}$

**مثال:**

حاصل ضرب‌های زیر را به دست آورید.

(آ)  $\frac{3}{10} \times \frac{10}{23}$

(ب)  $\frac{18}{30} \times \frac{6}{10}$

(پ)  $\frac{18}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$

(ت)  $\frac{44 \times 18}{22 \times 6 \times 15}$

$$\frac{\cancel{18}}{5} \times \frac{\cancel{6}}{10} = \frac{9}{25}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{10} = \frac{\cancel{1}}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{1}}{\cancel{10}} = 1 \quad \text{پسخ: آ}$$

$$\frac{\cancel{18} \times \cancel{3}}{\cancel{18} \times \cancel{4} \times \cancel{5}} = \frac{2 \times 1}{1 \times 1 \times 5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{18}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{\cancel{18}}{5} \times \frac{3}{\cancel{4}} \times \frac{1}{\cancel{2}} = \frac{9 \times 3 \times 1}{1 \times 4 \times 1} = \frac{27}{4}$$

## حودوٽ حل کن... ب پاسخ خالص

حاصل ضرب  $\frac{1}{2} \times \frac{3}{5}$  را به شکل کمک بیابید.

ضرب مربوط به شکل مقابل را نوشتند و حاصل را بیابید.

1	1	$\frac{3}{5}$
$\frac{1}{3}$		

## نسبت، تناسب و درصد

## درس نامه ۱

## نسبة - نسبت های مرسی

به رابطه‌ی بین دو مقدار که آن‌ها را با هم مقایسه می‌کند، نسبت می‌گوییم. نسبت بین دو مقدار را معمولاً با خط کسری نشان می‌دهیم. به عنوان مثال در شکل مقابل داریم:

$$\text{نسبة} = \frac{\text{تعداد سیب}}{\text{تعداد پرتقال}} = \frac{5}{3}$$

$$\text{نسبة} = \frac{\text{تعداد پرتقال}}{\text{تعداد کل میوه}} = \frac{3}{8}$$



در هر شکل نسبت‌های خواسته شده را بنویسید.

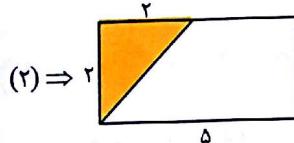
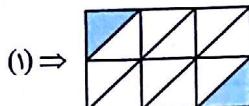
(آ) نسبت مساحت قسمت رنگی به مساحت مستطیل در شکل (۱)

(ب) نسبت مساحت قسمت رنگ نشده به مساحت قسمت رنگی در شکل (۱)

(پ) نسبت مساحت مستطیل به مساحت قسمت رنگی در شکل (۱)

(ت) نسبت مساحت قسمت رنگی به مساحت مستطیل در شکل (۲)

(ث) نسبت مساحت قسمت رنگ نشده به مساحت مستطیل در شکل (۲)



پاسخ: آ) کل مساحت مستطیل به قسمت‌های مساوی تقسیم شده است، پس با شمارش قسمت‌ها، نسبت‌ها را می‌نویسیم:

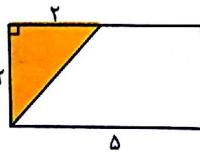
$$\text{نسبة} = \frac{\text{مساحت قسمت رنگی}}{\text{مساحت کل قسمت‌ها}} = \frac{2}{12}$$

$$\text{نسبة} = \frac{\text{مساحت قسمت رنگ نشده}}{\text{مساحت قسمت رنگی}} = \frac{10}{2}$$

$$\text{نسبة} = \frac{\text{مساحت مستطیل}}{\text{مساحت کل قسمت‌ها}} = \frac{12}{2}$$

$$\text{نسبة} = \frac{\text{مساحت قسمت رنگی}}{\text{مساحت کل قسمت‌ها}} = \frac{2}{12}$$

ت) چون شکل به قسمت‌های مساوی تقسیم نشده است، ابتدا مساحت قسمت رنگی و مساحت مستطیل را پیدا می‌کنیم:



$$\text{مساحت مستطیل} = (\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}) = (2 \times 2) = 4$$

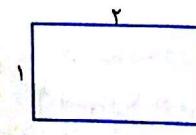
$$\text{عرض} \times \text{طول} = 2 \times 5 = 10$$

$$\text{مساحت قسمت رنگی} = \frac{2}{10} \times \text{مساحت مستطیل}$$

$$\text{نسبة} = \frac{\text{مساحت قسمت رنگ نشده}}{\text{مساحت مستطیل}} = \frac{8}{10} = 0.8 = 80\%$$

نکته: یک نسبت بیان می‌کند که یک مقدار چند برابر مقدار دیگر است. مثلاً در مستطیل رو به رو نسبت طول مستطیل به عرض آن برابر است با  $\frac{2}{1}$ ، پس طول مستطیل  $\frac{2}{1}$  برابر عرض آن است و یا این‌که

نسبت عرض مستطیل به طول آن برابر است با  $\frac{1}{2}$ ، پس عرض مستطیل  $\frac{1}{2}$  برابر طول مستطیل است.

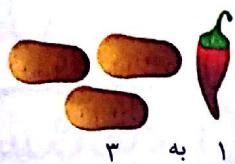


برای تهیه‌ی یک نوع ادویه‌ی غذا، فلفل و زنجیل را با هم مخلوط کرده‌ایم، به‌طوری که مقدار زنجیل ۳ برابر فلفل است.

آ) نسبت زنجیل به فلفل در این مخلوط چه قدر است؟

پ) نسبت زنجیل به کل ادویه‌ی تهیه شده چه قدر است؟

پاسخ: آ) چون مقدار زنجیل ۳ برابر فلفل است پس نسبت زنجیل به فلفل برابر است با  $\frac{3}{1}$  یا  $3$  به  $1$



ب) نسبت زنجیل به فلفل  $\frac{3}{1}$  است پس نسبت فلفل به زنجیل  $\frac{1}{3}$  می‌باشد یعنی  $\frac{1}{3}$

پ) نسبت فلفل به زنجیل  $1$  به  $3$  است پس با توجه به شکل، نسبت زنجیل به کل ادویه‌ی

تهیه شده برابر است با  $\frac{3}{4}$  یعنی  $\frac{3}{4}$

### مقایسهٔ نسبت‌ها

از نسبت‌ها می‌توانیم برای مقایسهٔ استفاده کنیم.

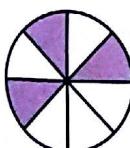
تیم فوتبال (آ)، در  $3$  بازی از  $8$  بازی و تیم فوتبال (ب) در  $10$  بازی از  $18$  بازی برنده شده‌اند. کدام‌یک از این دو تیم موفق‌تر بوده‌اند؟

پاسخ: ابتدا نسبت تعداد برد به تعداد کل بازی‌ها را برای دو تیم به دست می‌آوریم:

$$\text{تعداد برد} = \frac{3}{8} \quad \text{و} \quad \text{تعداد برد} = \frac{10}{18}$$

حالا کافی است که نسبت‌ها را با هم مقایسه کنیم:  $\frac{3}{8} < \frac{10}{18}$  و همچنین  $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$ . از مقایسهٔ نسبت‌ها معلوم می‌شود که  $\frac{10}{18} < \frac{1}{2}$  پس تیم (ب) موفق‌تر بوده است.

### حودت حل کن... ۶ پاسخ کامل



با توجه به شکل پاسخ دهید.

۱) نسبت قسمت‌های رنگ شده به رنگ نشده

۲) نسبت قسمت‌های رنگ شده به کل شکل

۳) نسبت قسمت‌های رنگ نشده به کل شکل

۱) با توجه به شکل، جدول‌های زیر را کامل کنید.

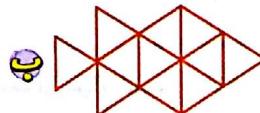
نسبت مثلث‌ها به دایره‌ها	تعداد مثلث‌ها
نسبت مربع‌ها به کل شکل	تعداد دایره‌ها
نسبت مثلث‌ها و دایره‌ها به کل شکل	تعداد مربع‌ها

تعداد کل شکل‌ها
_____
_____

۲) با توجه به شکل، نسبت دایره‌ها به سایر شکل‌ها بزرگ‌تر است یا نسبت مثلث‌ها به مربع‌ها؟

۳) در شکل‌های زیر نسبت  $5$  به  $6$  یا  $\frac{5}{6}$  را نشان دهید.



۴) در یک کیسه  $40$  مهره وجود دارد که  $17$  مهره قرمز رنگ و بقیه‌ی آن‌ها سبز رنگ است.

۵) نسبت تعداد مهره‌های سبز به قرمز را بنویسید.

## نوبت‌های مساوی - تناسب

### نسبت‌های مساوی

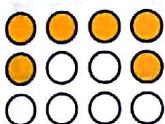
می‌دانیم که می‌توان نسبت‌ها را به صورت کسر نمایش داد. مثلاً نسبت  $3$  به  $5$  را با  $\frac{3}{5}$  نشان می‌دهیم. مانند ساده کردن کسرها، می‌توانیم صورت و مخرج یک نسبت را در یک عدد ضرب و یا بر یک عدد تقسیم کنیم و در این صورت نسبتی مساوی با همان نسبت به دست می‌آید.



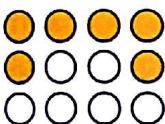
$$\text{به عنوان مثال نسبت قسمت رنگی به کل قسمت‌ها در شکل مقابل برابر است با:}$$

$$\frac{\text{قسمت رنگ شده}}{\text{کل قسمت‌ها}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{\text{قسمت رنگ شده}}{\text{کل قسمت‌ها}} = \frac{2}{6} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{2}{6} \text{ یا } \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(آ) با توجه به شکل مقابل و با یک دسته‌بندی مناسب،  $4$  نسبت مساوی بنویسید.

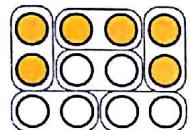


ب) یک نسبت مساوی  $\frac{6}{12}$  بنویسید که مخرج آن برابر  $24$  باشد.



$$\frac{6}{12} = \frac{3}{6} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

پ) سخ: (آ)



ب) باید صورت و مخرج نسبت را در عددی ضرب و یا بر عددی تقسیم کنیم که در مخرج نسبت عدد  $24$  قرار بگیرد:

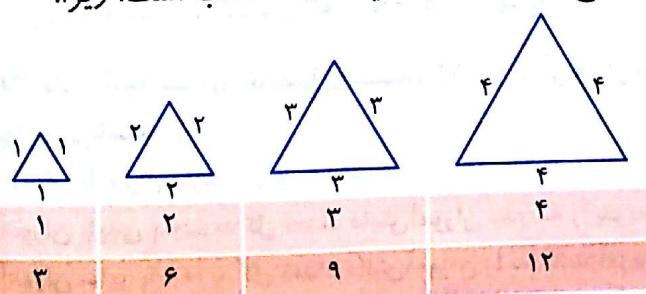
$$\frac{6}{12} = \frac{12}{24}$$

پ) مانند قسمت (ب) باید  $\frac{10}{12}$ ، اما پیدا کردن؟ در این مورد کمی سخت است پس اول نسبت  $\frac{6}{12}$  را ساده می‌کنیم:

$$\frac{6}{12} = \frac{1}{2} = \frac{10}{20}$$

### مقدارهای متناسب و تناسب

هرگاه دو مقدار طوری تغییر کنند که نسبت آن‌ها به یکدیگر همیشه با هم برابر باشد، می‌گوییم آن دو مقدار متناسب هستند. مثلاً در یک مثلث متساوی‌الاضلاع، اندازه‌ی ضلع‌های مثلث و محیط آن متناسب است، زیرا:



$$\Rightarrow \frac{\text{اندازه‌ی ضلع}}{\text{محیط}} = \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12}$$

جدولی مانند جدول بالا که مقدارهای آن متناسب هستند، جدول تنااسب می‌نامیم.  
تنااسب: هر دو نسبت مساوی، یک تنااسب را تشکیل می‌دهند.

## حل مسأله به کمک تنااسب

اگر در یک مسأله مقدارهای داده شده با هم متناسب باشند، می‌توان با برابر قرار دادن آن‌ها در یک جدول تنااسب، جواب مسأله را پیدا کرد.

نسبت سن علی به پدرش ۳ به ۵ است. اگر پدر علی ۶۰ سال داشته باشد، سن علی چه قدر است؟

پاسخ: نسبت‌ها را در جدول تنااسب قرار می‌دهیم و در مقابل نسبت سن پدر علی، مقدار واقعی سن او را می‌نویسیم:

سن علی	۳	?
سن پدر علی	۵	۶۰
	×۱۲	×

$$\text{سن علی} \Rightarrow ? = 3 \times 12 = 36$$

در یک جدول تنااسب مانند جدول زیر روبرو که مربوط به مثال قبل است، به اعداد ۳ و ۶۰ طرفین و به اعداد ۳۶ و ۵ وسطین می‌گوییم. حاصل ضرب اعداد طرفین همیشه با حاصل ضرب اعداد وسطین با هم برابر است یعنی:  

$$3 \times 60 = 5 \times 36$$
 به کمک روش طرفین وسطین می‌توانیم مقدار را در جداول‌های تنااسب پیدا کنیم.

سن علی	۳	۳۶
سن پدر علی	۵	۶۰

برای تهیه ۳ لیتر شربت، ۶۰۰ گرم شکر استفاده می‌شود. برای تهیه ۸ لیتر شربت چه قدر شکر نیاز داریم؟

شکر (گرم)	۶۰۰	?
شربت (لیتر)	۳	۸
	×۲۰۰	×

پاسخ:

$$1600 \text{ گرم شکر نیاز داریم.} \Rightarrow ? = \frac{600 \times 8}{3} = 1600$$

در بعضی از مسائل تنااسب، مقدار نسبت و همچنین مجموع یا اختلاف واقعی دو مقدار داده می‌شود. در این موارد برای حل مسأله یک جدول تنااسب با ۳ یا ۴ سطر رسم می‌کنیم و در سطر آخر آن مجموع مقدار نسبت‌ها یا اختلاف آن‌ها را قرار می‌دهیم.

مریم ۳۰۰۰ تومان بیشتر از ستاره پول دارد. اگر نسبت پول مریم به ستاره ۶ به ۵ باشد، پول ستاره چه قدر است؟

پاسخ: مریم ۳۰۰۰ تومان بیشتر از ستاره پول دارد. پس اختلاف پول آن‌ها ۳۰۰۰ تومان است. بنابراین سطر آخر جدول تنااسب را مانند روبرو پر می‌کنیم:

پول مریم	۶	?
پول ستاره	۵	?
اختلاف پول آن‌ها	۶ - ۵ = ۱	۳۰۰۰
	×	۳۰۰۰

را مانند روبرو پر می‌کنیم:

$$\text{پول مریم} \Rightarrow ? = 6 \times 3000 = 18000$$

$$\text{پول ستاره} \Rightarrow ? = 5 \times 3000 = 15000$$

## خودت حل کن... ب پاسخ کامل

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

۱۷ طول یک ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع با محیط آن متناسب نیست.

جاهای خالی را کامل کنید.

۱۸ هر دو نسبت ..... یک تنااسب را تشکیل می‌دهند.

۱۹ هرگاه دو مقدار طوری تغییر کنند که ..... آن‌ها به یکدیگر همیشه با هم ..... باشد، می‌گوییم آن دو مقدار متناسب هستند.

۲۰ کسرهای  $\frac{5}{7}$  و  $\frac{6}{8}$  با هم متناسب .....

۲۱ کارگری در ۳۰ دقیقه ۴ محصول را کامل می‌کند، پس او در ۸ ساعت ..... محصول را کامل می‌کند.

## درصد

## مفهوم درصد

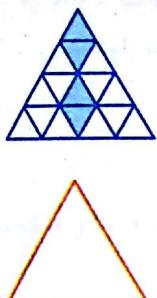
هر نسبت را می‌توان به صورت کسری با مخرج ۱۰۰ نوشت و سپس آن را به صورت درصد نمایش داد. درصد را با علامت % در مقابل عدد نشان می‌دهیم.

$$\frac{1}{2} \times ۱۰۰ = \frac{۵۰}{۱۰۰} = ۵۰\% \quad \text{نسبت ۱ به ۲ : مثلاً}$$

$$\frac{۳}{۵} \times ۲۰ = \frac{۶۰}{۱۰۰} = ۶۰\% \quad \text{نسبت ۳ به ۵}$$

برای پیدا کردن درصد یک نسبت می‌توانیم از جدول تناسب هم کمک بگیریم، کافی است در جدول تناسب در مقابل مخرج عدد ۱۰۰ را قرار دهیم. مثلاً برای این که بدانیم کسر  $\frac{۳}{۸}$  برابر چند درصد است، داریم:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline ۲ & ? \\ \hline ۸ & ۱۰۰ \\ \hline \end{array} \Rightarrow ? = \frac{\cancel{۲} \times ۳}{\cancel{۸}} = \frac{۷۵}{۲ \times ۵} = \frac{۳۷۵}{۱۰} = ۳۷ / ۵ \Rightarrow \frac{۳}{۸} = ۳۷ / ۵\%.$$



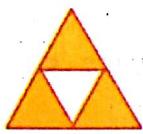
آ) چند درصد از شکل مقابل رنگ شده است؟



ب) ۷۵٪ از مثلث مقابل را رنگ کنید.

پ) سخ: آ) در شکل داده شده نسبت قسمت‌های رنگ شده به کل قسمت‌ها ۴ به ۱۶ یعنی  $\frac{۴}{۱۶}$  است، پس:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{قسمت‌های رنگی} & ۴ & ? \\ \hline \text{کل قسمت‌ها} & ۱۶ & ۱۰۰ \\ \hline \end{array} \Rightarrow ? = \frac{\cancel{۴} \times ۲۵}{\cancel{۱۶}} = ۲۵\% \quad \text{شکل رنگ شده است.} \Rightarrow ۲۵\%.$$



ب) ۷۵٪ یعنی  $\frac{۷۵}{۱۰۰}$  و داریم:  $\frac{۷۵}{۱۰۰} = \frac{۱۵}{۲۰} = \frac{۳}{۴}$  از مثلث را رنگ کنیم:

## کاربرد درصد در حل مسائل

گاهی اوقات نسبت‌ها به صورت درصد بیان می‌شوند. مثلاً وقتی می‌گوییم ۲۶٪ دانش‌آموزان یک مدرسه عینک می‌زنند یعنی از هر ۱۰۰ دانش‌آموز این مدرسه، ۲۶ نفر عینک می‌زنند. یعنی نسبت دانش‌آموزانی که عینک می‌زنند به کل دانش‌آموزان مدرسه ۲۶ به ۱۰۰ یا  $\frac{۲۶}{۱۰۰}$  است. اگر تعداد دانش‌آموزان مدرسه ۳۵۰ نفر باشد، داریم:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{تعداد دانش‌آموزانی که عینک می‌زنند} & ۲۶ & ? \\ \hline \text{تعداد کل دانش‌آموزان} & ۱۰۰ & ۳۵۰ \\ \hline \end{array} \Rightarrow ? = \frac{\cancel{۲۶} \times ۹۱}{\cancel{۱۰۰}} = ۹۱ \quad \text{دانش‌آموز این مدرسه عینک می‌زنند.} \Rightarrow ۹۱ = ۹۱ \times ۷ = ۹۱$$

در بعضی از مسائل برای مقایسه نسبت‌ها و یا برای این که درک درستی از نسبت‌ها داشته باشیم کسر نسبت را به صورت درصد بیان می‌کنیم.

- علی  $\frac{2}{5}$  کل حقوقش را در هفته‌ی اول و  $\frac{1}{4}$  کل حقوقش را در هفته‌ی دوم خرج کرد.
- آ) اور هفته‌ی اول پول بیشتری خرج کرده است یا در هفته‌ی دوم؟
- ب) چند درصد از کل حقوق او باقی‌مانده است؟

پاسخ: آ) باید کسرهای  $\frac{2}{5}$  و  $\frac{1}{4}$  را مقایسه کنیم تا بدانیم در کدام هفته پول بیشتری خرج شده است. این کسرها را به درصد تبدیل می‌کنیم تا مقایسه ساده‌تر باشد:

هفته‌ی اول :	پول خرج شده	۲	?
	کل پول	۵	۱۰۰
$\times 20$			

هفته‌ی دوم :	پول خرج شده	۱	?
	کل پول	۴	۱۰۰
$\times 25$			

علی در هفته‌ی اول پول بیشتری خرج کرده است (زیرا  $40\% > 25\%$ )

ب) کل حقوق علی  $100\%$  است، پس:

درصد کل پول خرج شده در دو هفته  $= 65\% = 40\% + 25\% = 40 + 25\% / 100 = 65\%$ .

از کل پول او باقی‌مانده است.  $= 35\% = 100\% - 65\% = 100 - 65 / 100 = 35\%$ . درصد پول باقی‌مانده

## تخفیف

میزان تخفیف کالاهای را معمولاً با درصد بیان می‌کنند. وقتی می‌گوییم کتابی را با  $20\%$  تخفیف خریده‌ایم یعنی اگر قیمت کتاب  $100$  تومان باشد،  $20$  تومان آن را پرداخت نکرده‌ایم پس  $100 - 20 = 80$  تومان بابت کتاب پرداخته‌ایم.

آ) مدیر یک مدرسه برای تجهیز کتابخانه مدرسه  $2,000,000$  تومان از کتابفروشی (آ) کتاب خرید و فروشنده برای او  $30\%$  تخفیف در نظر گرفت. مدیر مدرسه بابت کتاب‌ها چند تومان پرداخته است؟

ب) همچنین او در کتابفروشی (ب)، به اندازه  $100,000$  تومان خرید کرد و مبلغ  $75,000$  تومان پرداخت نمود. او از کتابفروشی (ب) چند درصد تخفیف گرفته است؟

پاسخ: آ) ابتدا مقدار تخفیف را حساب می‌کنیم و سپس مقدار تخفیف را از کل پول کم می‌کنیم تا مقدار پولی که پرداخت کرده به دست بیاید.

مقدار تخفیف	۳۰	?
مقدار کل خرید	۱۰۰	$2,000,000$
$\times 20000$		

پول پرداخت شده  $\Rightarrow$  تومان  $140,000 = 1,400,000 - 600,000 = 2,000,000 - 30\% \times 2,000,000$  = مقدار تخفیف - کل پول = پول پرداخت شده

ب) ابتدا مقدار تخفیف را به دست می‌آوریم و سپس به کمک جدول تناسب درصد تخفیف را پیدا می‌کنیم:

تومان  $25,000 = 100,000 - 75,000 = 100,000 - 25\% \times 100,000$  = مقدار تخفیف  $\Rightarrow$  (مبلغ پرداخت شده) - (مبلغی که خرید کرده) = مقدار تخفیف

مقدار تخفیف	$25,000$	?
مقدار کل خرید	$100,000$	$100$
$\div 1000$		

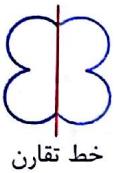
# تقارن و چند ضلعه ها

## درسنامه ۱

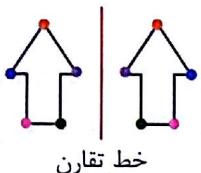
### تقارن محوری

#### خط تقارن

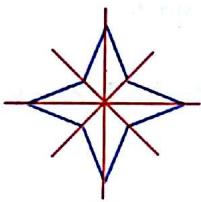
به خطی که یک شکل را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند به طوری که اگر شکل را از روی آن خط تا کنیم، دو قسمت شکل کاملاً روی هم قرار گیرند، خط تقارن (محور تقارن) می گوییم. دو طرف این خط قرینه هی یکدیگر هستند.



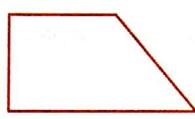
خط تقارن



خط تقارن



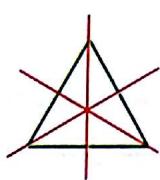
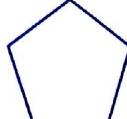
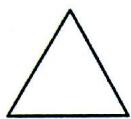
۴ خط تقارن



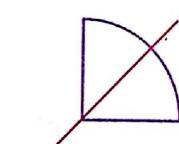
خط تقارن ندارد

پس برای رسم خط تقارن در یک شکل باید خط را طوری رسم کنیم که با تا کردن کاغذ از محل خط، دو قسمت شکل کاملاً روی هم قرار بگیرند.

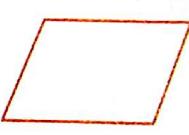
در هر یک از شکل های زیر خط های تقارن را رسم کنید.



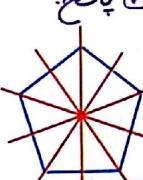
۳ خط تقارن



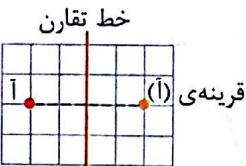
خط تقارن



خط تقارن ندارد



۵ خط تقارن



خط تقارن

برای پیدا کردن قرینه هی یک نقطه نسبت به یک خط اگر کاغذ شطرنجی داشته باشیم، کافی است از نقطه شروع کرده و روی خط های کاغذ شطرنجی حرکت کنیم تا به خط تقارن برسیم و سپس به همان اندازه در طرف دیگر خط ادامه می دهیم تا قرینه هی نقطه به دست بیايد.

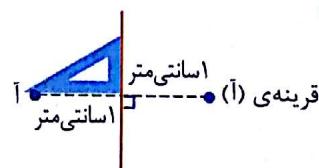
اما اگر کاغذ شطرنجی نداشته باشیم، به صورت زیر عمل می کنیم:

مرحله ای اول: به کمک گونیا از نقطه هی «آ» یک خط عمود بر خط تقارن رسم می کنیم.

مرحله ای دوم: فاصله هی نقطه تا خط تقارن را با اندازه گیری این خط عمود پیدا می کنیم.

مرحله ای سوم: خط عمود را در طرف دیگر خط تقارن به همان اندازه که در مرحله ای دوم

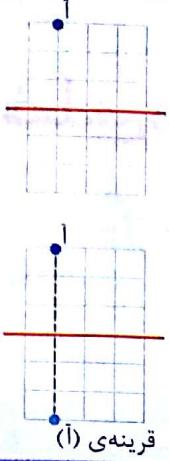
اندازه گرفتیم، ادامه می دهیم تا نقطه هی قرینه به دست بیايد.



قرینه هی (آ)

اسانتی متر

قرینه‌ی هر یک از نقاط داده شده را نسبت به خط تقارن پیدا کنید.



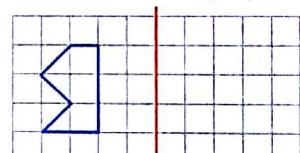
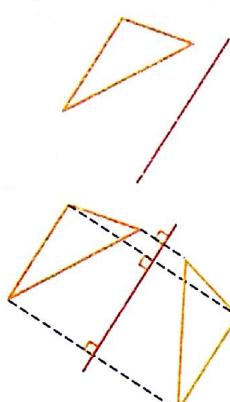
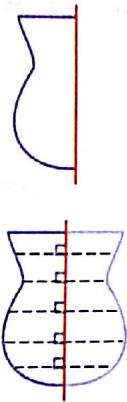
پاسخ: ✓

**مثال** قرینه‌ی نقطه‌هایی که روی خط تقارن هستند، روی همان نقطه قرار می‌گیرند. مثلًاً قرینه‌ی نقطه‌ی «آ» در شکل مقابل همان نقطه‌ی «آ» است.

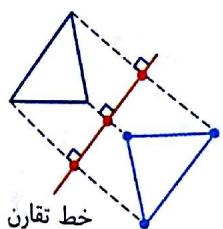
### رسم قرینه‌ی یک شکل نسبت به یک خط

برای رسم کردن قرینه‌ی یک شکل نسبت به یک خط، کافی است چند تا از نقاط شکل را در نظر بگیریم و قرینه‌ی آنها را نسبت به خط تقارن رسم کنیم. سپس نقاط قرینه‌ی به دست آمده را مثل شکل اصلی به هم وصل می‌کنیم.

قرینه‌ی هر یک از شکل‌های زیر را نسبت به خط تقارن داده شده رسم کنید.



پاسخ: ✓



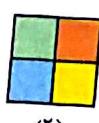
اگر قرینه‌ی یک شکل نسبت به یک خط رسم شده باشد، برای پیدا کردن خط تقارن، نقاطی را که قرینه‌ی هم هستند با خط‌چین به هم وصل کرده و نقطه‌ی وسط خط‌چین‌ها را پیدا می‌کنیم. خطی که از نقطه‌ی وسط خط‌چین‌ها عبور می‌کند، خط تقارن است.

### پیدا کردن خط تقارن

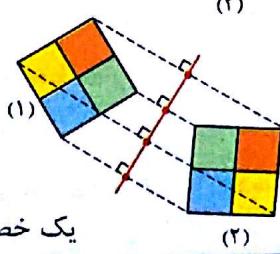
در کدام یک از موارد زیر، شکل (۲) قرینه‌ی شکل (۱) است؟



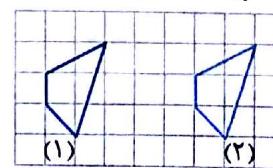
ب)



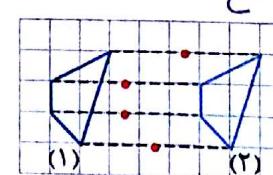
ب)



ب)



پاسخ: ✓

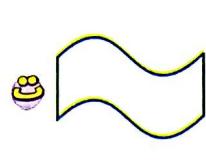
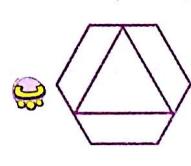
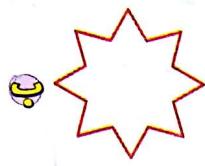
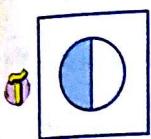
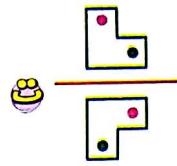
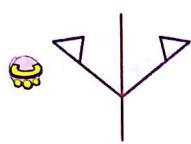
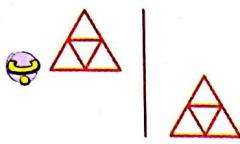
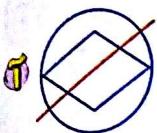
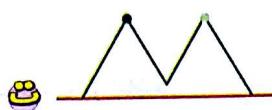
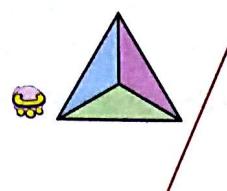
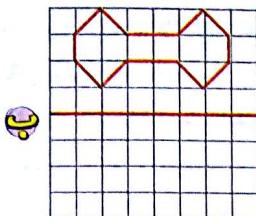
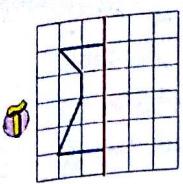


پاسخ: ✓

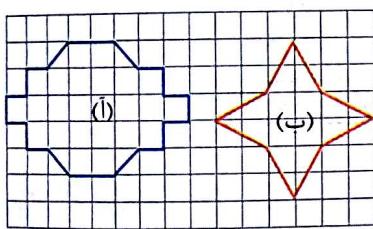
یک خط تقارن داریم.

خط تقارن نداریم.

۱۰ قرینه‌ی هر یک از شکل‌های زیر را نسبت به خط تقارن داده شده رسم کنید.



- ۱۱ در کدام شکل خط قرمز، خط تقارن است؟
- ۱۲ همهی خط‌های تقارن شکل‌های زیر را در صورت وجود رسم کنید.
- ۱۳ **(۱)** شکلی رسم کنید که سه ضلع و ۳ محور تقارن داشته باشد.  
**(۲)** شکلی رسم کنید که تعداد نامحدودی خط تقارن داشته باشد.  
**(۳)** با یک تغییر در شکل رسم شده در قسمت (ب) کاری کنید که شکل حاصل هیچ خط تقارنی نداشته باشد.



۱۴ با رسم خط تقارن و پیدا کردن مساحت یک قسمت، مساحت کل شکل‌ها را پیدا کنید.  
 (هر مربع کوچک را یک واحد در نظر بگیرید).

## درس نهم

### تقارن مرئی

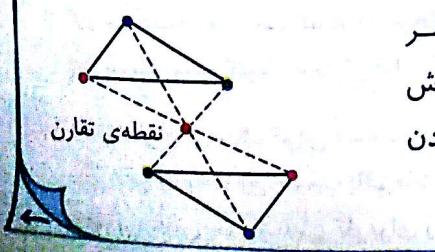
می‌توانیم قرینه‌ی یک شکل را نسبت به یک نقطه رسم کنیم.  
 به نقطه‌ای که شکل را نسبت به آن قرینه می‌کنیم نقطه‌ی تقارن یا مرکز تقارن می‌گوییم.

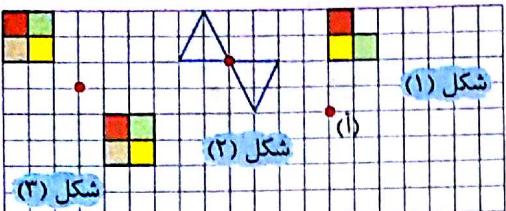
### رسم قرینه‌ی یک شکل نسبت به یک نقطه

**روتر اول:** برای قرینه کردن یک شکل نسبت به یک نقطه (نقطه‌ی تقارن) یک کاغذ شفاف را روی شکل قرار می‌دهیم و تصویر شکل را روی کاغذ شفاف رسم می‌کنیم. سپس نوک مداد را روی مرکز تقارن قرار داده و کاغذ شفاف را نیم دور می‌چرخانیم و شکل حاصل را رسم می‌کنیم. این شکل قرینه‌ی شکل اصلی نسبت به نقطه‌ی تقارن است.

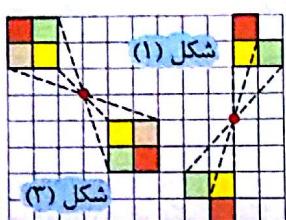
**روتر دوم:** روش رسم قرینه‌ی یک شکل نسبت به یک نقطه

برای رسم کردن قرینه‌ی یک شکل نسبت به یک نقطه، چند نقطه از شکل را در نظر می‌گیریم. از هر یک از آن نقاط به مرکز تقارن وصل می‌کنیم و خط را به اندازه‌ی خودش ادامه می‌دهیم تا قرینه‌ی هر نقطه نسبت به مرکز تقارن به دست بیاید. با وصل کردن نقاط قرینه به هم، قرینه‌ی شکل نسبت به مرکز تقارن رسم می‌شود.





- آ) قرینه‌ی شکل (۱) را نسبت به نقطه‌ی (آ) رسم کنید.  
ب) در کدام یک از شکل‌های (۲) و (۳) قرینه‌ی شکل نسبت به نقطه درست رسم شده است؟



- پاسخ: آ) قرینه‌ی شکل (۱) به صورت زیر رسم می‌شود:  
ب) قرینه‌ی شکل (۲) صحیح رسم شده است. اما قرینه‌ی شکل (۳) به صورت مقابل است:

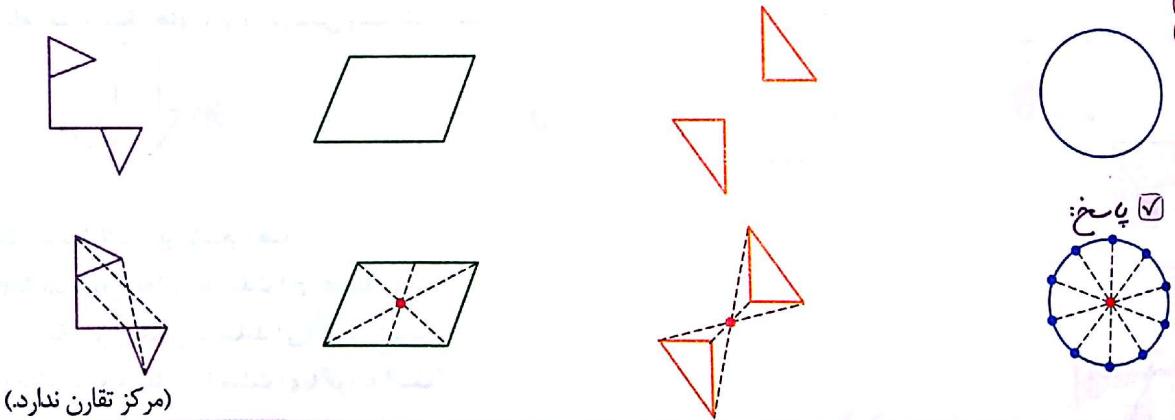
### تقارن مرکزی

هرگاه شکلی را نیم دور حول یک نقطه بچرخانیم و شکل دوباره روی خودش قرار بگیرد (یعنی روی خودش منطبق شود)، می‌گوییم آن شکل تقارن مرکزی دارد.

### پیدا کردن مرکز تقارن

برای پیدا کردن مرکز تقارن، نقاطی از شکل را که قرینه‌ی هم هستند، با خطچین به هم وصل می‌کنیم. محل برخورد این خطچین‌ها (البته اگر فقط یک نقطه باشد)، مرکز تقارن است. اگر خطها هم‌دیگر را در یک نقطه قطع نکنند، مرکز تقارن نداریم.

مرکز (نقطه‌ی) تقارن را در هر یک از شکل‌های زیر پیدا کنید.



پاسخ:

### حودت حل کن... ب پاسخ کامل

درستی یا نادرستی هر یک از جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- آ) در تقارن مرکزی، از نقطه‌ی موردنظر به مرکز تقارن وصل کرده و به همان اندازه ادامه می‌دهیم تا نقطه‌ی قرینه به دست بیاید.  
ب) اگر شکلی هم مرکز تقارن و هم خط تقارن داشته باشد، محل برخورد خط‌های تقارن، مرکز تقارن است.  
ج) اگر شکلی فقط یک خط تقارن داشته باشد، مرکز تقارن ندارد.  
د) هر شکلی که خط تقارن نداشته باشد، مرکز تقارن هم ندارد.  
ه) هیچ شکلی بیشتر از یک مرکز تقارن نمی‌تواند داشته باشد.

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

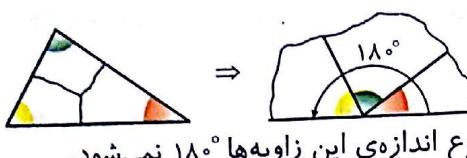
- ۱۵) در .....، قرینه‌ی یک شکل نسبت به یک نقطه رسم می‌شود.  
ب) متوازی‌الاضلاع تقارن ..... ندارد اما تقارن ..... دارد.  
ج) در تقارن مرکزی اندازه‌ی ضلع‌ها و زاویه‌ها .....  
ه) مثلث متساوی‌الساقین تقارن ..... دارد اما تقارن ..... ندارد.



## زاویه و نیمساز

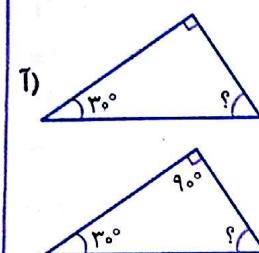
## مجموع زاویه‌ها در مثلث

در هر مثلث مجموع زاویه‌ها  $180^\circ$  است. زیرا:



بنابراین اندازه‌ی زاویه‌های یک مثلث نمی‌تواند  $30^\circ$ ,  $40^\circ$  و  $120^\circ$  باشد، چون مجموع اندازه‌ی این زاویه‌ها  $180^\circ$  نمی‌شود.

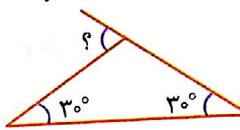
در هر یک از شکل‌های زیر، اندازه‌ی زاویه‌های خواسته شده را پیدا کنید.



$$30^\circ + 90^\circ = 120^\circ$$

$$? = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

(ب)

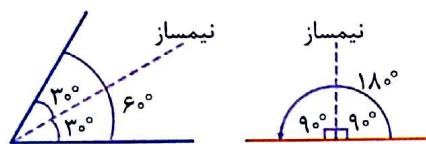


پاسخ: (آ)

$$30^\circ + 30^\circ = 60^\circ \Rightarrow ? = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$? = 180^\circ - * = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

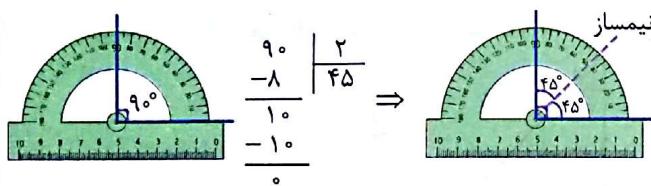
(ب)



نیم خطی که زاویه را نصف می‌کند، نیمساز نامیده می‌شود.

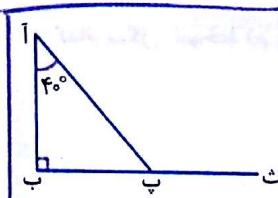
پادآوری اندازه‌ی زاویه‌ی خط راست برابر  $180^\circ$  است.

نیمساز، خط تقارن زاویه است.



## رسم نیمساز به کمک نقاله

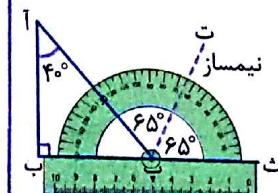
برای رسم نیمساز ابتدا به کمک نقاله زاویه را اندازه می‌گیریم و نصف اندازه‌ی زاویه را حساب می‌کنیم. سپس نیم خطی را رسم می‌کنیم که به کمک ضلع‌های زاویه، دو زاویه با اندازه‌ی نصف زاویه‌ی اصلی به دست بیاید.



(آ) در شکل مقابل نیمساز زاویه‌ی (آ پ ث) را رسم کنید و آن را (آ پ ث) نام‌گذاری کنید.

(ب) بدون اندازه‌گیری با نقاله، اندازه‌ی زاویه‌ی (ب پ ث) را محاسبه کنید. ((ب پ ث) نیمساز زاویه‌ی (آ پ ث) است).

پاسخ: (آ)



(ب) در مثلث (آ ب پ) مجموع زاویه‌ها  $180^\circ$  است، پس:

$$40^\circ + 90^\circ = 130^\circ \Rightarrow ? = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

$$180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

$$* = 130^\circ \div 2 = 65^\circ$$

$$? + * = 50^\circ + 65^\circ = 115^\circ$$

پس اندازه‌ی زاویه‌ی (آ پ ث) برابر است با:

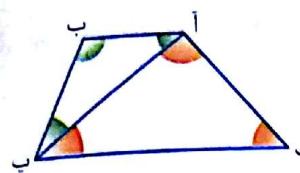
و چون (پ ت) نیمساز زاویه‌ی (آ پ ث) می‌باشد، داریم:

بنابراین اندازه‌ی زاویه‌ی (ب پ ث) برابر است با:

## چهارضلعی و زاویه‌های در چهارضلعی

**مجموع زاویه‌های یک چهارضلعی**

مجموع زاویه‌های یک چهارضلعی  $360^\circ$  است. زیرا اگر یکی از قطرهای چهارضلعی را رسم کنیم، ۲ تا مثلث به وجود می‌آید و داریم:

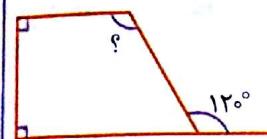
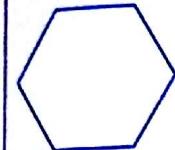


$$\text{مجموع زاویه‌های مثلث } (\text{آ ب پ}) = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \text{مجموع زاویه‌های } (\text{آ ب پ ت}) = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$$

$$\text{مجموع زاویه‌های مثلث } (\text{آ پ ت}) = 180^\circ$$

(آ) مجموع زاویه‌های شکل مقابل را بیابید. (راهنمایی: با رسم یک قطر، شکل را به دو چهارضلعی تقسیم کنید.)



ب) در شکل مقابل اندازه‌ی زاویه‌ی خواسته شده را بیابید.

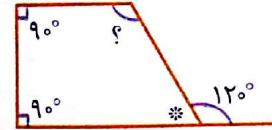


$$(1) \text{ مجموع زاویه‌های چهارضلعی } = 360^\circ$$

$$(2) \text{ مجموع زاویه‌های چهارضلعی } = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \text{مجموع زاویه‌های شکل} = 360^\circ + 360^\circ = 720^\circ$$

$$* + 120^\circ = 180^\circ \Rightarrow * = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

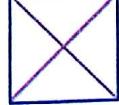
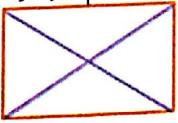
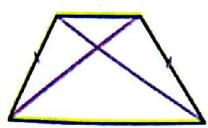


چون مجموع زاویه‌ها در هر چهارضلعی برابر با  $360^\circ$  است، داریم:

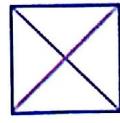
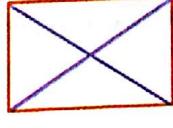
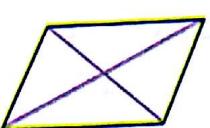
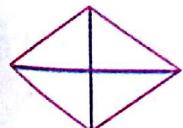
$$90^\circ + 90^\circ + 60^\circ = 240^\circ \Rightarrow ? = 360^\circ - 240^\circ = 120^\circ$$

**قطرها در چهارضلعی‌ها**

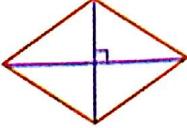
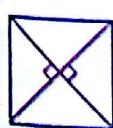
۱- در مربع، مستطیل و ذوزنقه با دو ضلع برابر (ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین)، قطرها با هم برابر هستند:



۲- در مربع، مستطیل، متوازی‌الاضلاع و لوزی قطرها هم‌دیگر را نصف می‌کنند:



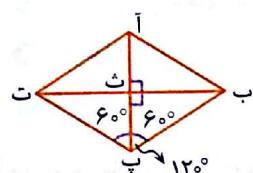
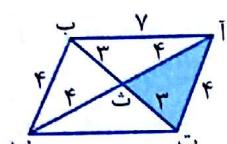
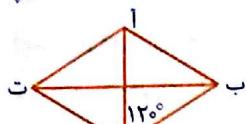
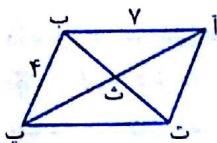
۳- در مربع و لوزی قطرها بر هم عمود هستند:



۴- در مربع و لوزی، قطرها نیمساز زاویه‌ها هم هستند، زیرا اگر صفحه‌ی کاغذ را از روی قطرها تا بزنیم، دو ضلع هر زاویه کاملاً روی هم قرار می‌گیرند، پس قطرها زاویه‌ها را نصف کرده‌اند.



آ) در متوازی‌الاضلاع روبرو، طول قطرها ۶ و ۸ است. محیط مثلث (آ ت ت) چهقدر است؟



پسخ: آ) چون در متوازی‌الاضلاع قطرها هم‌دیگر را نصف می‌کنند، می‌توانیم اندازه‌ها را به صورت زیر بنویسیم:

$$4 + 4 + 3 = 11 \quad \text{محیط مثلث (آ ت ت)}$$

ب) در لوزی قطرها نیمساز زاویه‌ها و بر هم عمود هستند، پس:

$$120^\circ \div 2 = 60^\circ \quad (\text{ب پ ت})$$

$$180^\circ - 150^\circ = 30^\circ = 60^\circ + 90^\circ \Rightarrow (\text{ت ب پ}) \quad \text{در مثلث (ب پ ت)}$$

و چون (ب ت) نیمساز است داریم:

$$2 \times 30^\circ = 60^\circ \quad (\text{آ ب پ})$$

## جمع‌بندی

ذوزنقه با دو ضلع برابر	ذوزنقه	لوزی	متوازی‌الاضلاع	مستطیل	مربع	چهارضلعی
						ضلع‌های روبرو موازی‌اند.
x	x	✓	✓	✓	✓	ضلع‌های روبرو مساوی‌اند.
x	x	✓	✓	✓	✓	همهی اضلاع برابر هستند.
x	x	✓	x	x	✓	زاویه‌های روبرو برابر هستند.
x	x	✓	✓	✓	✓	قطرها با هم برابر هستند.
✓	x	x	x	✓	✓	قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند.
x	x	✓	✓	✓	✓	قطرها بر هم عمود هستند.
x	x	✓	x	x	✓	قطرها نیمساز هستند.
x	x	✓	x	x	✓	نیمسازها روی خط تقارن هستند.
۱	ندارد.	۲	ندارد.	۲	۴	تعداد خط تقارن

توضیح در ذوزنقه فقط قاعده‌ها با هم موازی هستند و در ذوزنقه متساوی‌الساقین، فقط دو ساق با هم برابرند.

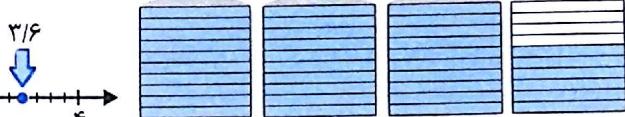
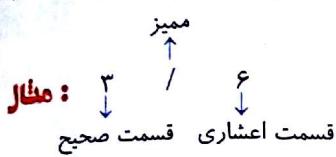
توضیح در مربع و لوزی، نیمسازهای زاویه‌ها روی خط تقارن قرار دارند.

# عددهای اعشاری

## درس ۱۸۰

### عددهای اعشاری

**پادلوری** در سال گذشته با عددهای اعشاری آشنا شدیم و گفتیم که کسرهای با مخرج  $10$  را می‌توانیم به صورت عدد اعشاری بنویسیم. برای نمایش آنها روی محور یا با شکل، هر واحد را به  $10$  قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم که هر یک از قسمت‌های کوچک برابر  $1/10$  می‌باشد.



جاهای خالی را پر کنید.

- (آ)  $73$  میلی‌متر یعنی ..... سانتی‌متر و ..... میلی‌متر یا ..... سانتی‌متر
- (ب)  $7/10$  سانتی‌متر یعنی ..... میلی‌متر یا ..... تا  $1/10$  سانتی‌متر
- (پ)  $8$  تا  $1/10$  می‌شد .....  
.....  $45$  تا  $1/10$  می‌شد .....  
.....
- (پ) (آ) هر سانتی‌متر به  $10$  قسمت مساوی تقسیم می‌شود که هر قسمت  $1/10$  سانتی‌متر یا  $1$  میلی‌متر است. پس  $73$  میلی‌متر  
یعنی  $7$  سانتی‌متر و  $3$  میلی‌متر یا  $7/10$  سانتی‌متر.
- (ب)  $7/10$  سانتی‌متر یعنی  $7$  میلی‌متر یا  $7$  تا  $1/10$  سانتی‌متر  
.....  
(پ)  $8$  تا  $1/10$  برابر است با  $8$   
.....  
(ت)  $10$  تا  $1/10$  برابر است با  $10$ ، پس  $45$  تا  $1/10$  می‌شد .....  
 $45$  تا  $1/10$  می‌شد .....  
.....

### هرگز مرتبه‌ی صدم

اگر مربع مقابل یک واحد باشد، هر یک از قسمت‌های روی آن، نمایش  $\frac{1}{10}$  یا  $1/10$  است:

با توجه به شکل،  $10$  تا  $1/10$  برابر است با  $1$

اگر هر یک از  $1/10$ ‌ها را به  $10$  قسمت دیگر تقسیم کنیم، شکل مقابل به دست می‌آید که

هر قسمت کوچک روی آن  $\frac{1}{100}$  واحد است.  
یک صدم  $\Rightarrow \frac{1}{100} = 0/01$

با توجه به شکل، هر  $10$  تا  $1/100$  می‌شد ..... و هر  $100$  تا  $1/100$  می‌شد .....  
.....

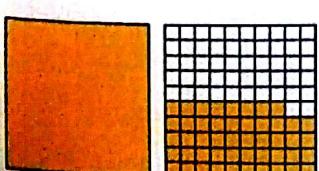
برای مشخص کردن مرتبه‌ی صدم در جدول ارزش مکانی، در سمت راست ستون دهم، ستون صدم را اضافه می‌کنیم:

یکان	دهم	صدم
۰	۱	۰

$$\text{یک صدم} \Rightarrow$$

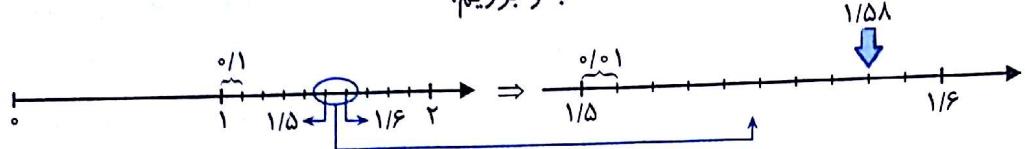
### نمایش عدد با مرتبه‌ی صدم به کمک شکل

برای نمایش عددی مانند  $48/100$  با شکل، یک شکل واحد کامل را رنگ می‌کنیم. سپس یک مربع واحد را به  $100$  قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. برای نمایش  $48/100$ ، باید  $4$  تا  $1/100$  و  $8$  تا  $1/100$  یا  $48$  تا  $1/100$  را رنگ کنیم:



## نمایش عدد با مرتبهی صد روح محور

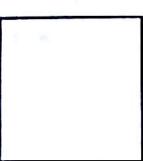
برای نمایش عددی مانند  $1/58$  روی محور، ابتدا به اندازهی یک واحد کامل جلو می‌رویم، سپس واحد بعدی را به  $1/10$  قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم تا  $1/10$  ها به دست بیایند و به اندازهی  $5$  تا  $1/10$  جلو می‌رویم. حال باید قسمت بعدی را به  $1/10$  قسمت دیگر تقسیم کنیم تا صدمها به دست بیایند و به اندازهی  $8$  تا  $1/10$  جلو برویم.



## نوشتن گستردگی عدد اعشاری

برای نوشتن گستردگی یک عدد اعشاری، عدد را در جدول ارزش مکانی قرار می‌دهیم. مثلًاً برای عدد  $0.89$  داریم:

یکان	دهم	صدم
۰	۸	۹



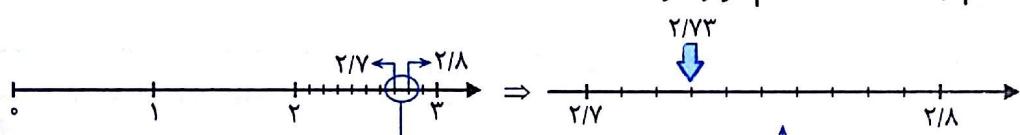
آ) عدد  $2/73$  را روی محور نمایش دهید. این عدد بین کدام دو عدد قرار دارد و به کدام عدد نزدیکتر است؟

ب) اگر هر مربع یک واحد باشد، عدد  $2/35$  را با شکل نشان دهید.

پ) اعداد  $2/71$  و  $60/03$  را به حروف بنویسید.

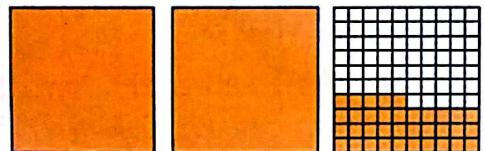
ت)  $2/2$  یعنی ..... تا یک صدم یا ..... یک دهم و ..... یک صدم

ث) عدد  $83/0$  بین ..... دهم و ..... دهم قرار دارد.



پاسخ: آ)

این عدد بین  $2/7$  و  $2/8$  قرار دارد و به  $2/7$  نزدیکتر است.



ب) عدد  $2/35$  از دو قسمت صحیح  $0/35$  تشکیل شده است. پس ابتدا دو واحد کامل را رنگ می‌کنیم. برای نمایش  $0/35$  کافی است  $3$  تا  $1/0$  و  $5$  تا  $0/01$  را رنگ کرده‌ایم.

پ)  $2/21 \leftarrow$  دو و هفتاد و یک صدم ،  $60/03 \leftarrow$  شصت عدد صحیح و سه صدم

تذکرہ: دقت کنید که عدد شصت و سه صدم برابر است با  $63/0$ .

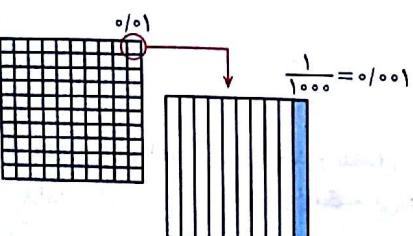
پس در مورد اعدادی که عدد قبل از ممیز و عدد بعد از ممیز آن‌ها صفر است برای این‌که دچار اشتباه نشویم کلمه‌ی «عدد صحیح» را بعد از خواندن قسمت صحیح عدد می‌آوریم.

ت)  $32/0$  یعنی  $32$  تا یک صدم یا  $3$  تا یک دهم و  $2$  تا یک صدم

ث) عدد  $83/0$  بین  $8$  دهم و  $9$  دهم قرار دارد.

## معرفی هزارم

در مربع واحد در شکل مقابل، هر قسمت کوچک برابر  $0/01$  است. حال اگر این قسمت‌های کوچک را به  $10$  قسمت مساوی دیگر تقسیم کنیم، شکل کلاً به  $1000$  قسمت مساوی تقسیم می‌شود و هر یک قسمت کوچک ایجاد شده (قسمت رنگی) برابر با  $\frac{1}{1000}$  مربع است:



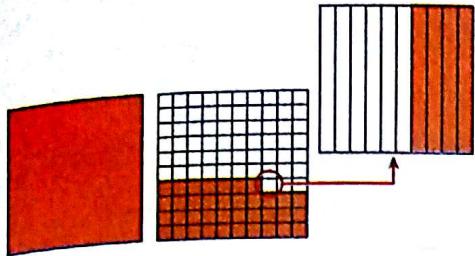
با توجه به شکل، هر  $10$  تا  $0/001$  می‌شود  $1/000$  و هر  $1000$  تا  $0/001$  می‌شود  $1$ .

برای مشخص کردن مرتبهی هزارم در جدول ارزش مکانی، در سمت راست ستون صدم، ستون هزارم را اضافه می‌کنیم:

یکان	دهم	صدم	هزارم
۰	۱	۰	۱

یک هزارم  $\Rightarrow$

## نمایش عدد با مرتبه هزارم به کمک شکل



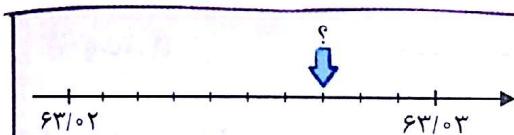
برای نمایش عددی مانند  $1/374$ ، یک مربع واحد کامل را رنگ می‌کنیم. سپس یک مربع واحد را به  $100$  قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم و به اندازه‌ی  $3$  تا  $1/0$  و  $7$  تا  $0/0$  از آن را رنگ می‌زنیم. برای نمایش  $4$  هزارم یکی از قسمت‌های یک صدمی را به  $10$  قسمت تقسیم می‌کنیم و  $4$  تا  $0/001$  از آن را رنگ می‌زنیم:

## نمایش عدد با مرتبه هزارم روی محور

برای نمایش عددی مانند  $2/374$  روی محور، ابتدا به اندازه‌ی  $2$  واحد کامل جلو می‌رویم، سپس واحد بعدی را به  $10$  قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم تا  $1/0$  ها به دست بیایند، به اندازه‌ی  $3$  تا  $1/0$  جلو می‌رویم:

قسمت بعدی را به  $10$  قسمت دیگر تقسیم می‌کنیم تا  $1/0$  ها به دست بیایند و به اندازه‌ی  $7$  تا  $0/0$  جلو می‌رویم:

یک بار دیگر واحد بعدی را به  $10$  قسمت تقسیم می‌کنیم تا  $1/000$  ها به دست بیایند و به اندازه‌ی  $4$  تا  $0/000$  پیش می‌رویم تا به عدد  $2/374$  بررسیم:



آ) در محور اعداد مقابل؟ چه عددی است؟

ب) این عدد را به حروف بنویسید.

پ) گسترده‌ی این عدد را بنویسید.

ت) بزرگ‌ترین رقم و کوچک‌ترین مرتبه‌ی این عدد چیست؟

۷) پاسخ: آ)  $63/027$

ب) شصت و سه و بیست و هفت هزارم

پ)

$$= 60 + 3 + 0/02 + 0/007$$

ت) بزرگ‌ترین رقم عدد  $7$  و کوچک‌ترین مرتبه‌ی این عدد، هزارم است.

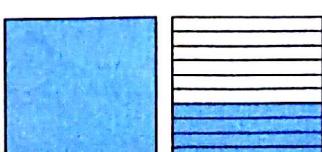
## مقایسه اعداد اعشاری

برای مقایسه اعداد اعشاری ابتدا قسمت صحیح آنها را مقایسه می‌کنیم:

اگر قسمت‌های صحیح برابر بودند رقم‌های قسمت اعشاری را به ترتیب از سمت چپ مقایسه می‌کنیم:

۱)  $63/001 > 53/983$  : مثال  
 $2) 74/251 < 74/301$  : مثال

در اعداد اعشاری، در مقابل عدد (قسمت راست آخرین رقم) هر تعداد صفر قرار بدهیم، عدد تغییر نمی‌کندا  
برای نشان دادن درستی این نکته می‌توانیم برای هر یک از عددها، شکل رسم کنیم:

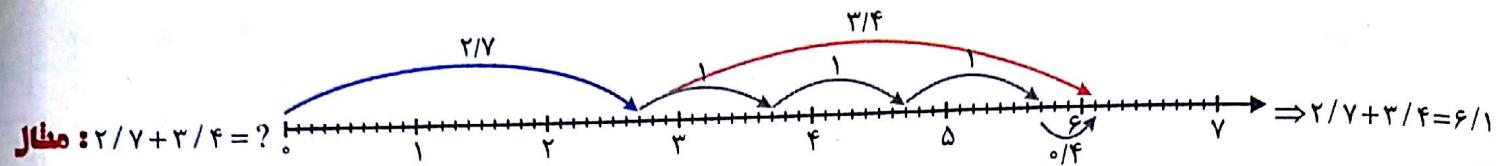


$$1/4 = 1/40 = 1/400 = 1/4000 = \dots$$

# جمع عددهای اعشاری

## جمع عددهای اعشاری به کمک محور

برای جمع کردن عددهای اعشاری به کمک محور، ابتدا به اندازهٔ عدد اول و سپس به اندازهٔ عدد دوم روی محور به جلو حرکت می‌کنیم:



## جمع عددهای اعشاری به کمک جدول ارزش مکانی

**روتر اول:** برای جمع دو عدد اعشاری، اعداد را در جدول ارزش مکانی زیر هم می‌نویسیم و به ترتیب از سمت راست (از کمترین مرتبهٔ رقم‌ها) عمل جمع را انجام می‌دهیم:

مرحلهٔ (۱)				
دهگان	یکان	دهم	صدم	هزارم
۳	۶	۸	۰	
+	۰	۰	۰	۱
۳	۶	۸	۰	۱

مرحلهٔ (۲)

مرحلهٔ (۲)				
دهگان	یکان	دهم	صدم	هزارم
	۳	۶	۸	
+	۰	۰	۰	۲
۳	۶	۸	۰	۱

مرحلهٔ (۳)

مرحلهٔ (۳)				
دهگان	یکان	دهم	صدم	هزارم
	۳	۷	۰	
+	۰	۷	۴	۱
۴	۷	۰	۱	۱

مرحلهٔ (۴)

مرحلهٔ (۴)				
دهگان	یکان	دهم	صدم	هزارم
	۴	۴	۰	۱
+	۵			
۹	۴	۰	۰	۱

مرحلهٔ (۵)

مرحلهٔ (۵)				
دهگان	یکان	دهم	صدم	هزارم
	۹	۴	۰	۱
+	۰			
۱	۹	۴	۰	۱

حاصل جمع  $\Rightarrow ۱۹/۴۰۱$

این اعداد را می‌توانیم بدون جدول ارزش مکانی هم جمع کنیم، اما باید آن‌ها را طوری زیر هم بنویسیم که ممیزها زیر هم باشند و جمع را از سمت راست انجام می‌دهیم:

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \\ 0 \ 3/680 \\ + 15/221 \\ \hline 19/401 \end{array}$$

باشد و جمع را از سمت راست انجام می‌دهیم:

**روتر دوم:** بعد از نوشتن اعداد در جدول ارزش مکانی عمل جمع را از سمت چپ (یعنی از بزرگ‌ترین مرتبه) انجام می‌دهیم:

**مثال:**  $2/71 + 13/187 = ?$

مرحلهٔ (۱)

مرحلهٔ (۱)				
دهگان	یکان	دهم	صدم	هزارم
۰	۲	۷	۱	
۱				
۱				

مرحلهٔ (۲)

مرحلهٔ (۲)				
دهگان	یکان	دهم	صدم	هزارم
۱	۲	۷	۱	
۰	۳			
۱	۵			

مرحلهٔ (۳)

مرحلهٔ (۳)				
دهگان	یکان	دهم	صدم	هزارم
۱	۵	۷	۰	
۰	۰			
۱	۵	۷	۰	

مرحلهٔ (۴)

مرحلهٔ (۴)				
دهگان	یکان	دهم	صدم	هزارم
۱	۵	۸	۱	
۰	۰	۰	۸	
۱	۵	۸	۹	

مرحلهٔ (۵)

مرحلهٔ (۵)				
دهگان	یکان	دهم	صدم	هزارم
۱	۵	۸	۹	۰
۰	۰	۰	۰	۷
۱	۵	۸	۹	۷

حاصل جمع  $\Rightarrow ۱۵/۸۹۷$

این جمع را بدون جدول هم می‌توانیم انجام دهیم، فقط باید دقیق کنیم که ممیزها زیر هم قرار بگیرند و عمل جمع را از سمت چپ انجام می‌دهیم.

**توجه:** همین‌طور که تا الان دیدیم، در جمع اعداد، باید رقم‌هایی که هم مرتبه هستند، زیر هم قرار بگیرند.

آ) آیا جمع مقابله میان این دو اعداد صحیح انجام شده است؟ چرا؟

ب) جواب صحیح جمع را بیابید.

**پاسخ:** آ) خیر، زیرا با نوشتن عده‌ها زیر هم (در جدول ارزش مکانی) باید رقم‌های هم مرتبه را با هم جمع کنیم. اما در اینجا جمع به صورت مقابله انجام شده است که اشتباه می‌باشد.

ب) اگر عده‌ها را در جدول ارزش مکانی قرار دهیم، ممیزها زیر هم و رقم‌های هم مرتبه زیر هم قرار می‌گیرند و بعد اعداد را از سمت راست با هم جمع می‌کنیم:

رقم‌های مرتبه‌ی صدم و دهم  
جمع شده‌اند که اشتباه است.

رقم‌های مرتبه‌ی هزارم و صدم  
جمع شده‌اند که اشتباه می‌باشد.

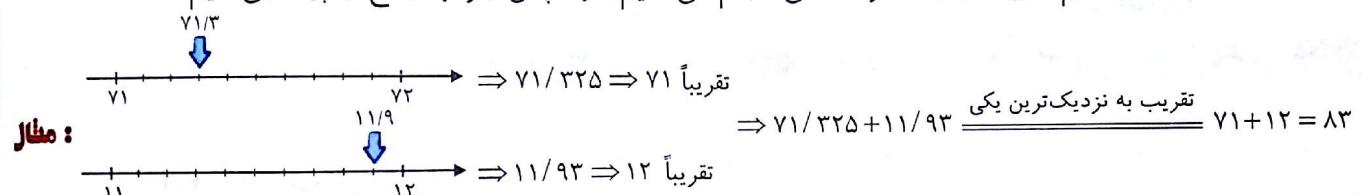
$$\begin{array}{r} 4/341 \\ + 2/37 \\ \hline 6/211 \end{array}$$

گاهی برای انجام سریع و پیدا کردن جواب تقریبی جمع عده‌های اعشاری از تقریب استفاده می‌کنیم.

**دوقر اول (حذف ارقام اعشاری):** قسمت اعشاری عدد را حذف کرده و حاصل جمع را می‌باییم.

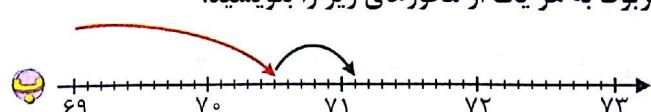
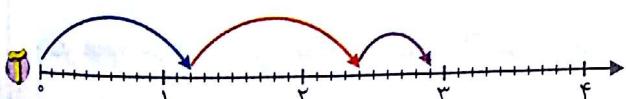
تقریب با حذف ارقام اعشاری  $71+11=82$

**دوقر دوم (تقریب به نزدیک‌ترین یکی):** رقم‌های صحیح و رقم دهم عدد اعشاری را در نظر می‌گیریم. مثلاً در عدد  $71/325+11/93$  فقط  $71/3$  را در نظر می‌گیریم. حالا با توجه به محل قرارگیری عدد روی محور، نزدیک‌ترین عدد صحیح روی محور به این عدد را مشخص می‌کنیم (این کار را معمولاً ذهنی انجام می‌دهیم). و سپس جواب جمع را پیدا می‌کنیم.



## خدوت حل کن... ۶ پاسخ کامل

۱۹ جمع مربوط به هر یک از محورهای زیر را بنویسید.



۲۰ حاصل جمع‌های زیر را به کمک محور بیابید.

۲۱ ۳/۲+۴/۷

۲۲ ۰/۳+۶/۱

۲۳ ۰/۹+۹۲/۳

حاصل جمع‌های زیر را به کمک جدول ارزش مکانی بیابید.

(جمع از سمت راست)  $47/01+36/001$

۲۴ جمع از سمت چپ

جاهای خالی را کامل کنید.

یکان	دهم	صدم	هزارم
۳	۷	۲	
.	.	.	۳
۳	۷	۲	

یکان	دهم	صدم	هزارم
۳			
۴			
۹	۹	۲	۴

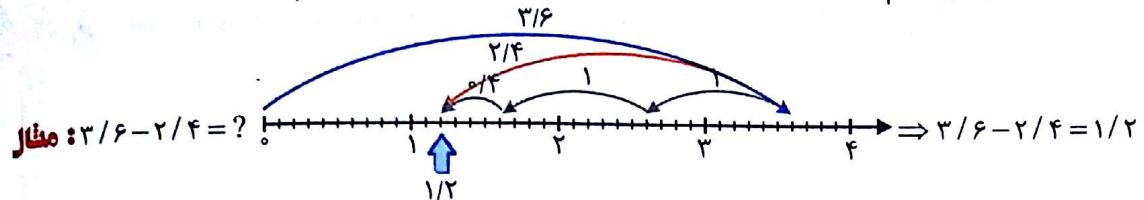
$$\Rightarrow (3/ \square 2 \square) + (\square / 273) = \square$$

یکان	دهم	صدم	هزارم
۳	۷		
.	۲		
۳			۴

## تفریق اعداد اعشاری

## تفریق اعداد اعشاری به کمک محور

ابتدا روی محور به اندازهٔ عدد اول جلو می‌رویم و سپس به اندازهٔ عدد دوم به عقب بر می‌گردیم.



## تفریق اعداد اعشاری به کمک جدول ارزش مکانی

**روتر اول:** برای تفریق اعداد اعشاری، آن‌ها را در جدول ارزش مکانی زیر هم می‌نویسیم و سپس تفریق را از چپ به راست انجام می‌دهیم:

مرحلهٔ (۱)				
یکان	دهم	صدم	هزارم	
۳	۶	۷	۲	
- ۱				
۲	۶	۷	۲	

مرحلهٔ (۲)				
یکان	دهم	صدم	هزارم	
۲	۶	۷	۲	
- ۱	۴			
۲	۱	۷	۲	

مرحلهٔ (۳)				
یکان	دهم	صدم	هزارم	
۲	۲	۷	۲	
- ۱	۰			
۲	۱	۵	۲	

مرحلهٔ (۴)				
یکان	دهم	صدم	هزارم	
۲	۲	۵	۲	
- ۰	۰	۰	۱	
۲	۲	۵	۱	

$$\Rightarrow \frac{3}{672} - \frac{1}{421} = \frac{2}{251}$$

**روتر دوم:** باز هم اعداد اعشاری اول را در جدول ارزش مکانی قرار می‌دهیم و این بار تفریق از راست انجام می‌شود.

مرحلهٔ (۱)				
یکان	دهم	صدم	هزارم	
۳	۶	۷	۲	
- ۰	۰	۰	۱	
۳	۶	۷	۱	

مرحلهٔ (۲)				
یکان	دهم	صدم	هزارم	
۳	۶	۷	۱	
- ۰	۰	۲		
۳	۶	۵	۱	

مرحلهٔ (۳)				
یکان	دهم	صدم	هزارم	
۲	۶	۵	۱	
- ۰	۴			
۲	۱	۵	۱	

مرحلهٔ (۴)				
یکان	دهم	صدم	هزارم	
۲	۲	۵	۱	
- ۱				
۲	۱	۵	۱	

$$\Rightarrow \frac{3}{672} - \frac{1}{421} = \frac{2}{251}$$

**تذکرہ:** در محاسبهٔ حاصل تفریق با این روش نیازی نیست که حتماً جدول ارزش مکانی را بکشیم، می‌توانیم عددہا را زیر هم بنویسیم طوری که ممیزها زیر هم باشند و رقم‌های هم مرتبه از هم کم شوند.

**روتر سوم (محاسبه):**

**مثال:** برای پیدا کردن حاصل  $\frac{498}{631} - \frac{1}{421}$  می‌دانیم که  $631 - 498 = 133$  تا هزارم و  $0 - 0 = 0$  یعنی  $498 - 631 = 133$  تا هزارم، پس:

$$\begin{array}{r} 5121 \\ 498 \\ \hline 133 \end{array} \Rightarrow \text{حاصل تفریق می‌شود } 133 \text{ تا هزارم یعنی } \frac{133}{631} \text{ یعنی } \frac{133}{133} \text{ تا هزارم}$$

نکته: عدد  $1421$  یعنی  $235$  هزارم و عدد  $142$  یعنی  $142$  هزارم

$$5/221 - 1/91 = ?$$

- آ) حاصل تفاضل مقابله با جدول ارزش مکانی باید.  
 ب) اختلاف دو عدد  $1/28$  و  $3/421$  را با روش سوم و بدون جدول ارزش مکانی باید.

پسخ: آ) می‌توانیم جدول ارزش مکانی را بکشیم و یا عده‌ها را طوری زیر هم بنویسیم که ممیزها زیر هم باشند و رقم‌های هم مرتبه زیر هم قرار بگیرند.

$$\begin{array}{r} \text{روش دوم:} \\ 4 \ 17 \\ - 1 \ \cancel{2} \ 1 \\ \hline 3 \ 811 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5/221 \\ - 1/910 \\ \hline 4/221 \\ - 1/910 \\ \hline 3/821 \\ - 10 \\ \hline 3/811 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 312 \\ 3 \cancel{2} \ 1 \\ - 1280 \\ \hline 2141 \end{array}$$

ب) عدد  $1/28$  یعنی ۱۲۸۰ هزار و عدد  $3/421$  یعنی ۳۴۲۱ هزار، پس اختلاف آن‌ها برابر است با  $2141$  هزار یعنی  $2/141$ .

## خطوت ۶ پسخ کامل

جاهای خالی را کامل کنید.

۳۵) ۰ یعنی ..... تا هزار و دو صدم یعنی ..... تا هزار

۳۶) اختلاف ۲ لیتر شیر و  $1/24$  لیتر شیر برابر است با ..... لیتر

حاصل تفاضل‌های زیر را به کمک جدول ارزش مکانی باید.

(از راست به چپ)  $64/782 - 23/251$

با کامل کردن جدول، حاصل تفاضل‌ها را به دست آورید.

?	?	?	?	?
3	9	1	4	5
0	0	1	9	3

۳۷) تفاضل‌های زیر را روی محور نمایش دهید و حاصل را باید.

(از چپ به راست)  $63/7 - 2/4$

۳۸) تفاضل مربوط به هر شکل را بنویسید.



۳۹) جاهای خالی را با ارقام مناسب پر کنید.

$$\begin{array}{r} 27/832 \\ - 19/829 \\ \hline 3/943 \end{array}$$

۴۰) حاصل تفاضل‌های زیر را به روش کلامی باید.

(از چپ به راست)  $3/009 - 1/4$

دانش آموزی تفاضل‌های زیر را نادرست انجام داده است. دلیل نادرستی کار او را بیان کرده و حاصل صحیح تفاضل‌ها را باید.

$$T) ۹/۴۳۵ - ۰/۸۶۹ = ۰/۷۴۵ \quad ۵/۴ - ۴/۳۶ = ۱/۳۶ \quad ۵/۹۸/۲ - ۰/۲۴۷ = ۰/۳۵۱۲$$

حاصل تفریق‌های زیر را به کمک جدول ارزش مکانی بیابید.

۵۲ ۷۶۳ - ۱۶ / ۹۴

۷۳ / ۹۴۲ - ۲۳ / ۴۶۹

۳۲ / ۹ - ۹ / ۶۳۲ (از چپ به راست)

۵۲

تفریق‌های زیر را روی محور نمایش دهید و حاصل آنها را بیابید.

۵۳ ۳۲ / ۹ - ۲ / ۷

۲۵ / ۷ - ۱۰ / ۶

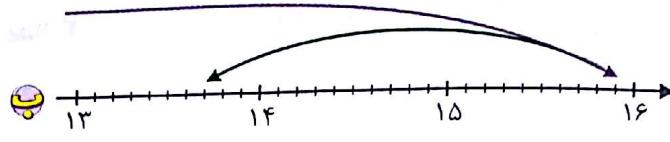
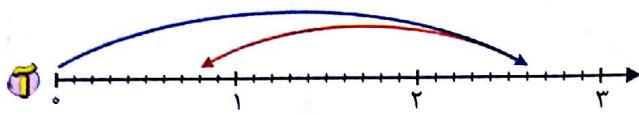
۳ / ۷ - ۲ / ۱

۴ / ۸ - ۳ / ۹

۵۳

تفریق مربوط به هر شکل را بنویسید.

۵۴



جاهاي خالي را با ارقام مناسب پر کنيد.

۵۵

$$3 \frac{2}{1} - 1 \frac{6}{1} = 2 \frac{9}{4} - 2 \frac{2}{2}$$

$$2 \frac{1}{1} - 1 \frac{1}{1} = 3 \frac{7}{4} - 4 \frac{2}{9}$$

$$5 \frac{7}{4} - 4 \frac{1}{1} = 9 \frac{4}{4} - 4 \frac{2}{8}$$

$$2 \frac{1}{2} - 1 \frac{5}{2} = 7 \frac{9}{4} - 4 \frac{6}{6}$$

۵۶

حاصل تفریق‌های زیر را به روش کلامی بیابید.

۰ / ۶۲۳ - ۰ / ۰۹۴

۱ / ۷۴ - ۰ / ۹۴۲

۲ / ۰۶۳ - ۱ / ۹۴

۳۴ / ۹ - ۲۷ / ۶۳

۵۶

حاصل تفریق‌های زیر نادرست نوشته شده‌اند، دلیل نادرستی را بیان کرده، پاسخ صحیح تفریق را بیابید.

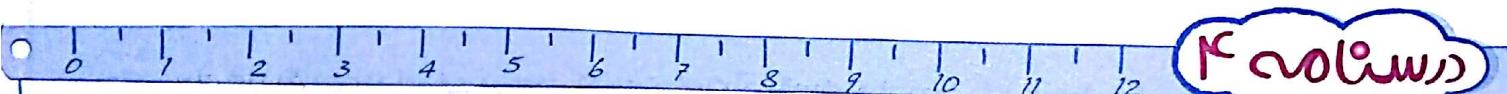
۵۷

$$7 / 947 - 0 / 423 = 3 / 717 \quad 342 / 6 - 0 / 37 = 328 / 9 \quad 7 - 2 / 91 = 5 / 91$$

۵۷

در یک قنادی ۵۰ کیلوگرم شکر خریداری شده بود و در پایان هفته ۱۲ / ۶۳۲ کیلوگرم از آن باقی مانده بود. مقدار شکر مصرفی در این هفته چند کیلوگرم و چند گرم بوده است؟

۵۸



## درس ۵۸

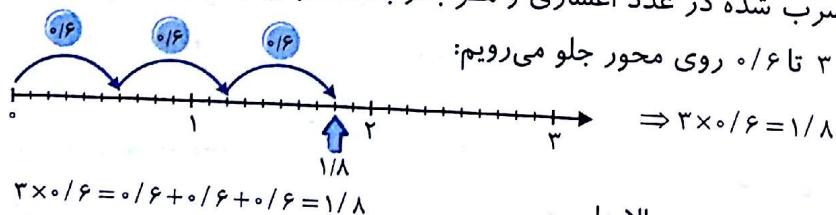
### ضرب اعداد اعشاری

در ضرب دو یا چند عدد، به عدهایی که در هم ضرب می‌شوند، عامل‌های ضرب و به حاصل آنها حاصل ضرب می‌گوییم  
۳ و ۷ عامل‌های ضرب هستند.  $\Rightarrow 3 \times 7 = 21$  : **مثلاً**

### ضرب یک عدد در عدد اعشاری

برای محاسبه ضرب یک عدد در یک عدد اعشاری از یکی از روش‌های زیر عمل می‌کنیم:  
**روتر اول (رسم محور):** روی محور به تعداد عدد ضرب شده در عدد اعشاری و هر بار به اندازه‌ی عدد اعشاری پیش

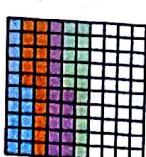
می‌رویم. مثلاً برای محاسبه  $3 \times 0 / 6$ ، به اندازه‌ی ۳ تا  $6 / 0$  روی محور جلو می‌رویم:



از روی هر ضرب می‌توانیم یک جمع بنویسیم، با توجه به محور بالا داریم:

**روتر دوم (رسم شکل):** واحدایی را در نظر می‌گیریم که به  $100$  قسم تقسیم شده‌اند، به تعداد عدد ضرب شده در عدد

اعشاری و هر بار به اندازه‌ی عدد اعشاری از شکل را رنگ می‌کنیم:



۴ × ۰ / ۱۵ = ? : **مثلاً**

$$0 / 6 + 0 / 6 + 0 / 6 + 0 / 6 = 0 / 24 \Rightarrow 4 \times 0 / 15 = 0 / 6$$

## ضرب یک عدد اعشاری در یک عدد اعشاری

**روتر اول:** ابتدا عدهای اعشاری را به صورت کسر می‌نویسیم و ضرب را انجام می‌دهیم و کسر به دست آمده را دوباره به عدد اعشاری تبدیل می‌کنیم:

**روتر دوم:** حاصل ضرب دو عدد را بدون در نظر گرفتن ممیز حساب می‌کنیم و به اندازهٔ مجموع تعداد رقم‌های اعشاری دو عدد در حاصل ضرب ممیز قرار می‌دهیم.

$$\begin{array}{r} 6/21 \\ \times 4/7 \\ \hline 4347 \\ + 24840 \\ \hline 29187 \end{array}$$

رقم اعشار  $\frac{3}{29187}$

مثال ۱

$$\begin{array}{r} 0/144 \\ \times 0/25 \\ \hline 144 \\ 0/25 \\ \hline 1720 \\ + 2880 \\ \hline 0/03600 \end{array}$$

رقم اعشار  $\frac{5}{0/03600}$

مثال ۲

**مثال ۳** در مثال ۲ دقیق کنید که چون تعداد رقم‌های اعشاری ۵ تا است و تعداد رقم‌های حاصل ضرب کمتر است پشت عدد، یک صفر اضافه می‌کنیم.

برای پنجره‌ای به شکل مستطیل، شیشه‌ای به طول  $1/2$  و عرض  $85/0$  متر لازم است.

(آ) مساحت شیشه‌ی مورد نیاز برای این پنجره چقدر است؟

(ب) مساحت ۳ شیشه با همین اندازه‌ها چقدر است؟

$$\begin{array}{r} 1/020 \\ \times 3 \\ \hline 3/060 \end{array}$$

رقم اعشار  $\frac{3}{3/060}$

مثال ۴

$$\begin{array}{r} \text{پنج: آ)} \text{ عرض} \times \text{طول} = \text{مساحت مستطیل} \\ 0/85 \times 1/2 = 85/12 \\ \hline 170 \\ 1/020 \quad \text{رقم اعشار} \\ + 85/0 \\ \hline 1020 \quad \text{مساحت شیشه} \end{array}$$

مثال ۵

**مثال ۶** برای ضرب کردن عدد اعشاری در عددی که سمت راست آن رقم‌های صفر وجود دارد، می‌توانیم ضرب را بدون در نظر گرفتن صفرها و ممیزها انجام دهیم و سپس به تعداد صفرها از تعداد رقم‌های اعشاری کم می‌کنیم و در حاصل ضرب ممیز قرار می‌دهیم.

$$\begin{array}{r} 3 \text{ رقم اعشار} \\ \overbrace{300 \times 0/112}^{\text{روتر دوم}} = 33/600 \\ \downarrow \\ 300 \times 112 = 33600 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \text{ رقم اعشار} = 3 - 2 \\ \overbrace{300 \times 0/112}^{\text{روتر اول}} = 33/6 \\ \downarrow \\ 3 \times 112 = 336 \end{array}$$

حاصل ضرب‌های زیر را به دست آورید.

(آ)  $1/7 \times 0/08$

$$\begin{array}{r} 3 \text{ رقم اعشار} \\ \overbrace{1/7 \times 0/08}^{\text{پنج: آ)}} = 0/136 \\ \downarrow \\ 17 \times 8 = 136 \end{array}$$

مثال ۷

$$\begin{array}{r} 5 \text{ رقم اعشار} \\ \overbrace{0/125 \times 0/44}^{\text{ب)}} = 0/05500 = 0/055 \\ \downarrow \\ 125 \times 44 = 5500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \text{ رقم اعشار} \\ \overbrace{200 \times 0/073}^{\text{روش دوم: }} = 14/6 \\ \downarrow \\ 2 \times 73 = 146 \end{array}$$

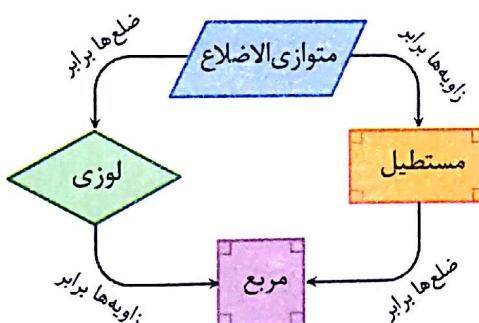
$$\begin{array}{r} 3 \text{ رقم اعشار} \\ \overbrace{200 \times 0/073}^{\text{پ) روش اول: }} = 14/600 \\ \downarrow \\ 200 \times 73 = 14600 \end{array}$$

## درس ۱۵۰

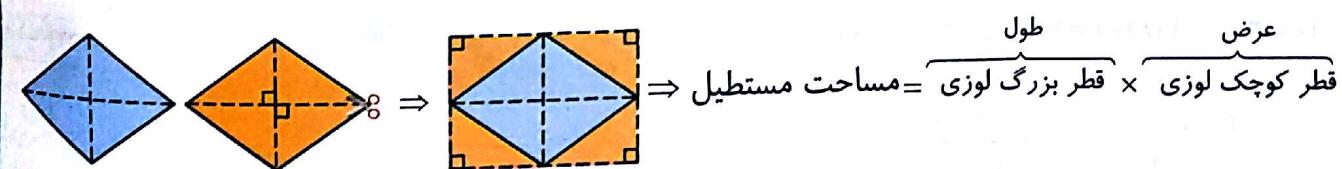
## محات لوزی و نظریه

**یادآوری** در سال گذشته یاد گرفتیم که متوازی‌الاضلاع یک چهارضلعی است که ضلع‌های روبروی آن با هم مساوی و موازی هستند و داریم:

مربع	لوزی	مستطیل	متوازی‌الاضلاع	ویژگی	هستند و داریم:
✓	✓	✓	✓	ضلع‌های روبرو برابرند.	
✓	✗	✓	✗	قطرها برابرند.	
✓	✓	✓	✓	قطرها همیگر را نصف می‌کنند.	
✓	✓	✗	✗	قطرها بر هم عمود هستند.	
ضلع × ضلع	?	قاعده × ارتفاع	عرض × طول	مساحت	

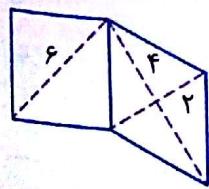
**مساحت لوزی**

برای پیدا کردن دستور کلی مساحت لوزی، دو لوزی هماندازه را در نظر می‌گیریم و یکی از آن‌ها را از روی قطرها برش می‌زنیم. داریم:



چون مستطیل از دو تا لوزی هماندازه به دست آمده است، داریم:  $\text{مساحت لوزی} = \frac{(\text{قطر کوچک لوزی} \times \text{قطر بزرگ لوزی})}{2}$

مساحت شکل مقابل را که از یک لوزی و یک مربع تشکیل شده است، پیدا کنید.



$$\text{مساحت لوزی} = \frac{(4 \times 8)}{2} = 32 \quad \text{مساحت مربع} = 4 \times 4 = 16$$

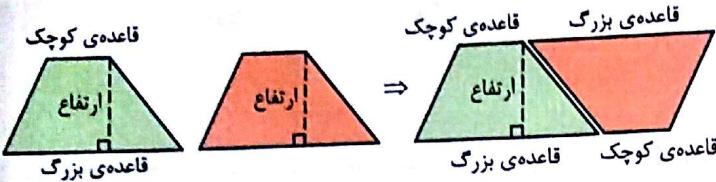
پس:

**نکته** اگر در یک لوزی، قطرها برابر باشند، یک مربع به دست می‌آید. پس می‌توانیم مساحت مربع را هم مانند مساحت لوزی به دست پیدا کنیم.

$$\text{مساحت شکل} = 18 + 16 = 34 \quad \text{مساحت مربع} = 6 \times 6 = 36$$

## مساحت ذوزنقه

برای پیدا کردن مساحت ذوزنقه، دو ذوزنقه‌ی هماندازه را در نظر می‌گیریم. داریم:

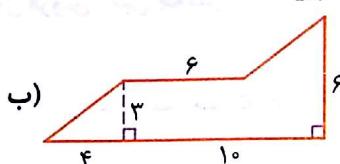
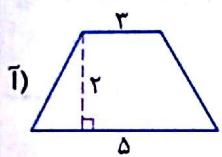


با به هم چسباندن این دو ذوزنقه، یک متوازی‌الاضلاع به دست می‌آید و مساحت آن برابر است با:

$$\text{ارتفاع} \times (\text{مجموع دو قاعدهٔ ذوزنقه}) = \text{ارتفاع} \times (\text{قاعدهٔ کوچک} + \text{قاعدهٔ بزرگ}) = \text{مساحت متوازی‌الاضلاع}$$

چون متوازی‌الاضلاع از دو تا ذوزنقه به دست آمده است، داریم:

مساحت شکل‌های زیر را به دست آورید.



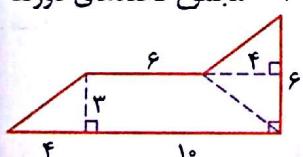
$$\checkmark \text{ پاسخ: (آ)} \quad \text{مساحت ذوزنقه} = (3+5) \div 2 = 16 \div 2 = 8$$

ب) با رسم یک خط، شکل به ۳ قسمت تقسیم می‌شود، پس:

$$(3 \times 4) \div 2 = 12 \div 2 = 6$$

$$6 \times 3 = 18$$

$$\text{مساحت شکل} = 6 + 18 + 18 = 42$$



**تذکرہ:** این شکل را می‌توانید به صورت مقابل هم تقسیم کرده و مساحت آن را بیابید:

## ضدّ حل کن... ب پاسخ کامل

جاهاي خالي را با اعداد يا کلمات مناسب کامل کنيد.

۱ مساحت لوزی برابر است با ..... تقسیم بر ۲

۲ اگر قطر یک مربع ۲ سانتی‌متر باشد، مساحت آن برابر است با ..... سانتی‌مترمربع

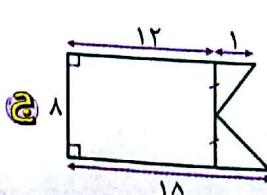
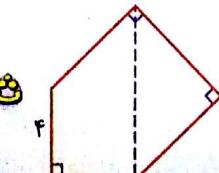
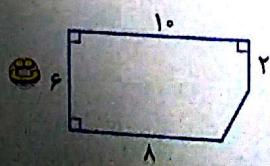
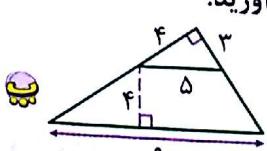
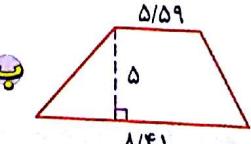
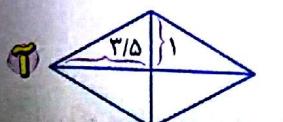
۳ درستی يا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

۴ هر لوزی یک مربع است.

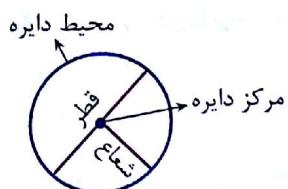
۵ در لوزی قطرها با هم مساوی و بر هم عمود هستند.

۶ از به هم چسباندن دو ذوزنقه‌ی مساوی یک مستطیل به دست می‌آید.

۷ مساحت هر یک از شکل‌های زیر را به دست آورید.



## محیط دایره



## دایره

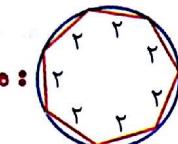
در شکل مقابل یک دایره و اجزاء مختلف آن نشان داده شده است:

## محیط دایره

برای پیدا کردن تقریبی محیط یک دایره به کمک خط کش، تعدادی نقطه روی محیط دایره در نظر می‌گیریم و آنها را به هم وصل می‌کنیم تا یک چندضلعی داخل دایره به وجود بیاید. حالا محیط این چندضلعی را به کمک خط کش اندازه می‌گیریم تا تقریبی از محیط دایره را پیدا کنیم:

$$\text{تقریباً} \quad \text{محیط چندضلعی} = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 14$$

**مثال :**



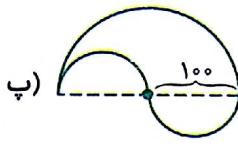
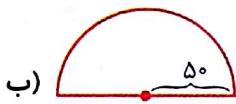
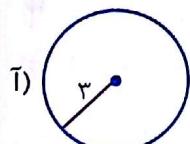
(توجه) هر چه تعداد نقطه‌هایی که در نظر می‌گیریم بیشتر باشد، تقریب بهتری از محیط دایره را به دست می‌آوریم.

در هر دایره نسبت محیط دایره به قطر آن تقریباً  $\frac{3}{14}$  است. به این عدد، عدد پی گفته می‌شود.

پس برای پیدا کردن محیط دایره از رابطه‌ی زیر کمک می‌گیریم:

$$\text{عدد پی} \times \text{قطر} = \text{محیط دایره} \quad \text{یا} \quad \text{عدد پی} / 14 \times \text{قطر} = \text{محیط دایره}$$

محیط شکل‌های زیر را حساب کنید.



$$\text{قطر دایره} = 2 \times 3 = 6 \Rightarrow \text{محیط دایره} = \text{عدد پی} \times \text{قطر} = \frac{6 \times 314}{14} = 18.84 \quad \text{رقم اعشار ۲}$$

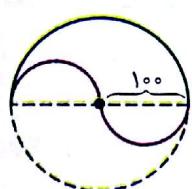
پسخ: (آ)

(ب) محیط داده شده از نصف محیط دایره و یک قطر آن تشکیل شده است:

$$\text{قطر} = 2 \times 50 = 100 \Rightarrow \text{نصف محیط دایره} = \frac{100 \times 3}{14} = 31.4$$

$$\text{نصف محیط دایره} + \text{قطر} = 31.4 + 100 = 131.4$$

(پ) محیط شکل داده شده از دو بخش تشکیل شده است: محیط یک نیم‌دایره با شعاع ۱۰۰ (قسمت سبز رنگ) و محیط یک دایره با قطر ۱۰۰ (قسمت بنفش رنگ)، پس داریم:



$$\text{قطر دایره} = 2 \times 100 = 200 \Rightarrow \text{نصف محیط دایره} = \frac{200 \times 3}{14} = 42.8 \quad \text{رقم اعشار ۲}$$

$$31.4 + 42.8 = 74.2$$

$$\text{قطر دایره} = 2 \times 100 = 200 \Rightarrow \text{نصف محیط دایره} = \frac{200 \times 3}{14} = 42.8$$

$$42.8 + 42.8 = 85.6$$

پس:

## خود... حل... لغت... ۶ پاسخ کامل

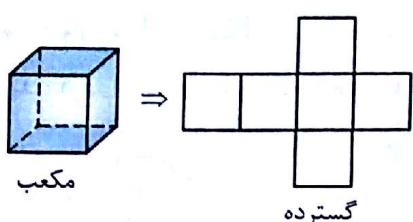
درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

۱) نسبت محیط دایره به شعاع آن تقریباً برابر  $\frac{3}{14}$  است.

۲) اگر شعاع دایره ۳ برابر شود، محیط آن هم ۳ برابر می‌شود.

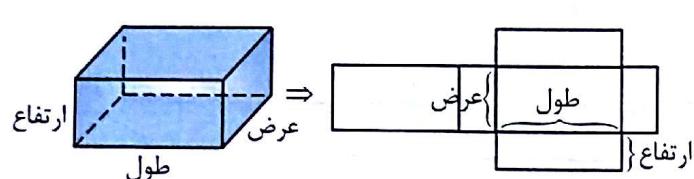
۳) عقریه‌ی ساعت‌شمار در مدت ۲۴ ساعت، یک دور کامل محیط دایره را طی می‌کند.

## حجم



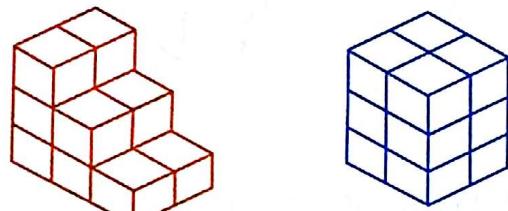
**مکعب**  
به شکل مقابله مکعب (یا چینه) گفته می‌شود. در مکعب همه اضلاع با هم مساوی هستند:

همان‌طور که در گسترده مکعب دیده می‌شود، مکعب شامل ۶ وجه (سطح) است که همه آنها مربع و با هم مساوی می‌باشند.



**مکعب مستطیل**  
به شکل مقابله مکعب مستطیل گفته می‌شود.

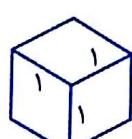
همان‌طور که در گسترده مکعب مستطیل دیده می‌شود، مکعب مستطیل شامل ۶ وجه (سطح) است که وجه‌های رویه را با هم مساوی هستند.



به شکل‌های مقابله دقیق کنید:

هر یک از شکل‌های رویه را از ۱۲ مکعب کوچک تشکیل شده‌اند، اگر هر مکعب کوچک را یک واحد در نظر بگیریم می‌توانیم بگوییم که حجم هر یک از شکل‌ها ۱۲ واحد است. پس نتیجه می‌گیریم که حجم یک شکل با تغییر شکل ظاهری آن تغییر نمی‌کند.

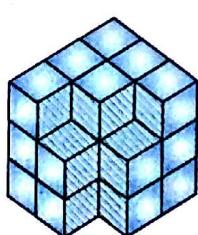
در شکل‌های بالا، واحد اندازه‌گیری بود. حال اگر واحد اندازه‌گیری را به صورت زیر در نظر بگیریم، حجم هر یک از شکل‌ها ۶ واحد می‌شود.



بنابراین برای این‌که در اندازه‌گیری حجم با واحدهای مختلف، اندازه‌های متفاوتی برای یک شکل به دست نیاید، از مکعب استاندارد استفاده می‌کنیم که طول هر یک از اضلاع آن ۱ سانتی‌متر است.

حجم مکعب واحد، ۱ سانتی‌متر مکعب است.

شکل مقابل، با مکعب‌های واحد پر شده است. حجم این شکل چند واحد است؟



ردیف اول

ردیف دوم

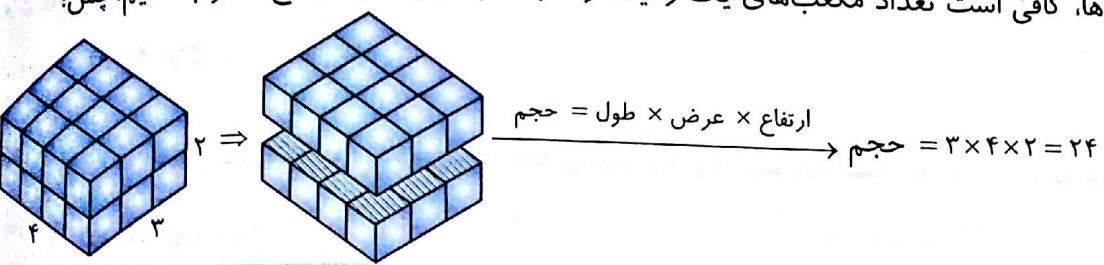
پاسخ: تعداد مکعب‌های هر ردیف را می‌شماریم و آنها را با هم جمع می‌کنیم:  
ردیف سوم



حجم شکل ۲۲ سانتی‌متر مکعب است.  $\Rightarrow 8 + 8 + 6 = 22$  تعداد مکعبها  $\Rightarrow 6$

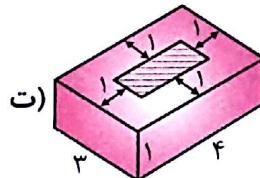
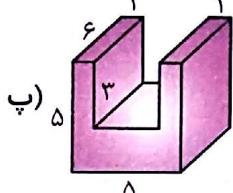
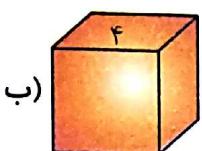
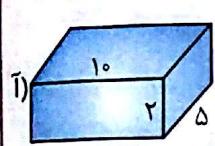
## حجم مکعب مستطیل

برای پیدا کردن حجم یک مکعب مستطیل از رابطه‌ی کلی روبه‌رو استفاده می‌کنیم: ارتفاع × عرض × طول = حجم مکعب مستطیل به عنوان مثال در شکل زیر با ضرب کردن طول و عرض، تعداد مکعب‌های واحد در هر ردیف به دست می‌آید و سپس برای پیدا کردن تعداد تمام مکعب‌ها، کافی است تعداد مکعب‌های یک ردیف را در تعداد ردیف‌ها (ارتفاع) ضرب کنیم. پس:



**توضیح** مکعب نوعی مکعب مستطیل است که اندازه‌ی تمام ضلع‌های آن برابر است، پس: ضلع × ضلع × ضلع = حجم مکعب

حجم هر یک از شکل‌های زیر را به دست آورید.



پ) مساحت آ)

$$= 10 \times 2 \times 5 = 100 \text{ حجم مکعب مستطیل}$$

$$= 4 \times 4 \times 4 = 64 \text{ حجم مکعب}$$

پ) روش اول: شکل از ۲ تا مکعب مستطیل با اندازه‌های ۱، ۳ و ۶ (۲ تا مکعب بنفس) و یک مکعب مستطیل با اندازه‌های ۲، ۵ و ۶ (مکعب هاشورخورده) تشکیل شده است. پس:

$$= 18 \times 2 = 36 \text{ حجم قسمت بنفس} \Rightarrow 3 \times 1 \times 6 = 18 = \text{حجم هر یک از مکعب مستطیل‌های بنفس}$$

$$= 2 \times 5 \times 6 = 60 \text{ حجم مکعب مستطیل هاشورخورده}$$

$$= 36 + 60 = 96 \text{ حجم کل} \Rightarrow$$

روش دوم: شکل از یک مکعب مستطیل بزرگ با اندازه‌های ۵، ۶ و ۵ تشکیل شده است که یک مکعب مستطیل با اندازه‌های ۳، ۲ و ۶ از آن حذف شده است، پس:

$$= 3 \times 3 \times 6 = 54 \text{ حجم مکعب مستطیل کوچک حذف شده}$$

$$= 5 \times 5 \times 6 = 150 \text{ حجم مکعب مستطیل بزرگ}$$

$$\Rightarrow 150 - 54 = 96 \text{ حجم کل}$$

**تذکرہ** روش‌های دیگری هم برای حل این سؤال وجود دارد!

ت)

$$= 4 \times 1 \times 3 = 12 \text{ حجم مکعب مستطیل بزرگ}$$

$$= 1 \times 2 \times 1 = 2 \text{ حجم مکعب مستطیل وسط که حذف شده است.}$$

$$\Rightarrow 12 - 2 = 10 \text{ حجم کل}$$

## ضدّ حل کن... ب پاسخ کامل

درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

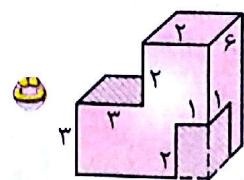
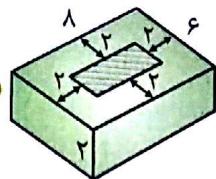
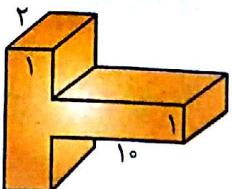
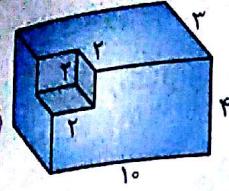
۲۵

برای اندازه‌گیری حجم از واحدی به نام سانتی‌مترمربع استفاده می‌کنیم.

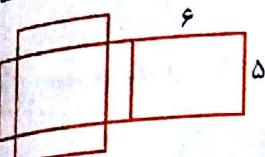
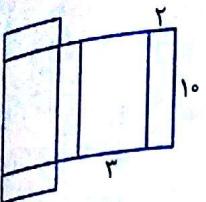
یک سانتی‌متر مکعب، حجم مکعب مستطیلی به طول، عرض و ارتفاع ۲ است.

مکعب مستطیل شامل ۶ وجه است که ۴ وجه آن با هم مساوی هستند.

حجم هر یک از شکل‌های زیر را حساب کنید.



۳۶ گستردگی یک مکعب مستطیل در شکل مقابل رسم شده است. حجم آن را بباید.

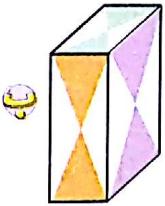
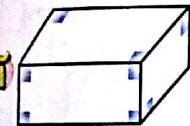


۳۷ حجم یک مکعب مستطیل برابر  $300$  سانتی‌مترمکعب و طول و عرض آن به ترتیب  $6$  و  $5$  سانتی‌متر است. محیط گستردگی این مکعب مستطیل چند سانتی‌متر است؟

۳۸ در یک کارتون مکعب مستطیل شکل به ابعاد  $5$ ،  $10$  و  $15$  سانتی‌متری، چند جعبه‌ی پودر ماشین لباسشویی به ابعاد  $5$ ،  $10$  و  $25$  سانتی‌متری جا می‌شود؟

۳۹ از یک مکعب مستطیل به طول، عرض و ارتفاع  $100$ ،  $20$  و  $30$  سانتی‌متری، یک مکعب به ضلع  $20$  سانتی‌متر جدا کرده‌ایم. نسبت حجم مقدار کم شده به مقدار باقی‌مانده چهقدر است؟

۴۰ گستردگی شکل‌های زیر را رسم کنید.



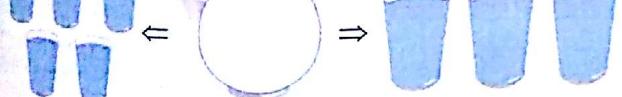
## درس ۱۰

### گنجایش

#### گنجایش

برای بیان کردن مقدار حجمی از یک مایع که در یک ظرف جا می‌شود از کلمه‌ی «گنجایش» استفاده می‌شود. مثلاً با توجه به شکل رو به رو می‌گوییم «گنجایش این پارچ  $3$  لیوان است». یا «گنجایش پارچ  $5$  استکان است».

در شکل مقابل گنجایش لیوان‌ها از گنجایش استکان‌ها بیشتر است.



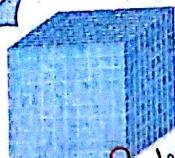
#### اندازه‌گیری حجم مایعات و گنجایش ظرف‌ها

برای اندازه‌گیری حجم مایعات و گنجایش ظرف‌ها، به یک واحد اندازه‌گیری مشخص نیاز داریم.  
۱- سانتی‌مترمکعب: یک سانتی‌مترمکعب مقدار مایعی است که در یک مکعب با اضلاع  $1$  سانتی‌متر جا می‌شود! به سانتی‌مترمکعب، سی سی یا میلی‌لیتر هم گفته می‌شود.

$$1 \text{ سانتی‌مترمکعب} = 1 \text{ سی سی} = 1 \text{ میلی‌لیتر}$$

#### توجه

این واحد اندازه‌گیری حجم، خیلی کوچک است و برای بیان حجم مایعات کم، مثلاً داروها از آن استفاده می‌شود.



$10 \times 10 \times 10 = 1000$  لیتر

۱ سانتیمترمکعب  $\rightarrow$  ۱ لیتر

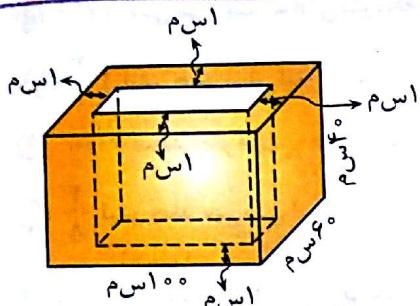
۱۰ سانتیمتر جا می‌شود.

برای تبدیل لیتر به سیسی یا سانتیمترمکعب یا میلیلیتر باید عدد را در  $1000$  ضرب کنیم و بر عکس برای تبدیل عدد از سیسی یا سانتیمترمکعب یا میلیلیتر به لیتر عدد را بر  $1000$  تقسیم کنیم.

۵۰۰۰ سیسی  $\rightarrow$  ۵ لیتر: **مثال**

۵۰۰ میلیلیتر  $\rightarrow$  ۰/۵ لیتر

برای این تبدیل واحدها می‌توانیم از جدول تناسب هم استفاده کنیم.



شکل مقابل یک آکواریوم را نشان می‌دهد که ضخامت شیشه‌ی آن ۱ سانتیمتر است.

آ) گنجایش این آکواریوم چند سانتیمترمکعب است؟ (س م یعنی سانتیمتر)

ب) گنجایش آکواریوم چند لیتر است؟

پ) پسخ: آ) برای پیدا کردن گنجایش باید طول، عرض و ارتفاع مکعب مستطیل داخلی را پیدا کنیم و حجم آن را بدست آوریم.

$$\text{ارتفاع داخلی} = 40 - 1 = 39 \text{ سانتیمتر}$$

$$\text{عرض داخلی} = 58 - 2 = 56 \text{ سانتیمتر}$$

$$\text{طول داخلی} = 100 - 2 = 98 \text{ سانتیمتر}$$

$$\text{حجم مکعب مستطیل داخلی} = 98 \times 58 \times 39 = 221676 \text{ سانتیمترمکعب}$$

$$\text{لیتر} = 221676 \div 1000 = 221.676 \text{ لیتر}$$

ب) هر ۱۰۰۰ سانتیمترمکعب یک لیتر است، پس:

## خود حل کن... ۶ پسخ کامل

درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

۱) واحد اندازه‌گیری مناسب برای بنزین داخل باک یک ماشین سیسی است.

۲) قطره‌ی گوشی که طبق دستور پزشک باید در گوش چکانده شود، در هر وعده مصرف، بر حسب میلیلیتر اندازه گرفته می‌شود.

۳) لیتر واحد اندازه‌گیری حجم مایعات است.

۴) ۳/۵ لیتر برابر است با ۳۵ سیسی

۵) ۲۵۰۰ سانتیمترمکعب برابر است با ۲۵ لیتر

جاهای خالی را با عدد یا کلمه‌ی مناسب کامل کنید.

۱) هر لیتر ..... سانتیمترمکعب است.

۲) واحد اندازه‌گیری حجم داروهای مایع ..... است.

۳) نام دیگر سانتیمترمکعب ..... یا ..... می‌باشد.

۴) یک ..... برابر است با مقدار مایعی که درون مکعبی به ضلع ۱۰ سانتیمتر جا می‌گیرد.

۵) گنجایش ظرفی به شکل مکعب مستطیل به اضلاع ۳۰، ۲۰ و ۱۰ سانتیمتر، ..... لیتر است.

۶) ۲۵/۰ لیتر برابر است با ..... سانتیمترمکعب

۷) ۱۰۰ میلیلیتر، ..... لیتر است.

۸) ۲/۰ لیتر، ..... سیسی است.

# آمار و احتمال

## درس ۱۰۵

### جمع آوری و نهایت را در

#### داده‌ها

داده‌ها مقدارهای عددی هستند که در مورد موضوعات مختلف به دست می‌آوریم. روش‌های مختلفی برای جمع آوری داده‌ها وجود دارد. مانند مشاهده کردن، پرسیدن، استفاده از پرسشنامه، مراجعه به کتاب‌ها یا سایت‌ها، اندازه‌گیری و ... . به عنوان مثال برای به دست آوردن اطلاعات و داده‌ها در مورد درجهٔ دما در روزهای مختلف سال از اندازه‌گیری یا برای پیدا کردن اطلاعات در مورد فاصله‌ی هر یک از سیاره‌های منظومه‌ی شمسی از خورشید از سایت‌ها یا کتاب‌های مرجع کمک می‌گیریم.

#### جدول داده‌ها

می‌توانیم داده‌ها را در یک جدول مرتب کنیم. این جدول را جدول داده‌ها می‌نامیم. مانند جدول زیر که در آن اطلاعات مربوط به حداکثر دما در روزهای مختلف یک هفته داده شده است:

روز هفته	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سهشنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه
حداکثر دما (درجهٔ سانتی‌گراد)	۳۶	۳۷	۳۸	۳۶	۳۶	۳۷	۳۶/۵

#### انواع نمودارها

در سال گذشته با نمودار ستونی و نمودار خط شکسته آشنا شدیم.

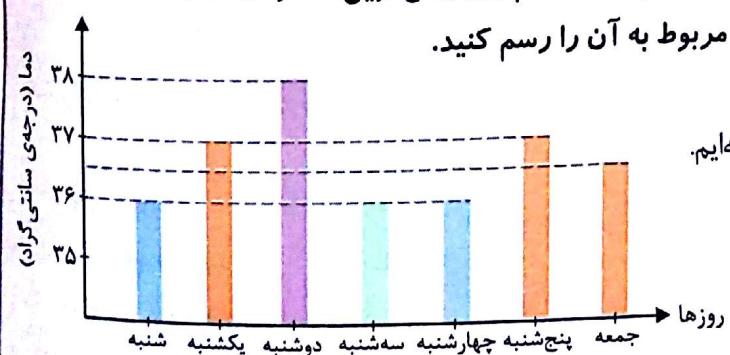
**نمودار ستونی:** برای نشان دادن و مقایسهٔ داده‌ها با هم از نمودار ستونی استفاده می‌کنیم.

آ) نمودار ستونی جدول داده‌های مربوط به دمای روزهای هفته را رسم کنید. کدام روز بیشترین دما را داشته است؟

ب) جدول داده‌ها را براساس تکرار اعداد دما و نمودار ستونی مربوط به آن را رسم کنید.

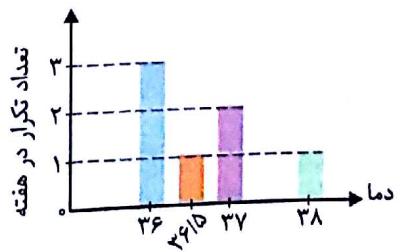
با توجه به نمودار، در چند روز کمترین دما را داشته‌ایم؟

پسخ: آ) با توجه به نمودار، در روز دوشنبه بیشترین دما را داشته‌ایم.



(ب)

دما	تعداد تکرار در هفته
۳۶	۳
۳۶/۵	۱
۳۷	۲
۳۸	۱

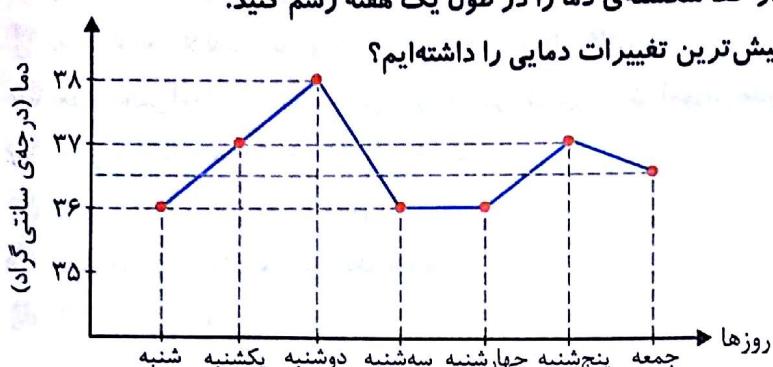


کمترین دمای هفته ۳۶ درجه است که طبق نمودار در ۳ روز هفته دما کمترین مقدار بوده است.

**نمودار خط شکسته:** از این نمودار برای نشان دادن مقدارها و تغییرات آنها در طول زمان استفاده می‌کنیم.

- آ) با توجه به جدول داده‌های دمای روزهای هفته، نمودار خط شکسته‌ی دما را در طول یک هفته رسم کنید.  
 ب) نمودار را توصیف کنید. پ) در چه روزهایی بیشترین تغییرات دمایی را داشته‌ایم؟

پ سخ: (آ)



- ب) از روز شنبه تا دوشنبه افزایش دما داشته‌ایم. دما از روز دوشنبه تا سه‌شنبه کاهش یافته و از روز سه‌شنبه تا چهارشنبه ثابت بوده است. سپس از روز چهارشنبه تا پنج‌شنبه افزایش دما داشته‌ایم و از روز پنج‌شنبه تا جمعه دما کاهش یافته است. بیشترین دما هم مربوط به روز دوشنبه است.  
 پ) با توجه به نمودار، بیشترین تغییرات دمایی از دوشنبه به سه‌شنبه بوده است و ۲ درجه کاهش دما داشته‌ایم.

**نمودار دایره‌ای:** نمودار دایره‌ای برای نشان دادن مقدارها و مقایسه‌ی آنها با هم استفاده می‌شود. در نمودار دایره‌ای، هر قسمت نسبتی کی از داده‌ها را به کل داده‌ها نشان می‌دهد.  
 برای رسم نمودار دایره‌ای ۲ روش وجود دارد:

**روتر اول:** درصد مربوط به هر یک از موارد را پیدا کرده و سپس دایره را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم (که هر قسمت برابر با ۱۰٪ است). و هر یک از درصدها را با رنگ‌های مختلف نمایش می‌دهیم.  
**روتر دوم:** نسبت مربوط به هر یک از موارد به کل را پیدا کرده و نسبت‌هایی را که به دست آورده‌ایم، در دایره با رنگ‌های مختلف نمایش می‌دهیم.

۴۰ دانش‌آموز در یک کلاس هنری شرکت کردند. ۱۶ نفر از آنها در کلاس پنجم و بقیه در کلاس ششم درس می‌خوانند.  
 نمودار دایره‌ای مربوط به دانش‌آموزان کلاس پنجم و کلاس ششم را رسم کنید.  
 پ سخ: روش اول: ابتدا درصد دانش‌آموزان کلاس پنجم و کلاس ششم را در بین ۴۰ دانش‌آموز به دست می‌آوریم:

تعداد کلاس پنجمی‌ها	۱۶	?
تعداد کل	۴۰	۱۰۰

$$\Rightarrow ? = \frac{16 \times 100}{40} = 40\%$$

$$40 - 16 = 24 \text{ نفر کلاس ششمی هستند.} \Rightarrow 24$$

تعداد کلاس ششمی‌ها	۲۴	?
تعداد کل	۴۰	۱۰۰

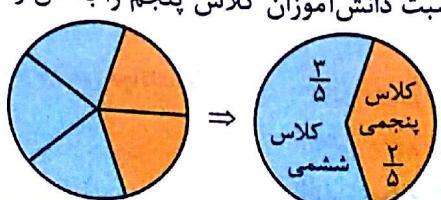
$$\Rightarrow ? = \frac{24 \times 100}{40} = 60\%$$

برای کشیدن نمودار دایره‌ای، دایره را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم، پس هر قسمت برابر ۱۰٪ است. حالا درصدهایی را که به دست آورديم، روی دایره نمایش می‌دهیم:

روش دوم: نسبت دانش‌آموزان کلاس پنجم را به کل و نسبت دانش‌آموزان کلاس ششم را به کل پیدا می‌کنیم:

$$\text{نسبت دانش‌آموزان کلاس پنجم} = \frac{16}{40} = \frac{2}{5}$$

$$\text{نسبت دانش‌آموزان کلاس ششم} = \frac{24}{40} = \frac{3}{5}$$

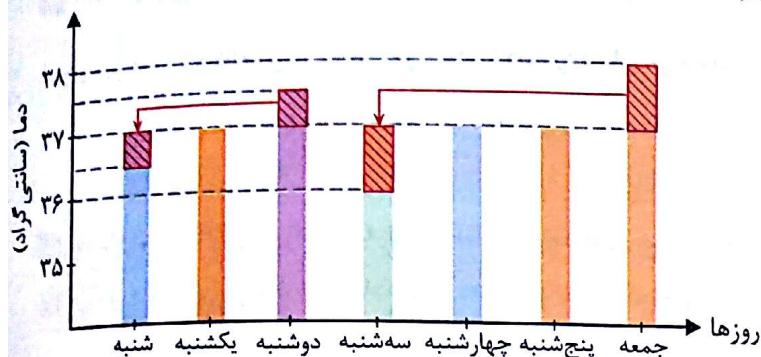


## میانگین

## میانگین

میانگین یعنی متوسط داده‌ها، نام دیگر میانگین مقدار متوسط یا معدل می‌باشد.

## پیدا کردن میانگین به کمک نمودار ستونی



در نمودار ستونی، با جایه‌جا کردن و کم و زیاد کردن ارتفاع ستون‌ها، کاری می‌کنیم که ارتفاع ستون‌ها یکسان شود. عدد مربوط به ارتفاع این ستون‌ها، همان میانگین است.

در نمودار مقابل، ارتفاع هر ستون برابر ۳۷ است، پس میانگین دما در این هفته ۳۷ درجه‌ی سانتی‌گراد است.

## پیدا کردن میانگین دو یا چند عدد

اگر دو یا چند عدد داشته باشیم و بخواهیم میانگین آن‌ها را به دست آوریم از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع عددها}}{\text{تعداد عددها}} \quad \text{یا} \quad (\text{تعداد عددها}) \div (\text{مجموع عددها}) = \text{میانگین}$$

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع عددها}}{\text{تعداد عددها}} = \frac{16+17+15}{3} = \frac{48}{3} = 16$$

**مثال:** میانگین سه عدد ۱۵، ۱۷ و ۱۶ برابر است با:

به دست آورید؟

پاسخ: داریم:

$$\frac{?+??+16}{3} = 42 \Rightarrow ?+??+16 = 3 \times 42 = 126 \Rightarrow ?+?? = 110 \Rightarrow \text{میانگین جدید} = \frac{?+??+40}{3} = \frac{110+40}{3} = \frac{150}{3} = 50$$

## نکته

برای به دست آوردن میانگین عددهای بزرگ مثلًا عددهای ۱۱۱۹، ۱۲۱۴، ۱۱۱۷، ۱۲۱۴، ۱۱۱۹ به روش زیر عمل می‌کنیم:

$$1117, 1214, 1119$$

$$1117-1117 = 0, 97, 2, 1119-1117 = 0, 97, 2, 1214-1117, 1214-1117$$

$$\text{میانگین جدید} = \frac{0+97+2}{3} = \frac{99}{3} = 33$$

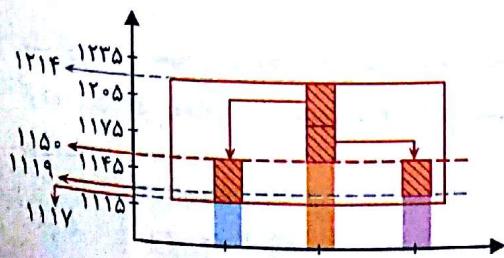
$$1117 = 1117 + 1117 = 1150 \quad \text{میانگین}$$

۱- ابتدا کمترین داده را پیدا می‌کنیم:

۲- کمترین داده را از همه‌ی داده‌ها کم می‌کنیم:

۳- میانگین داده‌های جدید را به دست می‌آوریم:

۴- کمترین داده را به میانگین داده‌های جدید اضافه می‌کنیم تا میانگین اعداد به دست بیاید:  
به انجام این مرحله‌ها روی نمودار توجه کنید:  
اندازه‌ی داده‌ها به ترتیب ۰، ۹۷ و ۲ تا بیشتر از ۱۱۱۷ است یعنی در مجموع ۹۹ تا بیشتر از ۱۱۱۷، پس به طور متوسط هر داده  $33 = \frac{99}{3}$  تا بیشتر از ۱۱۱۷ است.



## اخطار

وقتی می خواهیم احتمال رخ دادن یک اتفاق را بیان کنیم از کلمه ها و عبارت هایی مانند «به احتمال کمتر»، «با احتمال برابر»، «به احتمال بیشتر»، «به طور حتم اتفاق نمی افتد» و «به طور حتم اتفاق می افتد». استفاده می کنیم.

برای هر یک از اتفاقات زیر یک عبارت مناسب بنویسید.

ب) در پرتاب یک سکه، «رو» ظاهر شود.

آ) در پرتاب یک تاس عدد ۷ بیاید.

پ) در پرتاب یک تاس یکی از عده های ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ یا ۶ بیاید.

ث) در پرتاب سکه، «رو» یا «پشت» بیاید.

ت) در پرتاب یک تاس عدد ۱ بیاید.

ج) در خارج کردن یک مهره از کیسه هی مقابل مهره زرد خارج شود.

پ سخ: آ) چون روی تاس عدد ۷ نداریم، پس به طور حتم اتفاق نمی افتد.

ب) در پرتاب یک سکه، سکه «رو» یا «پشت» می آید پس به احتمال برابر «رو» می آید.

پ) تاس یک مکعب است که ۶ سطح دارد و روی سطح های آن اعداد ۱ تا ۶ نوشته شده اند، پس با احتمال برابر یکی از عده های ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ یا ۶ می آید.

ت) در پرتاب یک تاس یا عدد ۱ می آید یا یکی از عده های ۲، ۳، ۴، ۵ یا ۶، پس به احتمال کمتری عدد ۱ می آید.

پ سخ: ث) به طور حتم اتفاق می افتد، چون سکه فقط دو طرف دارد «رو» و «پشت»

ج) چون تعداد مهره های زرد بیشتر است به احتمال بیشتر مهره زرد بیرون می آید.



## بازی شانسی

به بازی هایی که در آنها وضعیت برد یا باخت مشخص نباشد، بازی شانسی می گوییم.

اگر در یک بازی شانسی، احتمال برندۀ شدن بازیکنان مساوی باشد، می گوییم بازی عادلانه است.

درین بازی های شانسی زیر کدام بازی ها عادلانه است؟

آ) یک سکه را می اندازیم، اگر «پشت» بیاید بازیکن اول برندۀ است و در غیر این صورت بازیکن دوم برندۀ می شود.

ب) یک تاس را می اندازیم، اگر عدد ۶ بیاید بازیکن اول برندۀ است و در غیر این صورت بازیکن دوم برندۀ می شود.

پ) در یک کیسه ۵ مهره سفید، ۵ مهره سیاه و ۲ مهره دهیم. اگر مهره سبز قرار می دهیم، پس با احتمال کمتری برندۀ است در غیر این صورت بازیکن دوم برندۀ می شود.

پ سخ: آ) این بازی عادلانه است. چون با احتمال برابر سکه «رو» یا «پشت» می آید، پس احتمال برندۀ شدن دو بازیکن برابر است.

ب) این بازی عادلانه نیست. چون در پرتاب تاس، یا عدد ۶ و یا یکی از عده های ۱، ۲، ۳، ۴ یا ۵ می آید، پس با احتمال کمتری عدد ۶ می آید و بازیکن اول با احتمال کمتری برندۀ می شود.

پ) این بازی عادلانه نیست. چون تعداد مهره های سبز و سیاه بیشتر است پس با احتمال بیشتری بازیکن اول برندۀ می شود.

## حدود حل کن... با پ سخ کامل

۲۸

در هر یک از موارد زیر احتمال رخ دادن هر یک از اتفاق های داده شده را با یک عبارت مناسب بیان کنید.

۱) در پرتاب یک تاس عدد زوج بیاید.

۲) در پرتاب یک تاس عدد ۳ نیاید.

۳) در پرتاب یک تاس، عدد بخش بدیگر بر ۳ بیاید.

۴) از کیسه هی مقابل مهره سبز بیرون نیاید.

۵) از کیسه هی مقابل مهره زرد بیرون نیاید.

۶) از کیسه هی مقابل مهره سبز یا آبی بیرون نیاید.

