



بخش آموزش رسانه تفریحی سنتر

کلیک کنید  www.tafrihicenter.ir/edu

نمونه سوال  گام به گام 

امتحان نهایی  جزو 

دانلود آزمون های آزمایشی 

متوسطه اول : هفتم ... هشتم ... نهم

متوسطه دوم : دهم ... یازدهم ... دوازدهم

فصل ۱ - آشنایی با منطق و استدلال ریاضی

درس ۱
گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها

درس ۲
استدلال ریاضی

قل هاتو برهانکم إن کشم صادقین

(ایه ۱۱۱ بقره)

«یکو اگر راست می گویید دلیل خود را بیاورید»

گروه ریاضی هفدهم دوم همeste، استان فخرستان

پنجه
گنجه



«تحن ابناء الذليل، تميل حين يميل» امام صادق (ع)

ما فرزندان دليل و برهانيم و در قضاوت به سوين که دلائل هدایتمان گشند می رویم.

درس ۱

گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها

منطق در لغت به معنای «آینه به آینه درآمده» و عموماً آن را به معنای بررسی استدلال‌ها تعبیر می‌کنند. کاربرد منطق در تشخیص اعتبار استدلال‌هاست. امروزه منطق صرفاً به عنوان شاخه‌ای از فلسفه شمرده نشده و در ریاضیات و علوم مربوط به رایانه نیز به آن برداخته می‌شود.

تعییر دیگری از منطق، روش درست فکر کردن است، با تکیه بر این تعییر می‌توان ادعا کرد که منطق دانان و افرادی که با منطق مأنس‌ترند، بسیار کمتر از دیگران در استدلال‌ها انتباه می‌کنند. از میان انواع منطق و کاربردهای آن در این فصل قصد داریم شمارا با منطق ریاضی^۱ که شاخه‌ای از ریاضیات است و به بیان ریاضی گونه منطق می‌پردازد، آشنا کنیم. اگر ریاضیات را به عنوان یک زبان برای انتقال مفاهیم و اطلاعات در نظر بگیریم، منطق ریاضی، دستور این زبان است.

درین جملاتی که ما از آنها استفاده می‌کنیم، جملات خبری از اهمیت و جایگاه ویژه‌ای برخوردارند و به ویژه صدق و کذب با درستی و نادرستی این خبرها برای ما و مخاطب ما اهمیت دارد. به عنوان مثال وقتی شما به دوست خود می‌گوید: «من امروز ساعت ۸ صبح در محل قرار حضور داشتم.» خبری را برای او بیان می‌کنید که صدق یا کذب این خبر برای شما و دوستان مهم است. در منطق ریاضی به هر جمله خبری که توانیم در حال حاضر یا در آینده، دقیقاً یکی از دو ارزش درست با نادرست (راست با دروغ) را به آن نسبت بدهیم، یک گزاره گفته می‌شود.

جمله‌های غیر خبری مانند «جه هوای خوبی» یا «شما اهل کجایید؟» و همچنین جمله‌های خبری که توانیم ارزش آنها را تعیین کنیم، گزاره نیستند؛ مثلاً «درس فلسفه از درس عربی آسان‌تر است».

فعالیت

۱. کدام یک از جملات زیر گزاره است؟ ارزش هر گزاره را تعیین کنید.

الف) شما چند سال دارید؟ ← گزاره نیست.

ب) عدد ۲ عددی اول است. ← گزاره است (درست)

ب) عدد $\sqrt{2}$ عددی گویا است. ← گزاره است . (نادرست)

ت) افلاطون شاگرد ارسطو است. ← گزاره است . (نادرست)

ث) $2+2\times 4=2$ ← گزاره است . (نادرست)

ج) عدد $(-1)^n$ عددی همواره مثبت است. ($n \in N$) ← گزاره است . (نادرست)

ج) سبب قرمز از سبب زرد خوش‌مزه‌تر است. ← گزاره نیست .

ح) لطفاً نخن را پاک کن. ← گزاره نیست .

نهیه گشته:

گروه ریاضی منطق دوم متوسطه، استان خوزستان

گزاره های درست : مجموع زاده ها و اخراج های مبلغ ۱۰۵ است / ۹ عدد اول نیست .
 گزاره های نادرست : میان سه فعلی است / ۱ عدد بیکم است .
دو چندی غیر گزاره دی : عبارتی زیر حمل کن / به کام رشته ای وزیری علاقه دارید؟

۲. دو گزاره درست و دو گزاره نادرست بیان کنید و همچنین دو جمله بنویسید که گزاره نباشد .

گاهی اوقات گزاره ای که بیان می کنیم، ترکیبی از دو یا چند گزاره است . در این صورت برای تشخیص درستی یا نادرستی این گزاره ها که به گزاره های ترکیبی معروف اند، باید پیشتر تأمل کنیم و آنها را دقیق تر بررسی کنیم . به عنوان مثال جمله «۳ عددی فرد است و ۲ عددی گنگ است»، از ترکیب دو گزاره ساده «۳ عددی فرد است» و «۲ عددی گنگ است» توسط حرف ربط «و» ساخته شده است . واضح است که ارزش این گزاره ترکیبی به ارزش دو گزاره ساده مذکور بستگی دارد . اگر هر دو گزاره نادرست باشند، ارزش گزاره ترکیبی جیست؟ اگر هر دو درست باشند، چه ارزشی برای آن قائل هستند؟ اگر یکی از گزاره ها درست و دیگری نادرست باشد، چه پاسخی می دهید؟ در حالت کلی برای یک گزاره ترکیبی که از ترکیب دو گزاره به دست آمده، و نسبت به ارزش های این دو گزاره، چند حالت می توان در نظر گرفت؟ آیا حروف ربط دیگری برای ترکیب دو گزاره وجود دارد؟ برای پاسخ به سوال های اخیر نیاز داریم تا از تعدادها و قراردادهایی استفاده کنیم . به مجموعه این فواردادها و تعدادگذاری ها جبر گزاره ها با حساب گزاره ها گفته می شود .

در منطق ریاضی و در جبر گزاره ها هر گزاره را با یکی از حروف انگلیسی مانند p یا q یا ... نمایش می دهیم . در سه جدول زیر وضعیت ارزشی یک، دو و سه گزاره مشخص شده است . شما جدولی را برای نمایش وضعیت ارزشی چهار گزاره تشکیل دهید .

p
د
ن

$\therefore = 2$

p	q
د	د
د	ن
ن	د
ن	ن

$= 4 =$ تعداد حالت های ارزشی دو گزاره

p	q	r
د	د	د
د	د	ن
د	ن	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	د	ن
ن	ن	د
ن	ن	ن

$= 8 =$ تعداد حالت های ارزشی سه گزاره

نفیض یک گزاره : نفیض گزاره p را بانعاد ($\neg p$) نمایش می دهیم و آن را به صورت «نفیض p » با «چنین نیست که p » می خوانیم . از آنجا که هر گزاره یک جمله خبری است و حتماً دارای فعل، برای بیان نفیض یک گزاره کافی است فعل جمله را نفی کنیم . واضح است که با این کار ارزش گزاره p اگر درست باشد، ارزش گزاره $\neg p$ نادرست و اگر $\neg p$ گزاره ای نادرست باشد، ارزش گزاره p درست خواهد بود .

به عنوان مثال، نفیض گزاره $(p \rightarrow q)$ مثبت است، به صورت « p مثبت نیست» بیان می شود . به جدول زیر توجه کنید :

p	$\neg p$
د	ن
ن	د

نتیجه گشته :

کروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

کار در کلاس

در هر یک از حالت‌های زیر تفیض گزاره را بیان کنید؛ سپس، ارزش هر یک را مشخص کنید.

الف) عدد ۵ زوج است. **(نادرست)** \leftarrow عدد ۵ فرد است. **(جست)**

ب) تساوی $4 \times 2 = 2 \times 4$ برقرار است. **(درست)** \leftarrow دساوی $2 \times 2 = 4$ برقرار نیست. **(نادرست)**

ب) عدد ۱۲ از ۱۵ کوچک‌تر است. **(درست)** \leftarrow عدد ۱۲ از ۱۵ کوچک‌تر نیست. **(نادرست)**

ث) ارسسطو شاگرد افلاطون است. **(درست)** \leftarrow ارسسطو شاگرد افلاطون نیست. **(نادرست)**

ث) ایران در منطقه غرب آسیا قرار دارد. **(درست)** \leftarrow ایران در منطقه غرب آسیا قرار ندارد. **(نادرست)**

ج) $(2 \times 7) > (5 \times 4)$ **(نادرست)** \leftarrow $(3 \times 7) < (5 \times 4)$ **(درست)**

در مثال قبل اگر تفیض گزاره **m** مثبت است، را به صورت **m** منفی است «تعبر کنیم. این در گزاره تفیض هم نیستند؛ زیرا وقتی **n** مثبت نباشد، یا منفی است با صفر است، در صورتی که **m** منفی است **n** شامل صفر نمی‌شود.

ترکیب گزاره‌ها

در منطق ریاضی و در حساب گزاره‌ها، به صورت‌های متقاوی می‌توان گزاره‌های ساده را با هم ترکیب، گزاره‌های مرکب تولید کرد. در این کتاب ترکیب گزاره‌ها توسط ۴ رابط «و»، «یا»، «شرطی» و «دو شرطی» انجام می‌شود. هر گزاره مرکب که از ترکیب دو یا بیشتر از دو گزاره ساده تولید می‌شود، خودش یک گزاره است و باید بتوانیم ارزش آن را تعیین کنیم. به گزاره‌های ترکیبی زیر توجه کنید:

الف) ۵ عددی فرد است و ۴ عددی اول است.

ب) 12×12 مضرب ۱۲ است با $\sqrt{3}$ مثبت است.

ب) «اگر من مسلمان باشم، آنگاه بیوت حضرت رسول اکرم صلوات الله علیه و آله و سلم را قبول دارم».

ت) «اگر **n** عددی زوج باشد، آنگاه **n** زوج است و اگر **n** زوج باشد، آنگاه **n** زوج است».

هر یک از گزاره‌های ترکیبی فوق از ترکیب دو گزاره به دست آمده‌اند و اگر از شما بخواهیم ارزش هر یک از آنها را تعیین کنیم، شاید کمی مشکل به نظر برسد، ولی آنچه که مسلم است این است که ارزش گزاره‌های ترکیبی فوق به ارزش (درستی یا نادرستی) گزاره‌های ساده تشكیل دهنده آنها و نوع رابطه به کار رفته بین آنها بستگی دارد.

۱. ترکیب عطفی دو گزاره: گزاره «عدد **۳** فرد است و **۴** عددی اول است» را در نظر بگیرید. جه استنباطی نسبت به درستی یا نادرستی این گزاره دارید؟ نسبت به صدق و کذب گزاره «افلاطون شاگرد ارسسطو است و عدد **۴** زوج است»، جه استنباطی دارید؟

کاملاً واضح است که صدق یک گزاره مرکب که از ترکیب دو گزاره ساده با لفظ یا حرف ربط «و» تشكیل شده است، درستی هر دو گزاره را طلب می‌کند. به نظر شما گزاره دومی چه ارزشی دارد؟ توجه دارید که افلاطون شاگرد ارسسطو بیوده است!

هر گاه بخواهیم دو گزاره ماتنده «و» را بالفظ «و» ترکیب کنیم، از نماد « \wedge » بین دو گزاره استفاده می‌کنیم و آن را ترکیب عطفی دو گزاره می‌نامیم و می‌نویسیم. \wedge ; و آن را به صورت $p \wedge q$ می‌خوانیم. ارزش ترکیب عطفی دو گزاره با توجه به جدول

زیر تعیین می‌شود:

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

همان طور که ملاحظه می کنید، ترکیب عطفی دو گزاره فقط وقتی دارای ارزش درست است که هر دو گزاره ارزش درست داشته باشند و اگر حداقل یکی از دو گزاره نادرست باشند، $p \wedge q$ نادرست است.

فعالیت

در جدول زیر روبه روی گزاره های داده شده آنها را با علامت ✓ مشخص کرده و نیز با توجه به ارزش داده شده با یک گزاره ساده، گزاره مرکب را کامل کنید.

ردیف	گزاره	درست	نادرست
۱	هفت روز دارد و ماه شهریور ۳۱ روز دارد	✓	
۲	قرآن دارای ۳ جزء است و همه سوره های آن با اسم الله شروع می شود.	✓	
۳	۱۲..... شرط و ۸ زوج است.	✓	
۴	کتاب قرآن ۱۱۴ سوره دارد و ۱۱ بسم الله دارد.	✓	
۵	۵۷ عددی اول است و ۲ عددی اول نیست.	✓	
۶	۲۰۵ و ۲۰۵ هم متساوی	✓	

۲. ترکیب فصلی دو گزاره : اگر شخصی به شما بگوید: «آن حیوان، پرنده است یا مهره دار است»؛ صدق گفته او را در چه صورتی تأیید می کنید؟ اگر بس از بررسی معلوم شود که حیوان مورد نظر نه پرنده بوده است و نه از تبره مهره دار آن بوده است، آیا گزاره مذکور دارای ارزش درست بوده است؟ در واقع صدق یک گزاره مرکب که از ترکیب دو گزاره ساده با لفظ «ایا» تشکیل شده است، در صورتی تأیید می شود که حداقل یکی از دو گزاره ساده، ارزش درست داشته باشند.

هرگاه بخواهیم دو گزاره مانند p و q را با لفظ «ایا» یا هم ترکیب کنیم، از نماد « \wedge » استفاده می کنیم و آن را ترکیب فصلی دو گزاره نامیده و می نویسیم $p \wedge q$ و آن را به صورت p یا q می خوانیم. ارزش ترکیب فصلی دو گزاره با توجه به جدول زیر تعیین می شود:

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

همان طور که ملاحظه می کنید، ترکیب فصلی دو گزاره تنها وقتی نادرست است که ارزش هر دو گزاره نادرست باشد و اگر حداقل یکی از دو گزاره، ارزش درست داشته باشد، در این صورت ارزش ترکیب فصلی آنها درست است.

فعالیت

جدول زیر را کامل کنید.

نادرست	درست	گزاره	ردیف
✓		عدد $\frac{q}{p}$ عددی فرد یا عددی اول است	۱
	✓	حضرت مهدی \rightarrow امام دوازدهم شیعیان است با متن \rightarrow $\neg p \rightarrow q$	۲
✓		۹۱ عددی مرتب است با $\neg p \rightarrow q$. $\neg p \rightarrow q$ بمعنی $p \rightarrow q$ است	۳
✓		الخاطرون \rightarrow افلاطون نویسنده کتاب ارشدون است.	۴
	✓	بیکار \rightarrow لذت است با $\neg p \rightarrow q$. $\neg p \rightarrow q$ بمعنی $p \rightarrow q$ است	۵

۳. ترکیب شرطی دو گزاره

هرگاه بخواهیم از گزاره p گزاره q را تبیه بگیریم، از نماد \Rightarrow استفاده می کنیم و می نویسیم: $p \Rightarrow q$ و آن را به صورت های

زیر می خوانیم:

(اگر p آنگاه q) . (p تبیه می دهد q را) ، (q از p تبیه می شود)

در گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ p را مقدم و q را تالی می نامیم.

ارزش گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ با توجه به جدول زیر تعیین می گردد:

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

همان طور که ملاحظه می کنید، گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ فقط زمانی دارای ارزش نادرست است که مقدم؛ یعنی از درست بوده ولی تالی یعنی دارای ارزش نادرست باشد (از پک گزاره درست تبیه ای نادرست حاصل شود) و در بقیه موارد ارزش $p \Rightarrow q$ درست است.

به ویژه وقتی که ارزش مقدم گزاره شرطی یعنی p ، نادرست باشد، همواره $p \Rightarrow q$ دارای ارزش درست بوده و درست با نادرست بودن q تأثیری در ارزش گزاره $p \Rightarrow q$ ندارد؛ بنابراین در هر یک از دو حالت مذکور، گزاره شرطی به انتفای مقدم دارای ارزش درست است.

مثال:

۱. گزاره‌های «اگر $= 6$ آنگاه، ۵ اول است» و «اگر 8 فرد است، آنگاه > 4 » هر دو به انتقادی مقدم درست هستند.
۲. گزاره «اگر 17 اول است آنگاه 18 اول است» نادرست است.
۳. گزاره «اگر $= 4$ آنگاه < 3 » درست است.

تذکر: در تعیین ارزش گزاره‌های شرطی، در صورتی که ارزش تالی درست باشد، نمی‌توانیم ابرادی از کل گزاره شرطی بگیریم؛ زیرا نتیجه شرط، درست است و اگر از مقدم ابراد بگیریم، گوینده به راحتی می‌تواند با کلمه «اگر» که روی مقدم بیان می‌شود، ابراد را رفع کند! و چنانچه ارزش تالی نادرست باشد و مقدم نیز دارای ارزش نادرست باشد، درست بودن گزاره $p \Rightarrow q$ فائد ابراد است. (از بیان گزاره‌ای نادرست به نتیجه‌ای نادرست رسیدن، عجیب نیست!)

فعالیت

جدول زیر را کامل کنید:

ردیف	گزاره	درست	نادرست
۱	اگر 7 زوج است، آنگاه 25 مربع کامل است.	✓	
۲	اگر 9 مربع کامل است، آنگاه 9 ، مربع کامل است.	✓	
۳	اگر 29 اول است، آنگاه 2 زوج است.	✓	
۴	اگر $\dots 5 \dots 7$ آنگاه $\dots 5 \dots 3$	✓	
۵	اگر $\dots 5 \dots 7$ آنگاه $\dots 3 \dots 1$	✓	
۶	اگر 7 فرد است، آنگاه 25 مربع کامل است.	✓	
۷	اگر $\dots 2$ مرتبه بزرگتر از $\dots 99$ اول است.	✓	

کار در کلاس

اگر p گزاره‌ای درست و q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، در این صورت مانند نمونه، ارزش هر یک از گزاره‌های مرکب زیر را در صورت امکان، مشخص کنید:

$$1) (q \Rightarrow p) \wedge r \quad (\text{ارزش گزاره } (q \Rightarrow p) \text{ به انتقادی مقدم درست بوده و لذا ارزش گزاره } (q \Rightarrow p) \text{ به ارزش گزاره } r \text{ بستگی دارد.})$$

$$2) (p \vee q) \vee r$$

$$3) (p \Rightarrow q) \wedge r$$

$$4) (r \Rightarrow p) \vee q$$

$$5) (r \Rightarrow p) \Rightarrow q$$

$$6) (p \Rightarrow q) \Rightarrow r$$

$$7) (p \wedge q) \Rightarrow r$$

حل

نهیه گنده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

حل کاردر کلاس صفحه‌ی ۷ فصل ۱ (ریاضی و آمار ۲)

$$p \equiv T, \quad q \equiv F$$

$\forall (q \Rightarrow p) \wedge r$	$\begin{cases} p \equiv T \\ q \equiv F \end{cases} \rightarrow (q \Rightarrow p) \equiv T \rightarrow (p \Rightarrow q) \wedge r \equiv ?$
$\forall (p \vee q) \vee r$	$\begin{cases} p \equiv T \\ q \equiv F \end{cases} \rightarrow (p \vee q) \equiv T \rightarrow (p \vee q) \vee r \equiv T$
$\forall (p \Rightarrow q) \wedge r$	$\begin{cases} p \equiv T \\ q \equiv F \end{cases} \rightarrow (p \Rightarrow q) \equiv F \rightarrow (p \Rightarrow q) \wedge r \equiv F$
$\forall (r \Rightarrow p) \vee q$	$\begin{cases} p \equiv T \\ q \equiv F \end{cases} \rightarrow (r \Rightarrow p) \equiv T \rightarrow (r \Rightarrow p) \vee q \equiv T$
$\forall (r \Rightarrow p) \Rightarrow q$	$\begin{cases} p \equiv T \\ q \equiv F \end{cases} \rightarrow (r \Rightarrow p) \equiv T \rightarrow (r \Rightarrow p) \Rightarrow q \equiv F$
$\forall (p \Rightarrow q) \Rightarrow r$	$\begin{cases} p \equiv T \\ q \equiv F \end{cases} \rightarrow (p \Rightarrow q) \equiv F \rightarrow (p \Rightarrow q) \Rightarrow r \equiv T$
$\forall (p \wedge q) \Rightarrow r$	$\begin{cases} p \equiv T \\ q \equiv F \end{cases} \rightarrow (p \wedge q) \equiv F \rightarrow (p \wedge q) \Rightarrow r \equiv T$

نهیه گشته:

گروه ریاضی مقطع دوم منوشهر، استان خوزستان

VJ

۴. ترکیب دو شرطی: هرگاه بخواهیم از گزاره p , گزاره q را نتیجه بگیریم و نیز از گزاره q , گزاره p را نتیجه بگیریم، از نماد \Leftrightarrow استفاده کرد و می‌نویسیم $p \Leftrightarrow q$ و آن را به صورت های $p \Rightarrow q$ نتیجه می‌دهد و $q \Rightarrow p$ نتیجه می‌دهد را، اگر p آنگاه و اگر q آنگاه $p \Leftrightarrow q$ و بر عکس $q \Leftrightarrow p$ شرط لازم و کافی است برای q و p اگر و تنها اگر q می‌خواهیم در واقع گزاره دو شرطی $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow p)$ همان گزاره است.

تذکر: همارزش بودن دو گزاره p و q را با نماد $p \equiv q$ نشان می‌دهیم؛ در این صورت:

$$(p \Leftrightarrow q) \equiv [(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)]$$

بنابراین با توجه به ارزش گزاره‌های سرطی و عطفی ارزش گزاره‌های دو شرطی طبق جدول زیر به دست می‌آید.

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	ن	ن
ن	ن	د	د	د

همان طور که در سیون آخر متن این می‌کنید، اگر دو گزاره p و q همارزش باشند؛ یعنی $p \equiv q$ (هر دو درست با هر دو نادرست) در این صورت ارزش گزاره دو شرطی $p \Leftrightarrow q$ درست است.

فعالیت

جدول زیر را کامل کنید.

نادرست	درست	گزاره	ردیف
	✓	اگر ۲ فرد است، آنگاه ۸ عددی اول است و بر عکس.	۱
✓		اگر دو عدد فرد باشند آنگاه مجموع آنها زوج است و بر عکس.	۲
	✓	۳. عددی اول ... اگر و تنها اگر ۱۱۹ عددی مرکب است. پاسخ	۳
✓		اگر دو عدد ... آنگاه ... پاسخ	۴
✓		پنجم ... اگر و تنها اگر آن چهار ضلعی لوزی باشد.	۵
	✓	اگر و این داده‌ها برای صفر باشند؛ آنگاه داده‌ها باید بگرایند و بر عکس	۶

تلهه گشته‌ها:

گروه ریاضی مقطع دوم منوشه، استان خوزستان

۸

حل کار در کلاس صفحه‌ی ۹ فصل ۱ (ریاضی و آمار ۲)

$$p \equiv T \rightarrow \neg p \equiv F, \quad q \equiv F \rightarrow \neg q \equiv T$$

۱) $(p \Leftrightarrow q) \wedge r$	$\begin{cases} p \equiv T \\ q \equiv F \end{cases} \rightarrow (p \Leftrightarrow q) \equiv F \rightarrow (p \Leftrightarrow q) \wedge r \equiv F$
۲) $(\neg p \Leftrightarrow q) \vee r$	$\begin{cases} \neg p \equiv F \\ q \equiv F \end{cases} \rightarrow (\neg p \Leftrightarrow q) \equiv T \rightarrow (\neg p \Leftrightarrow q) \vee r \equiv T$
۳) $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$	$\begin{cases} p \equiv T \\ q \equiv F \end{cases} \rightarrow (p \Leftrightarrow q) \equiv F, (p \Rightarrow q) \equiv F \\ \rightarrow (p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \equiv T$
۴) $(\neg p \vee q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$	$\begin{cases} p \equiv T \\ q \equiv F \end{cases} \rightarrow (\neg p \vee q) \equiv F, (p \Rightarrow q) \equiv F \\ \rightarrow (\neg p \vee q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \equiv T$
۵) $(\neg p \vee \neg q) \Leftrightarrow \neg(p \vee q)$	$\begin{cases} p \equiv T \\ q \equiv F \end{cases} \rightarrow (\neg p \vee \neg q) \equiv T, (p \vee q) \equiv F \\ \rightarrow (\neg p \vee \neg q) \Leftrightarrow \neg(p \vee q) \equiv F$
۶) $(r \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \wedge q)$	$\begin{cases} p \equiv T \\ q \equiv F \end{cases} \rightarrow (r \Leftrightarrow p) \equiv ?, (p \wedge q) \equiv F \\ \rightarrow (r \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \wedge q) \equiv ?$
۷) $(p \wedge q) \Leftrightarrow (p \vee q)$	$\begin{cases} p \equiv T \\ q \equiv F \end{cases} \rightarrow (p \wedge q) \equiv F, (p \vee q) \equiv T \\ \rightarrow (p \wedge q) \Leftrightarrow (p \vee q) \equiv F$

نهایه گشته:

گروه ریاضی مقطع دوم موسسه، استان خوزستان

۹۱

کار در کلاس

اگر p گزاره‌ای درست و q گزاره‌ای دلخواه باشد، مانند نمونه، ارزش هر یک از گزاره‌های مرکب زیر را در صورت امکان مشخص کنید:

$$1) (p \Leftrightarrow q) \wedge r$$

$$2) (\neg p \Leftrightarrow q) \vee r \quad \text{جون} \quad \neg p \equiv T \quad \text{و لذا ترکیب فعلی یک گزاره درست با هر گزاره‌ای، دارای ارزش درست است.}$$

$$3) (p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$$

$$4) (\neg p \vee q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$$

$$5) (\neg p \vee \neg q) \Leftrightarrow \neg(p \vee q)$$

$$6) (r \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \wedge q)$$

$$7) (p \wedge q) \Leftrightarrow (p \vee q)$$

حل شد.

♦ مثال: با استفاده از جدول ارزش‌ها درستی هر یک از هم‌ارزی‌های زیر را بررسی کنید:

$$\text{(الف)} \quad (p \Rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$$

$$\text{(ب)} \quad (p \Rightarrow q) \equiv (\neg q \Rightarrow \neg p)$$

$$\text{(پ)} \quad \neg(p \vee q) \equiv (\neg p \wedge \neg q)$$

$$\text{(ت)} \quad p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

$$\text{(ث)} \quad (p \vee \neg p) \equiv T \quad (p \wedge \neg p) \equiv F$$

نهایه گشته:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

(الف)

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \Rightarrow q$	$\neg p \vee q$
۱	۱	۰	۱	۱	۱
۱	۰	۰	۰	۰	۰
۰	۱	۱	۰	۱	۱
۰	۰	۱	۰	۰	۰

(ب)

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \Rightarrow q$	$\neg q \Rightarrow \neg p$
۱	۱	۰	۰	۱	۱
۱	۰	۰	۱	۰	۰
۰	۱	۱	۰	۱	۱
۰	۰	۱	۱	۰	۰

۱- اندیشه T به معنی راست (درست) و F به معنی کلمه $False$ به معنی دروغ (نادرست) است.

تذکر : گزاره $(\sim q \Rightarrow \sim p)$ را عکس نفیض گزاره $(p \Rightarrow q)$ می‌نامیم.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$(p \vee q)$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p \wedge \sim q$
۰	۰	۱	۱	۰	۱	۱
۰	۱	۱	۰	۱	۰	۰
۱	۰	۰	۱	۱	۰	۰
۱	۱	۰	۰	۱	۰	۰

(ب)

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$	$p \wedge \sim p$
۰	۱	۱	۰
۱	۰	۱	۰

(ج)

p	q	$p \wedge q$	$p \vee(p \wedge q)$
۰	۰	۰	۰
۰	۱	۰	۱
۱	۰	۰	۱
۱	۱	۱	۱

(د)

تذکر : گزاره هایی نظیر $(p \vee \sim p)$ را گزاره های همبسته درست و $(p \wedge \sim p)$ را همبسته نادرست می‌نامیم.

۷) طبق جدول ۷ $p \vee q \wedge (p \wedge q) \neq p \vee q$ میدارید.

تمرین

۱. جدول زیر را کامل کنید.

ردیف	گزاره	درست	نادرست
۱	بروگ ترین معجزه یا پر اسلام \rightarrow قرآن است و اسلام آخرين دين الهي است.	✓	
۲	اگر آنگاه، مربع هر عدد فرد عددی زوج است.	✓	
۳	اگر نهران بانخت ایران است: آنگاه، \rightarrow اهواز در چه موضعی است.	✓	
۴	$4 \times 4 = 4^2 \rightarrow 8^2 = 4^2$	✓	
۵	اگر عدد ۳ اول و عدد ۷ زوج باشد، آنگاه، ۱۸ مربع کامل است.	✓	
۶	اگر ۲ عددی زوج باشند، آنگاه عدد ۵ اول است.	✓	
۷	اگر فارابی معلم نانی است، آنگاه افلاطون معلم اول است.	✓	
۸	امام خمينی \rightarrow در سال ۱۳۴۲ تبعید و در سال ۱۳۵۷ به ایران بازگشت.	✓	
۹	حضرت علی \rightarrow اولین مردی است که پس از یامیر، اسلام آوردند و \rightarrow .	✓	
۱۰	اگر آنگاه و بر عکس	✓	

ایام اول
حیوانات

حل تمرین صفحه ۱۱ فصل ۱ (ریاضی و آمار ۲)

: ۲

$$p \equiv T \rightarrow \neg p \equiv F, \quad q \equiv F \rightarrow \neg q \equiv T$$

الف) $(p \vee r) \Rightarrow p$	$\begin{cases} p \equiv T \\ r \equiv ? \end{cases} \rightarrow (p \vee r) \equiv T \rightarrow (p \vee r) \Rightarrow p \equiv T$
ب) $(q \wedge r) \Rightarrow r$	$\begin{cases} q \equiv F \\ r \equiv ? \end{cases} \rightarrow (q \wedge r) \equiv F \rightarrow (q \wedge r) \Rightarrow r \equiv T$
پ) $(p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p \wedge r)$	$\begin{cases} p \equiv T \\ q \equiv F \end{cases} \rightarrow (p \wedge q) \equiv F, (\neg p \wedge r) \equiv F \\ \rightarrow (p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p \wedge r) \equiv T$
پ) $(\neg q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$	$\begin{cases} p \equiv T \\ q \equiv F \end{cases} \rightarrow (\neg q \Rightarrow p) \equiv T, (p \Rightarrow q) \equiv F \\ \rightarrow (\neg q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q) \equiv F$
پ) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$	$\begin{cases} p \equiv T \\ q \equiv F \end{cases} \rightarrow (p \Rightarrow q) \equiv F, (\neg q \Rightarrow \neg p) \equiv F \\ \rightarrow (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p) \equiv T$
ز) $(q \vee r) \Rightarrow (r \Rightarrow p)$	$\begin{cases} p \equiv T \\ q \equiv F \end{cases} \rightarrow (q \vee r) \equiv ?, (r \Rightarrow p) \equiv T \\ \rightarrow (q \vee r) \Rightarrow (r \Rightarrow p) \equiv T$
ز) $(\neg p \Rightarrow r) \Rightarrow \neg q$	$\begin{cases} p \equiv T \\ q \equiv F \end{cases} \rightarrow (\neg p \Rightarrow r) \equiv T \\ \rightarrow (\neg p \Rightarrow r) \Rightarrow \neg q \equiv T$
ز) $(\neg q \Rightarrow \neg p) \wedge r$	$\begin{cases} p \equiv T \\ q \equiv F \end{cases} \rightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p) \equiv F \\ \rightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p) \wedge r \equiv F$
ز) $(r \Rightarrow p) \wedge p$	$\begin{cases} p \equiv T \\ r \equiv ? \end{cases} \rightarrow (r \Rightarrow p) \equiv T \rightarrow (r \Rightarrow p) \wedge p \equiv T$

نهاية

۱۱) گروه ریاضی منطق دوم متوسطه، استان خوزستان

الف) $\neg(p \wedge q) \equiv (\neg p \vee \neg q)$

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p$	$\neg q$	$(\neg p \vee \neg q)$
د	د	د	ن	ن	ن	ن
د	ن	ن	د	ن	د	د
ن	د	ن	د	د	ن	د
ن	ن	ن	د	د	د	د

ب) $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

p	q	r	$(q \vee r)$	$p \wedge (q \vee r)$	$(p \wedge q)$	$(p \wedge r)$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
د	د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	د	د	د	ن	د
د	ن	د	د	د	ن	د	د
د	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	ن	ن	ن	ن
ن	د	ن	د	ن	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	ن	ن	ن	ن
ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن

پ) $p \wedge (p \vee q) \equiv p$

p	q	$(p \vee q)$	$p \wedge (p \vee q)$
د	د	د	د
د	ن	د	د
ن	د	د	ن
ن	ن	ن	ن

نهیه گشته:

۱۱، ۲

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

$$\text{c)} (p \Rightarrow p) \equiv T$$

p	$p \Rightarrow p$
د	د
ن	د

$$\text{c)} (p \vee \neg q) \wedge (p \vee q) \equiv p$$

p	q	$\neg q$	$p \vee \neg q$	$(p \vee q)$	$(p \vee \neg q) \wedge (p \vee q)$
د	د	ن	د	د	د
د	ن	د	د	د	د
ن	د	ن	ن	د	ن
ن	ن	د	د	ن	ن

$$\text{c)} (p \wedge \neg q) \vee (p \Rightarrow q) \equiv T$$

p	q	$\neg q$	$p \wedge \neg q$	$(p \Rightarrow q)$	$(p \wedge \neg q) \vee (p \Rightarrow q)$
د	د	ن	ن	د	د
د	ن	د	د	ن	د
ن	د	ن	ن	د	د
ن	ن	د	ن	د	د

تبیه گفته‌های:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

۱۱/۳

۲. اگر p گزاره‌ای درست و q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش هریک از گزاره‌های مرکب زیر را در صورت امکان مشخص کنید:

- (الف) $(p \vee r) \Rightarrow p$
- (ب) $(q \wedge r) \Rightarrow r$
- (پ) $(p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p \wedge r)$
- (ت) $(\neg q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$
- (ن) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$
- (ج) $(q \vee r) \Rightarrow (r \Rightarrow p)$
- (ج) $(\neg p \Rightarrow r) \Rightarrow \neg q$
- (ج) $(\neg q \Rightarrow \neg p) \wedge r$
- (خ) $(r \Rightarrow p) \wedge p$

حل ۲.

۳. درستی هریک از هم ارزی‌های زیر را با استفاده از جدول ارزش‌ها شناساند:

- (الف) $\neg(p \wedge q) \equiv (\neg p \vee \neg q)$
- (ب) $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
- (پ) $p \wedge (p \vee q) \equiv p$
- (ت) $(p \Rightarrow p) \equiv T$
- (ن) $(p \vee \neg q) \wedge (p \vee q) \equiv p$
- (ج) $(p \wedge \neg q) \vee (p \Rightarrow q) \equiv T$

حل ۳.

نهیه گشته:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

درس ۲

استدلال ریاضی

در درس گذشته با انواع گزاره‌ها و جدول ارزشی گزاره‌ها آشنا شدید. از طرفی در سال گذشته انواع استدلال‌های منطقی و قیاس‌های در کتاب منطق خود فراگرفتید. در این درس ابتدا به نحوه تبدیل گزاره‌های توصیفی به معادله‌های ریاضی و سپس با استفاده از قواعد و قضایای منطقی به استدلال ریاضی می‌برداریم. در اینجا منظور از استدلال ریاضی استفاده از ریاضی و نیز قواعد منطق گزاره‌ها در حل مسائل و همچنین اثبات بار دیگر گزاره به کمک ریاضی است.

اولین گام برای استدلال ریاضی این است که یک عبارت توصیفی را به زبان ریاضی بازنویسی کنیم. در ادامه با مثال‌هایی از تبدیل عبارت‌های توصیفی به زبان و نمادهای ریاضی آشنا می‌شوید.

مثال ۱: سال گذشته با عبارت زیر آشنا شدید.

«ما و ما و نصف ما و نیم‌ای از نصف ما، گر تو هم با ما شوی، ما جملگی صد می‌شویم».

اکنون عبارت فوق را به صورت نماد ریاضی بازنویسی می‌کنیم. کافی است به جای «ما» در ابتدای عبارت از x استفاده کنیم.

در این صورت خواهیم داشت:

$$x+x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}(\frac{1}{2}x)+1=1 \rightarrow 2x+\frac{3}{4}x+1=1 \rightarrow \frac{11}{4}x+1=1 \rightarrow \\ 2x = \frac{1}{4}x$$

بنابراین عبارت توصیفی فوق به صورت $\frac{11}{4}x+1=1$ بازنویسی شد که بهوضوح یک معادله ریاضی است.

مثال ۲: به عبارت زیر که عیناً از کتاب خلاصه الحساب انتخاب شده است، توجه کنید:

عدد ضرب فی نصفه و زیده علی الحاصل اثنا عشر حصل خمسة أمثال الغدد.

«عددی را در نصف خودش ضرب کردیم، آنگاه بر حاصل ضرب عدد ۱۲ را افزودیم، حاصل ۵ برابر عدد منظور شد».

برای تبدیل عبارت کلامی بالا به صورت نماد ریاضی، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

عدد منظور را x در نظر بگیرید. در نتیجه عبارت بالا به صورت زیر در خواهد آمد:

$$x \times \left(\frac{1}{2}x \right) + 12 = 5x \Rightarrow \frac{1}{2}x^2 + 12 = 5x \Rightarrow \frac{1}{2}x^2 - 5x + 12 = 0$$

عبارت فوق یک معادله درجه دوم است.

مثال ۳ : عبارت «ده درصد قیمت فروش کالایی، برابر سود آن است.» را به صورت نماد ریاضی بیان می‌کیم.
کافی است قیمت فروش این کالا را x و قیمت خرید آن را y در نظر بگیریم :

$$\frac{1}{100}x = x - y$$

کار در کلاس

عبارات زیر را به صورت نماد ریاضی بازنویسی کنید.

الف) عددی به علاوه پنج، مساوی دو برابر آن عدد است. $x + 5 = 2x$

ب) حاصل ضرب دو عدد حقیقی، برابر مجموعشان است. $xy = x + y$

ج) حاصل ضرب عددی در خودش به علاوه ۲ بزرگ‌تر از خودش است. $x^2 + 3 > x$

خواندنی ۱

کورت گودل (Kurt Gödel) یک ریاضی‌دان برجسته اتریشی است که در زمینه منطق، به ویژه تبدیل عبارات به نماد ریاضی نامی نامهای بسیاری انجام داد. نتیجه تحقیقات او در منطق ریاضی سبب پیدایش تحولات شگرفی در علم منطق به ویژه منطق ریاضی شد. فضایای معروف او موسوم به «فضایای ناتمامیت گودل» که در سال ۱۹۳۱ منتشر شدند فهم بشر را از نارسایی‌های موجود در دستگاه‌های منطقی سازگار^۱ دگرگون کرد. فضایای او به عنوان یکی از بزرگ‌ترین بحث‌های تاریخ ریاضیات شناخته می‌شوند. وی با تبدیل برخی گزاره‌ها به عبارات پیچیده ریاضی به کمک اعداد اول نشان داد که در هر دستگاه منطقی سازگار همواره گزاره‌های وجود دارند که با درست هستند یا نادرست؛ ولی ما هرگز نمی‌توانیم درستی یا نادرستی آنها را ثابت کنیم و لذا همه دستگاه‌های منطقی سازگار، ناقص هستند. وی جنبش گزاره‌هایی را «گزاره‌های اثبات نایذر»^۲ می‌نامد. کارهای او از جمله «اکدگذاری گودلی»^۳ بعداً در زمینه‌های مختلفی به ویژه در علوم رایانه و رمزنگاری استفاده شد. امروزه از تکنیک‌های مشابهی برای تولید بارکد محصولات استفاده می‌شود. در این بارکدها ابتدا یک عبارت توضیفی به عبارت ریاضی (معمولًاً یک عدد) و سپس به یک شکل هندسی تبدیل می‌شود. نمونه‌ای از این بارکدها را در زیر می‌بینید. با استفاده از نرم‌افزارهای بارکد‌خوان عبارت متناظر با این بارکدها را باید در کتاب منطق با انواع قیاس‌ها آشنائید. قیاس‌ها ابزارهای مهمی در استدلال و به ویژه استدلال ریاضی هستند.



۱- دستگاه منطقی مجموعه‌ای از اصول و قواعد منطقی است که درست پذیرفته می‌شوند. یک دستگاه منطقی را وقتی سازگار گوییم که با ترکیب اصول و قواعد آن توان هیچ یک از بارکدهای شناخته شده را اثبات کرد.

یکی از انواع قیاس‌ها که در استدلالات ریاضیاتی کاربرد فراوان دارد، «قیاس استثنایی» است. در زیر با ذکر مثالی از این نوع قیاس آن را بادآوری می‌کنیم.

مقدمه ۱: اگر امشب شب چهاردهم ماه باشد، آنگاه ماه کامل است.

مقدمه ۲: امشب، شب چهاردهم ماه است.

نتیجه: ماه کامل است.

استدلال بالا را می‌توان به طور کلی به شکل زیر صورت بندی کرد.

اگر الف آنگاه ب

الف

ب

و با با استفاده از نمادگذاری‌های درس قبل داریم:

$$p \rightarrow q$$

$$p$$

$$\therefore q$$

که در اینجا سه نقطه (\therefore) نماد نتیجه است.

گاهی از این قیاس به شکل نادرست استفاده می‌شود و منجر به نتیجه‌گیری نادرست می‌شود. به این گونه استدلالات معالجه می‌گویند. در زیر به مثالی از این نوع برداخته شده است.

مثال ۱: آرش معتقد است که «هر کسی از من متفرق است، پشت سر من حرف می‌زند. از طرفی سعید پشت سر من حرف زده است. پس سعید از من متفرق است».

برای بررسی درستی یا نادرستی استدلال آرش ابتدا مقدمات استدلال او را در زیر مرتب کرده‌ایم:

اگر کسی از من متفرق باشد، آنگاه پشت سر من حرف می‌زند.

$$q$$

$$p$$

سعید پشت سر من حرف زده است.

$$q$$

سعید از من متفرق است:

در واقع استدلال آرش به صورت رو به رو است:

$$p \rightarrow q$$

$$q$$

$$\therefore p$$

در حالی که در قیاس استثنایی مقدمه دوم باید p باشد و نه q . پس استدلال آرش نادرست است.

با استفاده از نمادهای ریاضی و قواعد منطقی می‌توان مسائل زیادی را حل کرد. استفاده از نمادهای ریاضی اغلب باعث شفاف تر شدن مسئله و سهولت در به کار گیری قواعد منطقی می‌شود. در زیر به نمونه‌ای از استدلال ریاضی در حل مسائل برداخته شده است.

نهیه گفته‌های:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

کار در کلاس

۱. با استفاده از جدول ارزشی، درستی قاعدة قیاس استنتای $q \Rightarrow (p \wedge q)$ را نشان دهد.

۲. در هر یک از استدلالات زیر جای خالی را با عبارت مناسب بر کنید تا قیاس کامل شود.

$$\begin{array}{c} p: x > 0 \\ x: p > 0 \end{array} \rightarrow q: x^2 > 0$$

دو خط هیچ گاه یکدیگر را قطع نمی کنند: $p: x^2 > 0 \rightarrow q: x > 0$

دو خط موازی باشند: $x^2 > 0$

خط موازی همیشه بیندند

.....

خطوط L_1 و L_2 هیچ گاه یکدیگر را قطع نمی کنند.

مثال ۲: سه لیوان همانند شکل زیر داریم که بگی از آنها وارونه است. می خواهیم همه آنها در حالت درست (رو به بالا) قرار گیرند. ولی مجاز هستیم تا هر بار دقیقاً دو لیوان را تغییر وضعیت دهیم (اگر وارونه است، آن را درست کنیم و برعکس) سؤال این است که آیا این کار امکان پذیر است؟ اگر بله با چند حرکت مجاز؟ امتحان کنید!

پاسخ: به کمک یک استدلال ساده ریاضی که در ادامه می آید، نشان می دهیم که این کار امکان پذیر نیست. برای این کار داریم:

تعداد لیوان های وارونه =

$s =$ وضعیت فعلی (یک لیوان وارونه است):

$s+2 =$ وضعیت مطلوب (هیچ لیوانی وارونه نباشد):

حرکت مجاز: در هر بار دقیقاً دو لیوان تغییر وضعیت دهد.

۴-۲ → تعداد لیوان های وارونه دو تا کم می شود → دو لیوان درست می شود

۴+۲ → تعداد لیوان های وارونه دو تا اضافه می شود → دو لیوان وارونه می شود

مجاز در حالت کلی \rightarrow یک لیوان درست و یک لیوان وارونه می شود

بنابراین s همیشه به اندازه عددی زوج (یا $-2 + 4n$ با) تغییر می یابد و هرگز از ۱ به کاهش نمی یابد.

کار در کلاس

۱. مثال سه لیوان را در حالت زیر بررسی کنید. آیا فقط یک راه حل دارد؟

حل نشده

A B C



۲. مثال سه لیوان را برای حالتی که یعنی از ۳ لیوان داریم و تعداد فردی از لیوان ها را که وارونه هستند، بررسی کنید. آیا استدلال گفته شده در آنجا قابل تعمیم به حالت اخیر است؟

حل کاردر کلاس اول صفحه‌ی ۱۵ فصل ۱ (ریاضی و آمار ۲)

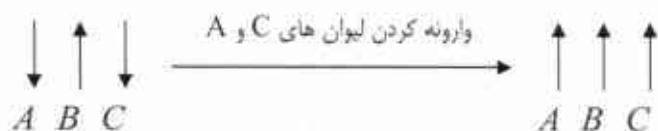
: ۱

p	q	$(p \Rightarrow q)$	$(p \Rightarrow q) \wedge p$	$(p \Rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د
ن	د	د	ن	د
ن	ن	د	ن	د

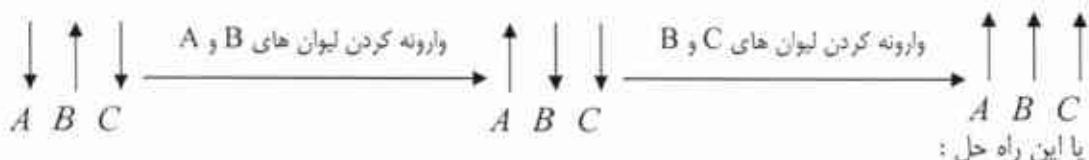
لذا قیاس استثنایی $(p \Rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$ همیشه درست است.

حل کاردر کلاس دوم صفحه‌ی ۱۵ فصل ۱ (ریاضی و آمار ۲)

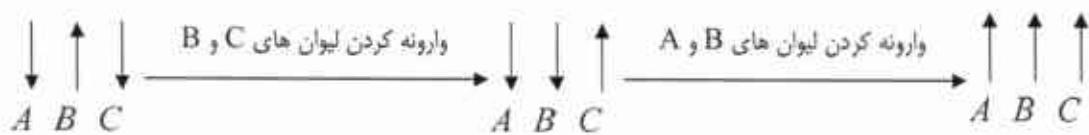
۱: یک راه حل :



مسئله راه حل های دیگری هم دارد. مثلاً :

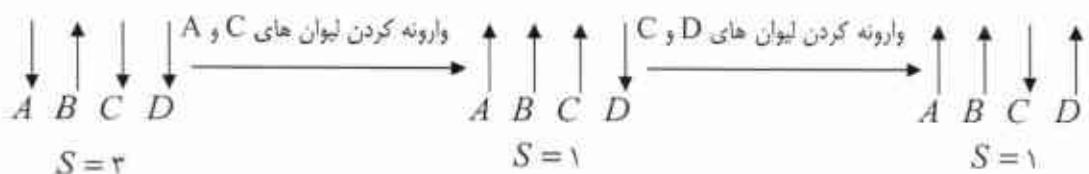


یا این راه حل :



۲: مسئله را برای چهار لیوان که سه لیوان از بین آنها وارونه هستند را بررسی می کنیم. (تعداد لیوان های

وارونه را برابر S قرار می دهیم.)



در هر حالت با وارونه کردن دو لیوان مقدار S برابر ۱ یا قی می ماند. مطلوب آن است که $S = 0$ شود. با این

استدلال معلوم می شود که حالت $S = 0$ به دست نمی آید. لذا مسئله جواب ندارد.

نهیه گفته شد:

تذکر : در درس قبل دیدیم که دو گزاره شرطی $q \Rightarrow p$ و $\sim p \Rightarrow \sim q$ هم ارزند. به عبارت دیگر اگر بخواهیم ثابت کیم گزاره شرطی $q \Rightarrow p$ درست است و این کار دشوار نیست، به جای آن می توان ثابت کرد $\sim p \Rightarrow \sim q$ درست است. در این حالت می گوییم عکس تبیض گزاره اصلی را ثابت می کیم.

مثال ۳ : ثابت کنید «اگر n زوج باشد آنگاه n زوج است ($n \in \mathbb{Z}$)».

اگر فرض کیم

p زوج است : n^2

q زوج است : n

و بخواهیم از درستی گزاره p به گزاره q برسیم، مسیر اثبات دشوار است. برای این کار از عکس تبیض گزاره $q \Rightarrow p$ یعنی $\sim p \Rightarrow \sim q$ استفاده می کیم. یعنی نشان می دهیم اگر n زوج نباشد (عنی فرد باشد، چون حالت دیگری وجود ندارد)، آنگاه n^2 زوج نیست (عنی n فرد است).

$$\begin{aligned} n &= 2k+1 \Rightarrow n^2 = (2k+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 \Rightarrow n^2 = 2(\underbrace{4k^2 + 4k}_m) + 1 \\ &\Rightarrow n^2 = 4m+1 \end{aligned}$$

تساوی اخیر نشان می دهد که n^2 فرد است ولذا حکم به دست می آید.

گاهی در یک استدلال با اثبات ریاضی دچار خطأ می شویم. یافتن خطأ در یک استدلال برای رفع ابراد آن بسیار مهم است. گاهی یک استدلال غلط برای سال ها درست پنداشته می شود تا اینکه داشتمدنی به غلط بودن آن بی می برد. کشف محل اشکال در یک استدلال همواره ساده نیست و نیاز به مهارت و دقت دارد. به مثال های زیر دقت کنید.

مثال ۱ : دانش آموزی ادعا می کند که معادله $x^2 - x = 0$ تنها یک ریشه دارد و آن $x = 1$ است. استدلال او در زیر آمده است.

$$1) x^2 - x = 0$$

$$2) x(x-1) = 0 \quad \text{تجزیه معادله}$$

$$3) \frac{x(x-1)}{x} = 0 \quad \text{ تقسیم طرفین بر } x \text{ و ساده سازی}$$

$$4) x-1 = 0 \quad \text{حاصل ساده سازی و تبدیل به معادله ساده تر}$$

$$5) x = 1 \quad \text{جواب معادله}$$

ابراد این استدلال در این است که در گام سوم اجازه تقسیم بر x وجود ندارد، چون x ممکن است صفر باشد و عبارت $\frac{0}{x}$ معنا می نسود.

مثال ۲ : دانش آموزی گزاره « $a < b \Rightarrow ac < bc$ » را که a, b, c اعداد حقیقی آن، به صورت زیر ثابت کرده است. ابراد این استدلال را بیندازید.

$$1) a < b$$

$$2) a+c < b+c \quad \text{طرفین را با } c \text{ جمع می کیم.}$$

$$3) c(a+c) \leq c(b+c) \quad \text{طرفین نامساوی قبل را در } c \text{ ضرب می کیم.}$$

$$4) ac + c^2 < bc + c^2 \quad \text{را در برانزه ها ضرب می کیم.}$$

$$5) ac < bc \quad \text{چون } c^2 \text{ عددی همواره مثبت است، می توان آن را از طرفین کم کرد.}$$

$$6) ac < bc$$

نتیجه گشته :

ایراد این استدلال در گام سوم است. چون علامت c معلوم نیست (ممکن است مثبت یا منفی باشد)؛ پس نمی‌توان آن را در طرفین نامساوی ضرب کرد. به عنوان مثال اگر $a=1$ و $b=2$ و $c=-1$ باشد، آنگاه گزاره فوق معادل است با « $-2 < 1 \Rightarrow -1 < 2$ » که آشکارا نادرست است.

کار در کلاس

سوال زیر در یک امتحان ریاضی داده شده است.

$$\text{اگر } a = \frac{a-d}{c-d} \text{ آنگاه مطلوب است. } (a \neq 1)$$

استدلال‌های زیر را برای بدست آوردن d از گرهای امتحانی دانش‌آموزان آوردیدم.

کدام یک از استدلال‌ها درست و کدام نادرست است؟ دلیل نادرستی هر استدلال غلط را بیان کنید.

(الف)

$$\begin{aligned} 1) \quad & \mu = \frac{a-d}{c-d} \quad \times \\ 2) \quad & \cdot = \frac{-d}{c-d} \\ 3) \quad & d = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{حذف } a \text{ در مرحله ۱} \rightarrow \text{ ایراد دارد. } & \text{ «استدلال نادرست»} \\ a = 5, \quad c = 9, \quad d = 1 & \\ \frac{a-d}{c-d} = \frac{5-1}{9-1} \rightarrow \frac{4}{8} = -\frac{1}{2} & \rightarrow 0 = -\frac{1}{2} \quad \text{نادرست} \end{aligned}$$

(ب)

$$\begin{aligned} 1) \quad & a = \frac{a-d}{c-d} \\ 2) \quad & ac - ad = a - d \\ 3) \quad & ac - a = ad - d \\ 4) \quad & a(c-1) = (a-1)d \\ 5) \quad & \frac{a(c-1)}{a-1} = d \quad \times \\ 6) \quad & -(c-1) = d \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{حذف } a \text{ در مرحله ۴} \rightarrow \text{ ایراد دارد. } & \text{ «استدلال نادرست»} \\ a = 3, \quad c = \frac{9}{2}, \quad d = 1 & \\ \frac{a(c-1)}{a-1} = 1 \rightarrow -(\frac{9}{2}-1) = 1 \rightarrow -\frac{7}{2} = 1 & \quad \text{نادرست} \end{aligned}$$

(ج)

$$\begin{aligned} 1) \quad & a = \frac{a-d}{c-d} \\ 2) \quad & a(c-d) = a-d \\ 3) \quad & ac - a = ad - d \\ 4) \quad & ac - a = (a-1)d \\ 5) \quad & \frac{ac-a}{a-1} = d \end{aligned}$$

ایراد دارد. «استدلال درست»

تبیه گشته:

گروه ریاضی مقطع دوم موسسه، استان خوزستان

تمرین

۱. گزاره‌های زیر را به صورت نماد ریاضی بازنویسی کنید.

حل شده

(الف) دو برابر جذر عددی برابر خودش است.

(ب) مکعب یک عدد، بزرگ‌تر از هفت برابر آن عدد، به علاوه بیش است.

(پ) مجموع معکوس‌های دو عدد بزرگ‌تر با مساوی مجموع آن دو عدد است.

(ت) مجموع مکعبات دو عدد بزرگ‌تر با مساوی مکعب مجموع آن دو عدد است.

(ث) هر عدد ناصفی از معکوس خود بزرگ‌تر با مساوی با آن است.

۲. در هر مورد گزاره‌ای همراه با یک استدلال نادرست برای آن داده شده است. دلیل نادرستی استدلال را بیان کنید.

(الف) اگر طول و عرض یک مستطیل را دو برابر کنیم، آنگاه مساحت آن نیز دو برابر می‌شود.

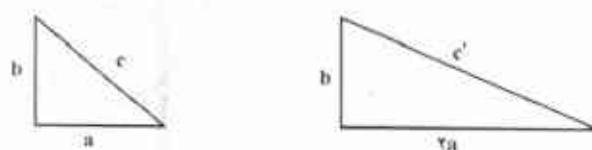
x : طول

y : عرض

مساحت $S = xy$

$\Rightarrow S = 2xy = 2S$ مساحت دو برابر شده است.

(ب) در یک مثلث قائم الزاویه به اضلاع قائمه a و b و وتر c همانند شکل زیر اگر ضلع a را دو برابر کنیم، آنگاه وتر آن نیز دو برابر می‌شود.



استدلال: می‌دانیم در مثلث قائم الزاویه روبه‌رو قضیه فیثاغورث به صورت زیر برقرار است:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

اکنون این رابطه را برای مثلث قائم الزاویه جدید نیز می‌نویسیم:

$$c'^2 = (2a)^2 + b^2 = 4a^2 + b^2 = 4(a^2 + b^2) = 4c^2 \xrightarrow{\text{جذر}} c' = 2c$$

پس وتر دو برابر شده است.

(پ) تساوی $\sqrt{\frac{12 \times 3 + 4 \times 16}{6}} = 2\sqrt{11}$ برقرار است.

$$\sqrt{\frac{12 \times 3 + 4 \times 16}{6}} = \sqrt{\frac{12 \times 3 + 4 \times 16}{2 \times 3}} = \sqrt{\frac{12 + 4 \times 16}{3}} = \sqrt{12 + 32} = \sqrt{44} = \sqrt{4 \times 11} = 2\sqrt{11}$$

نهیه گشته:

حل تمرین صفحه ۱۸ فصل ۱ (ریاضی و آمار ۲)

:۱

$$x \geq \frac{1}{x} ; x \neq 0 \quad \text{(ث)} \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq a + b \quad \text{(ب)}$$

$$\alpha^r + \beta^r \geq (\alpha + \beta)^r \quad \text{(ت)} \quad k^r > 7k + 5 \quad \text{(پ)}$$

$$2\sqrt{x} = x \quad \text{(الف)}$$

:۲

(الف) استدلال تادرست است. مسئله اشاره به دو برابر کردن اضلاع داشته است. در اینجا مساحت را دو برابر

کرده است. می‌توان با مثال نیز تادرستی استدلال را نشان داد.

$$a = 3 \rightarrow x = 3 \times 2 = 6$$

$$b = 5 \rightarrow y = 5 \times 2 = 10$$

$$\text{مساحت مستطیل اولیه} \quad a \times b = 3 \times 5 = 15$$

$$\text{مساحت مستطیل ثانویه} \quad x \times y = 6 \times 10 = 60$$

مشاهده می‌کنیم که مساحت چهار برابر شده است به دو برابر.

(ب) استدلال در مرحله‌ی $4a^r + b^r = 4(a^r + b^r)$ باطل می‌شود. به این مثال توجه کنید.

$$a = 3 \quad \text{و} \quad b = 5$$

$$4a^r + b^r = 4(3^r) + (5^r) = 36 + 25 = 61$$

$$4(a^r + b^r) = 4(3^r + 5^r) = 4(9 + 25) = 4 \times 34 = 136$$

(پ) استدلال در اوّلین قدم، (ساده کردن ۳ از صورت و مخرج) باطل می‌شود. ابتدا باید حاصل صورت را به

دست اوریم و سپس در صورت امکان ساده کنیم.

$$\sqrt{\frac{12 \times 3 + 4 \times 16}{6}} = \sqrt{\frac{36 + 64}{6}} = \sqrt{\frac{100}{6}} = \frac{10}{\sqrt{6}} = \frac{10}{\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{10\sqrt{6}}{6} = \frac{5\sqrt{6}}{3}$$

تبهه گشته:

۱۸/۱

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

فصل ۲- توابع

درس ۱

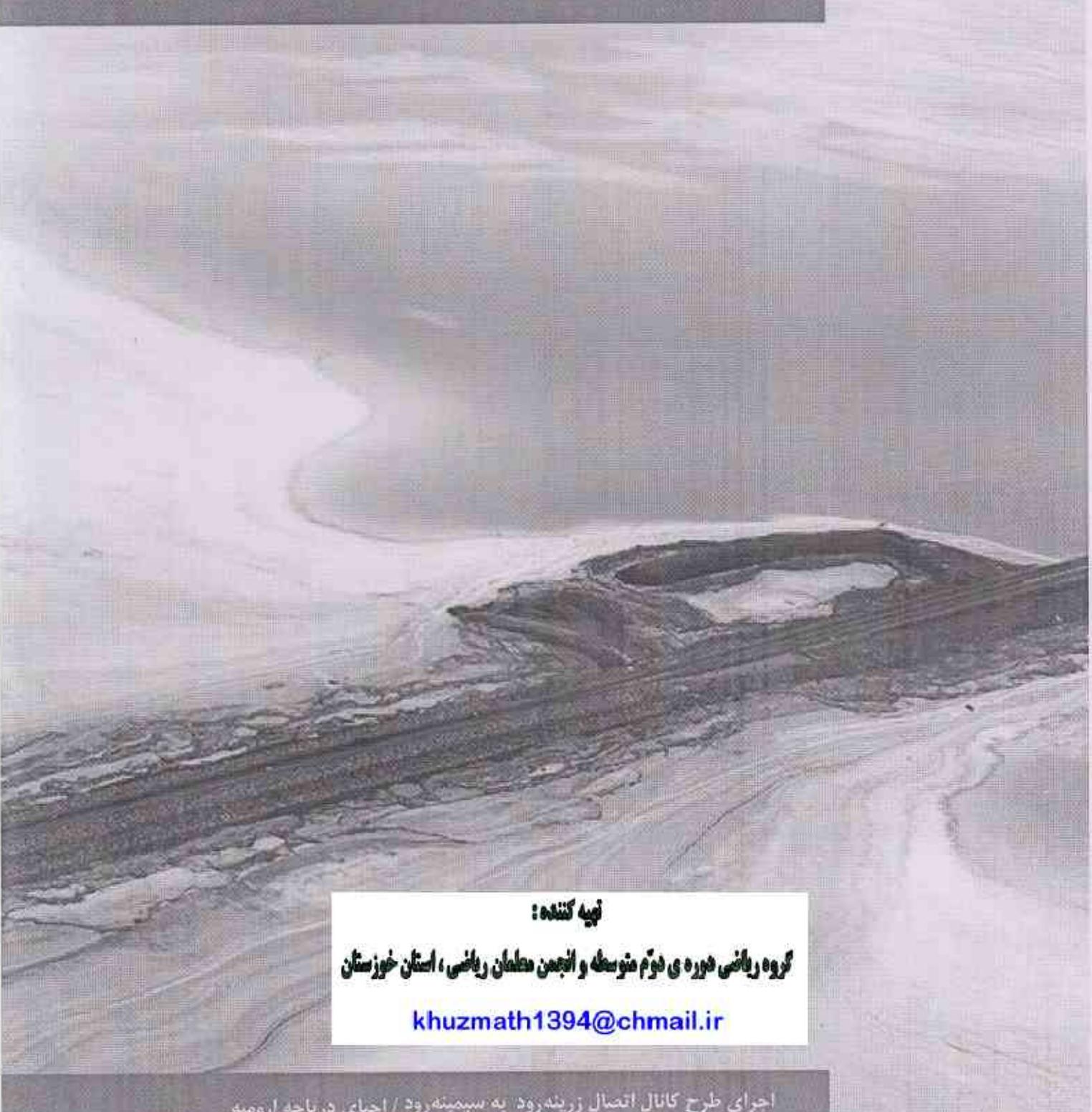
توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی

درس ۲

توابع پلکانی و قدرمطلقی

درس ۳

اعمال بر روی توابع



نیمه گشته:

گروه ریاضی دوره‌ی دوم منطقه وابعث معلمان ریاضی، استان خوزستان

khuzmath1394@chmail.ir

احرازی طرح کanal اتصال زرینه رود به سیمینه رود / اجیار دریاچه ارومیه

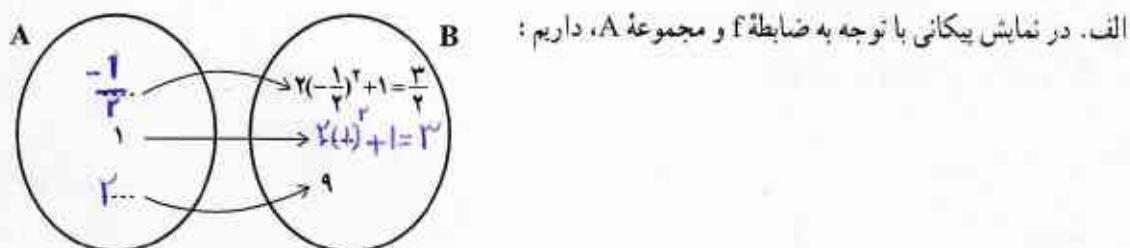
درس ۱

تابع ثابت، چندضابطه‌ای و همانی

در سال گذشته با مفاهیم تابع، دامنه و برد آشنا شدیم.

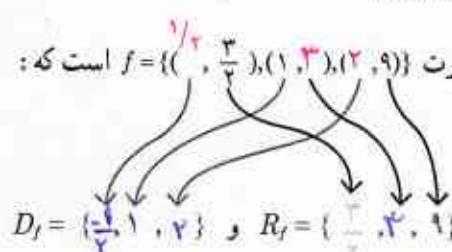
فعالیت

اگر $f: A \rightarrow B$ باشد، با توجه به نمایش‌های خوانده شده در سال قبل برای بیان یک رابطه:

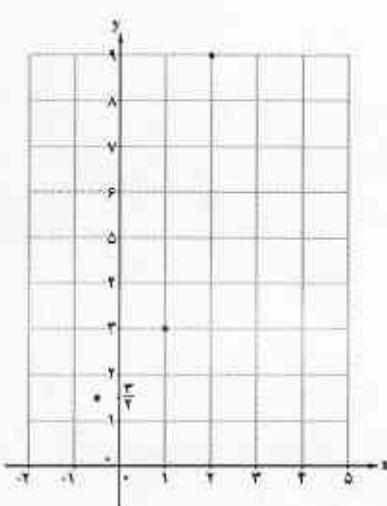


بنابراین برد f مجموعه $\{9, 3, 2\} = B$ است. نمایش پیکانی رابطه فوق بیانگر یک تابع است؛ زیرا از هر عضو مجموعه A ، دقیقاً یک پیکان خارج شده است.

ب. نمایش زوج مرتبی مثال بالا به صورت $\{(1, 2), (2, 3), (3, 9)\}$ است که:



مجموعه‌های دامنه و برد تابع f را تشکیل می‌دهند.



ج. نمایش مختصاتی آن نیز چنین است: تصویر این نقاط بر روی محور x ها؛ یعنی $\{\frac{1}{2}, 1, 2\}$ دامنة تابع و تصویر همین نقاط بر روی محور y ها $\{2, 3, 9\}$ برد تابع نامیده می‌شود.

نویه گفته‌های:

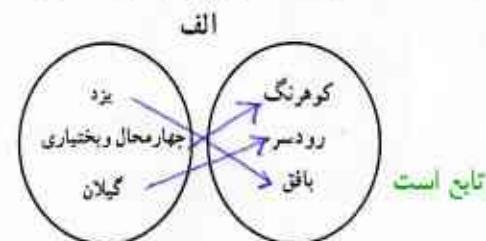
گروه راضی دوره‌ی فرم متوسطه و انجمن معلمان راضی، استان خوزستان

khuzmath1394@chmail.ir

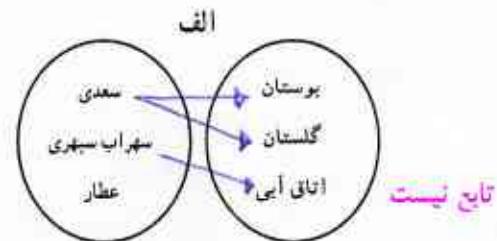
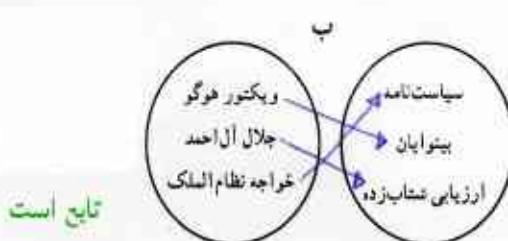
کار در کلاس

اولاً با پیکان‌های متناسب رابطه خواسته شده را کامل کنید.

۱. رابطه‌ای که به هر استان، شهری از خود استان را نسبت می‌دهد.



۲. رابطه‌ای که به خالق کتاب، کتابش را نسبت می‌دهد.



حال جدول زیر را با توجه به رابطه‌هایی که در قسمت ۱ و ۲ «تابع» هستند، کامل کنید.

نمایش مختصاتی	نمایش زوج مرتبی	نمایش پیکانی
	((برک، طلا)، (کوهرنگ، چهار)، (باقع، زند)) ((بند، رودسر)، (بیزد، چهارمحال و بختیاری))	
	((نام، خواست)، (آندر، آل احمد)، (نور، خوشبخت)، (بیتوابان، چهار)، (از زبان شتاب‌زاده، بزرگ))	

با توجه به جدول بالا:

- الف. نمایش پیکانی یک رابطه، وقتی تابع است که از هر عضو یک مجموعه اول، یعنی این استان، یک شهر خاص بخواهد.
- ب. نمایش زوج مرتبی یک رابطه، وقتی تابع است که همیشه دو عددی، مرتبه، همها همچون در آن، بخواهد. اول کسان نداشته‌اند.
- ج. نمایش مختصاتی یک رابطه، وقتی تابع است که هر چند غواصین، بحیره‌یان، حمام‌ها، صعنو داران بر جهان‌گردی مطلع نند.

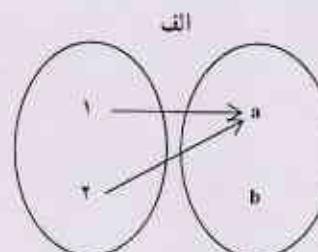
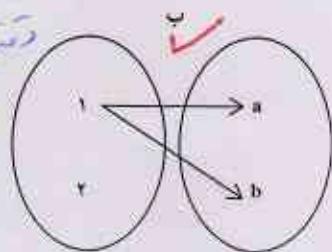
۴۳

ب) عذر من اگر مولفه‌ها اول درجه هست آن سران باشد در این صورت
مولفه‌ها دوم آنها نیز را برپا نشوند.

تمرین

۱. کدامیک از رابطه‌های زیر که با نمودار پیکانی نمایش داده شده‌اند، تابع نیست؟ جرا؟

جواب حالت ب) دستگاه سیان
حاج نشانه ایست

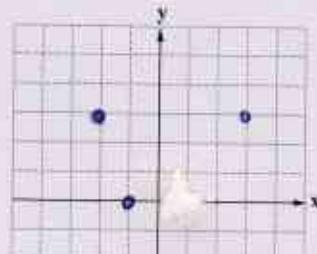


تابع است

۲. کامل کنید:

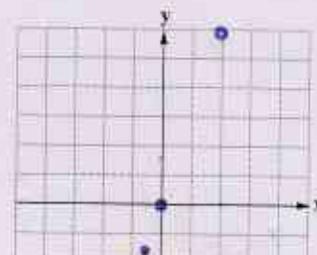
$$\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = x^2 - 1 \end{cases}$$

$$D_f = A = \{-1, 0, 1\} \quad R_f = \{3, 0, 1\}$$



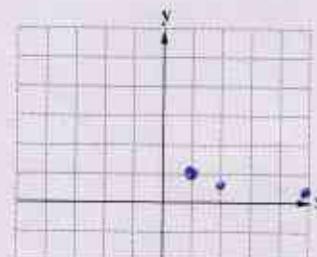
با توجه به ترتیب عضوهای در دامنه و برد می‌توان این تابع را نوشت

$$\begin{array}{lll} B \ni A / f & D_f = \{-1, 0, 1\} & R_f = \{0, 1, 3\} \\ f(x) = x^2 - 1 & & \end{array}$$



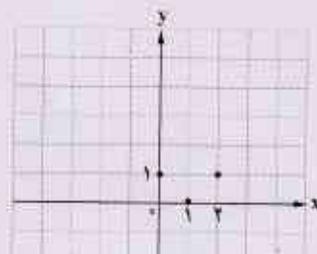
$$\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = \frac{1}{x} \end{cases}$$

$$D_f = \{1, 2, 3\} \quad R_f = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\}$$



$$\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = (x-1)^2 \end{cases}$$

$$D_f = \{1, 2, 3\} \quad R_f = \{0, 1\}$$



نحوه کشیده:

۲۴

گروه ریاضی دوره‌ی دوم فنی‌مهندسی و اقتصاد سلطانی، استان خوزستان

دانلود جزو

khuzmath1394@chmail.ir

کام به کام

dourkhiz.com

انواع توابع (ثابت، چندضابطه‌ای و همانی)

یکی از کاربردهای تابع، «مدل‌سازی مسائل واقعی» است. به مثال زیر توجه کنید:

مدیران یک فروشگاه به دلایلی^{*} تصمیم گرفته‌اند هزینه استفاده از توقفگاه فروشگاه را برای مشتریان خود به صورت هوشمند تعیین کنند. پیش از این، هزینه استفاده از توقفگاه ثابت بوده است (مستقل از ساعت و روز هفته).

برای اجرای این تصمیم ابتدا به کمک دوربین‌های مدارسته، در ورودی توقفگاه و به کمک «روش مشاهده» تعداد خودروهای ورودی در سومین هفته هر قسم شمارش شده است. با توجه به نبود داده دورافتاده، برای تعیین تعداد خودروهای ورودی در هر ساعت از روزهای کاری فروشگاه از شاخص آماری میانگین استفاده شده است. این اطلاعات در جدول ۱ نمایش داده شده است:

جدول ۱. میانگین ورود خودرو به توقفگاه در هر ساعت کاری فروشگاه

روز هفته	نهمین ساعت	دهمین ساعت	یازدهمین ساعت	دوازدهمین ساعت
(۸-۹)	(۹-۱۰)	(۱۰-۱۱)	(۱۱-۱۲)	(۱۲-۱۳)
نیم	۵۰	۵۰	۵۰	۴۰
یکشنبه	۱۷۰	۱۷۰	۱۶۰	۱۴۰
دوشنبه	۲۵۰	۲۲۰	۲۲۰	۲۱۰
سه شنبه	۳۶۰	۲۴۰	۲۴۰	۱۹۰
چهارشنبه	۶۸۰	۵۷۰	۴۹۰	۳۵۰
پنجشنبه	۱۱۴۰	۱۰۷۰	۹۳۰	۸۹۰
جمعه	۴۹۰	۵۲۰	۱۰۹۰	۹۴۰

با در نظر گرفتن جدول ۱، هزینه توقفگاه از روز شنبه تا چهارشنبه مطابق جدول ۲ تعیین شده است:

جدول ۲. هزینه توقفگاه با توجه به میانگین خودروهای ورودی

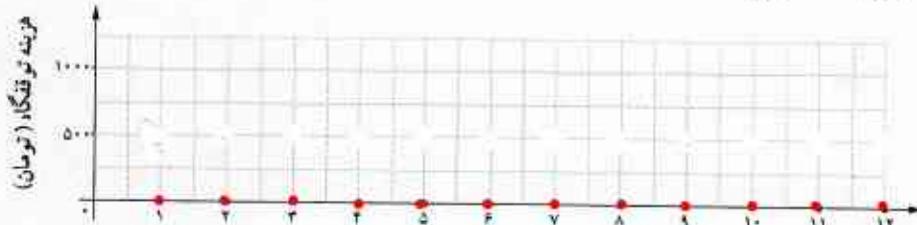
هزینه دریافتی از هر خودرو (تومان)	میانگین خودروهای ورودی در هر ساعت
(رایگان)	۱۰۰
۵ تومان	۱۰۰-۲۰۰
۱۰ تومان	۲۰۰-۳۰۰
۱۵ تومان	۳۰۰-۴۰۰
۲۰ تومان	۴۰۰-۵۰۰
۲۵ تومان	۵۰۰-۶۰۰
۳۰ تومان	۶۰۰-۷۰۰

- * ۱. در زمان‌هایی که تعداد مشتریان فروشگاه، فراوان نیست، هزینه اندک توقفگاه می‌تواند شویلی برای خرید از فروشگاه، ترد مشتریان باشد.
- ۲. در زمان‌هایی که تعداد مشتریان فروشگاه، فراوان است، هزینه بالاتر استفاده از توقفگاه در آمد مشتری را برای فروشگاه فراهم می‌کند.
- ۳. در زمان‌هایی که تعداد مشتریان از طرفیت پذیرش فروشگاه، پیشتر است و این مسئله باعث تعجیل مشتریان در خرید از فروشگاه می‌شود. سوق دادن بخشی از این مشتریان به ساعت‌های خلوت فروشگاه به دلیل هزینه رایگان با اندک توقفگاه می‌تواند در افزایش درآمد فروشگاه، سیار تأثیرگذار باشد. به این دلیل نه تنها هزینه منظر توقفگاه، بهنهایی می‌تواند درآمد فروشگاه، را ارتقا بخشد، بلکه این مسئله بر حیوان خرید مشتریان از فروشگاه پذیر تأثیرگذار است که نتیجه آن سود پیشتر فروشگاه، خواهد بود.

تابع ثابت (Constant Function)

بر اساس اطلاعات آماری جدول ۱ و ۲، نمودار «امین ساعت کاری فروشگاه-هزینه دریافتی» را برای روزهای شنبه تا چهارشنبه در نخستین هفته هوشمندسازی رسم می‌کیم.

شنبه: در نخستین روز هفته تعداد خودروهای ورودی به پارکینگ همواره در دسته ۱۰۰- قرار می‌گیرد. بنابراین مطابق جدول دو، نمودار زیر به دست می‌آید:

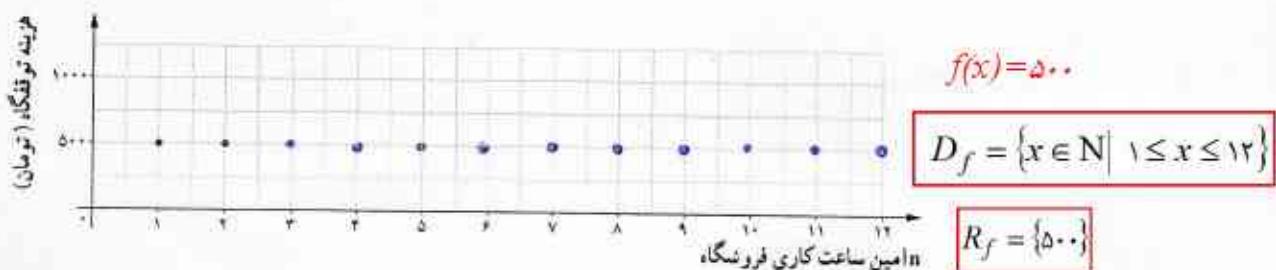


لوجه: این متغیر «امین ساعت کاری فروشگاه
گذشته است

این نوع تابع که به ازای $n=1$ تا $n=12$ ؛ یعنی در تمام ۱۲ ساعت کاری فروشگاه، مقدار ثابت صفر را اختبار کرده است، تابع ثابت نامیده می‌شود. پس ضابطه تابع «هزینه توافقگاه» در این روز به صورت $D=\{n \in \mathbb{N} | 1 \leq n \leq 12\}$ است که در آن $C(n)=0$ دامنه تابع و $R=C$ برد تابع را تشکیل می‌دهند.

کار در کلاس

یک شنبه: با توجه به میانگین خودروهای ورودی در جدول ۱ و هزینه دریافتی مطابق جدول ۲، نمودار زیر را کامل کنید.



را که در آن مجموعه $\{c\}$ برد تابع است، تابع ثابت می‌نامند. در تابع ثابت، برد تابع تنها شامل یک عضو است.

۱. با توجه به آنکه مدت زمانی طول می‌کشد تا مشتریان فروشگاه از تردد هزینه توافقگاه آگاهی پاید در نخستین هفته هوشمندسازی توافقگاه، میانگین ورودی خودرو تغییر محسوس نکرده است و اطلاعات جدول ۱ در این هفته معین است.

نکته: (۱۶) سمعت تفسیر رسم است

*** لازم به نکر است دانش آموزان در سال گذشته بسته بندی مختصر کمی بعلی گذشته و بیوسته را تحویله اند

فعالیت

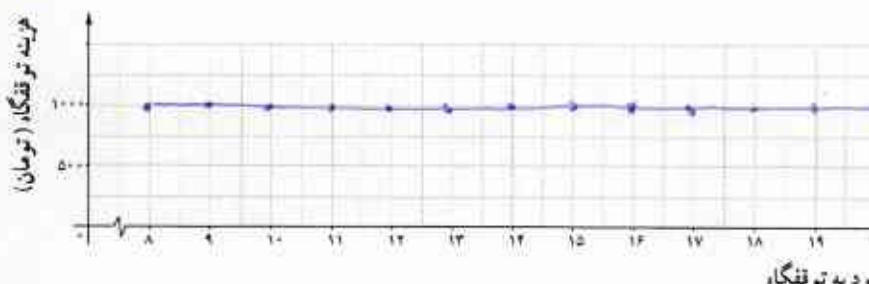
دو شنبه: با استفاده از جدول ۱ و ۲ همانند روزهای شنبه و یکشنبه، نمودار زیر را برای روز دوشنبه کامل کنید و دامنه و برد و ضابطه تابع را مشخص کنید.

توجه داشته باشید که در این نمودار محور x برخلاف روزهای شنبه و یکشنبه بیانگر زمان ورود خودرو به توقفگاه است.

$$\begin{cases} C: A \rightarrow B \\ C(x) = 1000 \end{cases}$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid 8 \leq x \leq 20\}$$

$$R = \{1000\}$$



نکته: غردار نزدیک به صدر

خطه رسم مسحود (زمان
تفصیر بیوسته است.)

راهنمای غردار نزدیک
روزنه متعلق به قطعه از

مجموعه اعداد حقیقی است زمان ورود به توقفگاه

دامنه نمودار در روز دوشنبه چه تفاوتی با دامنه نمودار در روزهای شنبه و یکشنبه دارد؟

تفاوت این دامنه‌ها چه تأثیری بر نمودار تابع دارد؟ چرا؟ غردار اعداد حقیقی است

رسم مسحود (زمان تفسیر بیوسته است) دلیل

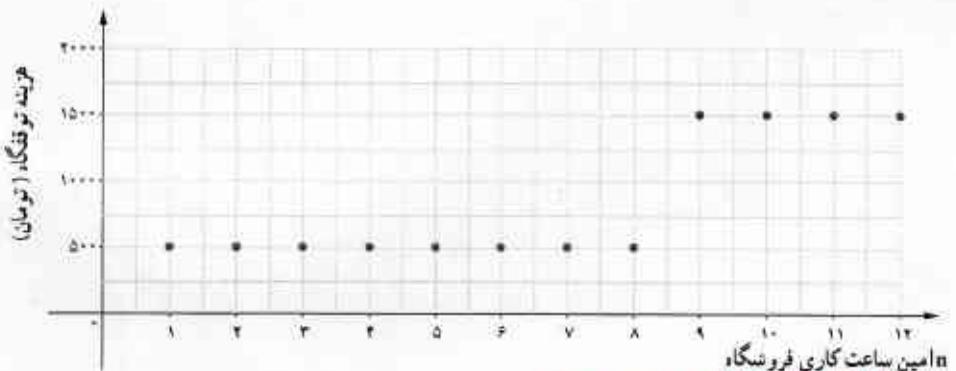
تابع

سه شنبه: با بررسی جدول ۱ تعداد خودروهای ورودی از نه
۲۰۰-۱۰۰ و در چهار ساعت پایانی ساعت کاری فروشگاه در دسته ۴۰۰-۳۰۰ قرار می‌گیرد. با در نظر گرفتن جدول ۲، هزینه استفاده از توقفگاه برای خودروها در این روز از این تابع پیروی می‌کند:

$$C(n) = \begin{cases} 500 & 1 \leq n \leq 8 \\ 1500 & 9 \leq n \leq 12 \end{cases} \quad (1)$$

(2)

که ضابطه ۱ مربوط به ساعت ورودی اول تا هشتم و ضابطه ۲ مربوط به ساعت ورودی نهم تا دوازدهم است و نمودار آن:



(که اشتراک آنها نهی است)

توابعی که در بخش‌های مختلف دامنه، ضابطه‌های مختلف دارند، توابع جند ضابطه‌ای نامیده می‌شوند؛ مثلاً اگر یک تابع از دو ضابطه پیروی کند، یک تابع ~~ضابطه‌ای~~ نامیده می‌شود.

دامنه نمودار روز دوشنبه متعلق به قطعه ای از مجموعه اعداد حقیقی است در صورتی که دامنه نمودارهای روز شنبه و دیگر شنبه متعلق به قطعه ای از مجموعه ای اعداد طلیعی است.



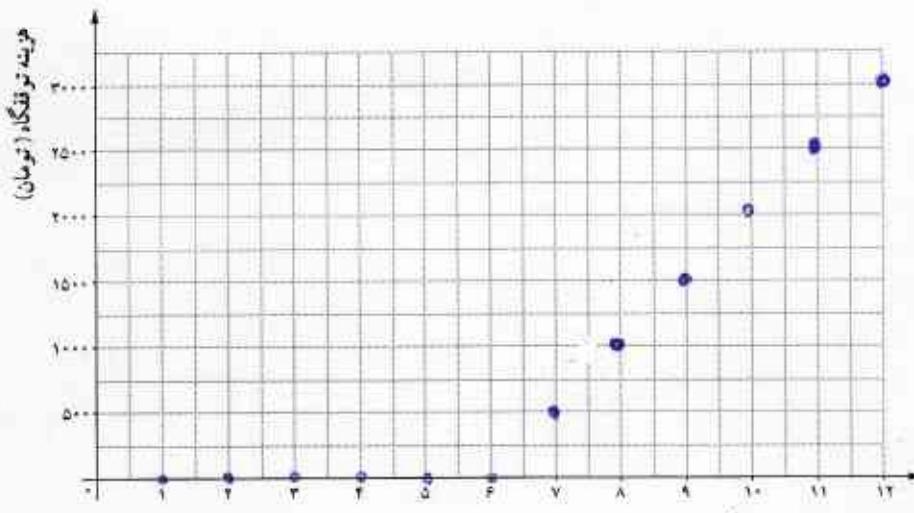
دانلود جزو
نحوی دک خطا
کام به کام

کار در کلاس

چهارشنبه: در این روز با توجه به جدول ۱ و ۲ ضابطه تابع به صورت زیر مشخص می‌شود:

$$C(n) = \begin{cases} 500 & n=7 \\ 1000 & n=8 \\ 1500 & n=9 \\ 2000 & n=10 \\ 2500 & n=11 \\ 3000 & n=12 \end{cases} \quad \Leftrightarrow C(n) = \begin{cases} 1 \leq n \leq 6 \\ (n-7) \times 500 & 7 \leq n \leq 12 \end{cases}$$

۱. نمودار این تابع را رسم کنید:

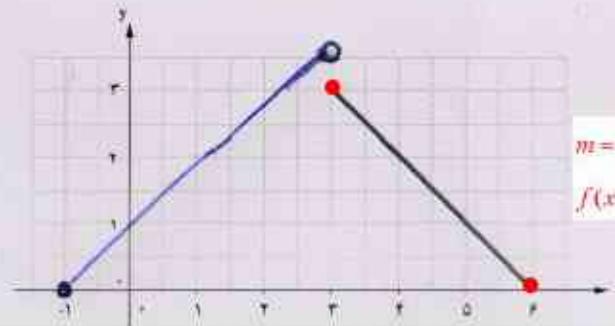


۲. درآمد توقفگاه فروشگاه در این روز چقدر است؟

$$\text{درآمد توقفگاه} = 500 \times 180 + 1000 \times 270 + 1500 \times 360 + 2000 \times 450 + 2500 \times 570 + 3000 \times 680 = 533000$$

لزوم به ذکر: طبق حسابات در کار در کلاس هفتم پارکینگ در این ساعت کامپیو ساعت هفتراست و در هفتیین ساعت، میانسین مردم خود را در روز ۲۸ پارکینگ طبق جدول ۱، برای ۱۸ ساعت می‌باشند
 ۱۰۰۰ لیره هر ساعت کار در کلاس، ۵۰۰ لیره روزانه خوبی هر ساعت کار در هفتم هفتراست
 مردم را در هفتم از کار خود جبران نمی‌کنند و فربخت هر ساعت ۵۰۰ لیره خود را
 dafirkhiz.com

کار در کلاس



ضابطه تابع نمودار آن را کامل کند.
در سال گذشته دانش آموزان به این روش حل می کردند

$$m = \frac{3-0}{3-(-1)} = \frac{3}{4} = 1$$

$$f(x) = mx + h \Rightarrow f(3) = 1(3) + h = 3 \Rightarrow h = 3 - 3 = 0 \Rightarrow h = 0 \Rightarrow f(x) = x + 0 = x$$

$$f(x) = \begin{cases} x & -1 \leq x < 3 \\ -x + 4 & 3 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

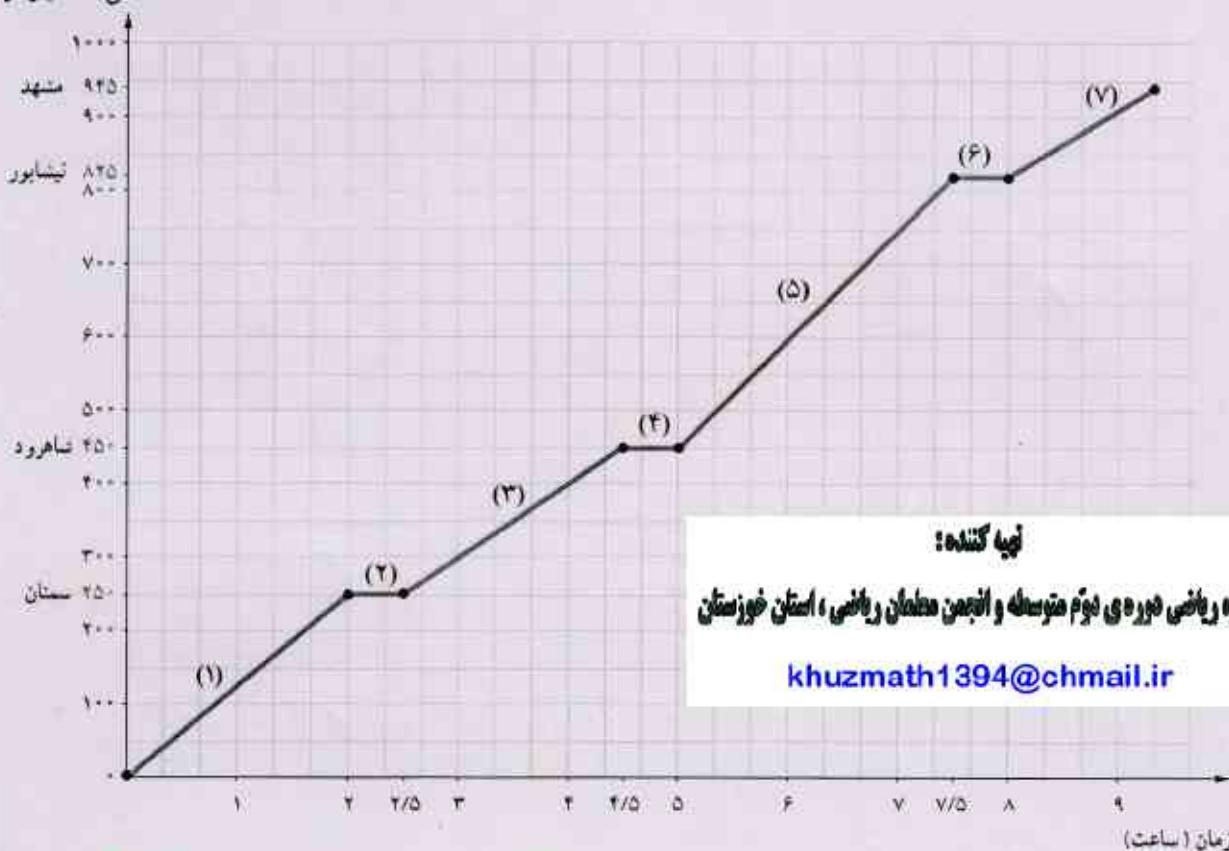
فعالیت

نمودار زیر قطاری را نشان می دهد که از تهران به مشهد رفته است.

مفهوم درآمد

۱. مفهوم قسمت هایی که نمودار تابع تابت است چیست؟
۲. ضابطه تابع «مکان-زمان» قطار از لحظه رسیدن به شاهرود تا لحظه ترک نیشابور را بدست آورید.
۳. اگر قطار مطابق ضابطه بخش ۵ و بدون توقف در نیشابور به مسیر خود ادامه دهد، در چه زمانی به مشهد می رسد؟

مسافت طی شده (کیلومتر)



لپه گشته:

گروه راننی دوره‌ی دوم هنرستان و انجمن هنرمندان راننی، استان خوزستان

khuzmath1394@chmail.ir

پاسخ ۱۳: صحن مقطع خط (۵)

$$120n - 300 = 940 \rightarrow n = \frac{1240}{120} = 10.3$$



dourkhiz.com

$$f(n) = \begin{cases} 40 & 0 \leq n < 5 \\ 120n - 300 & 5 \leq n < 7.5 \\ 825 & 7.5 \leq n < 8 \end{cases}$$

دانلود کتاب

تابع همانی (Identity Function)

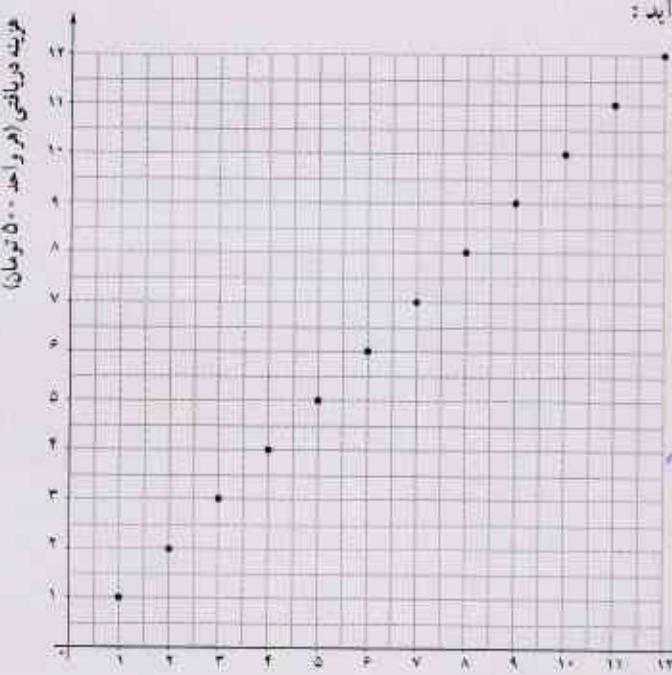
فعالیت

بنچشنه: به دلیل افزایش مرتب خودروهای ورودی از نخستین ساعت کاری تا دوازدهمین ساعت کاری فروشگاه، مدیران شرکت تصمیم گرفته‌اند که از یک مدل «تابع خطی» برای دریافت هرینه از خودروها استفاده کنند. به این معنا که اگر خودرو در آین ساعت کاری وارد توفيقگاه شود، هزینه دریافتی ۵۰ تومان (هر واحد) باشد.

بنابراین نمودار زیر به دست می‌آید:

$$A = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6), (7, 7), (8, 8), (9, 9), (10, 10), (11, 11), (12, 12)\}$$

$$\begin{aligned} A &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\} \\ A &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\} \end{aligned}$$

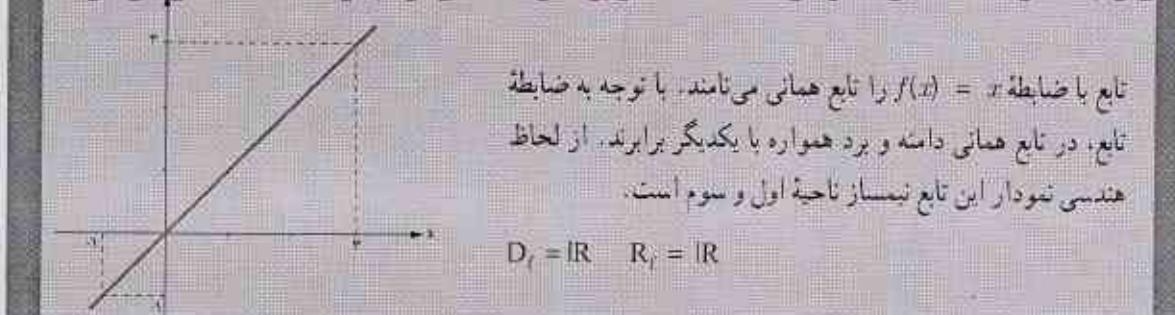


که این هر واحده است برای هر چیز

و این در سه برابر می‌شود

مجموعه نقاط نمودار را به صورت زوج مرتب شان دهد و دامنه و برد آن را تعیین کنید. چه رابطه‌ای میان دامنه و برد این تابع با هم را در مجموعه نقاط را در نمودار به بکدیگر وصل کنیم، این نمودار یا نگر چه مفهومی است؟ در این حالت دامنه و برد آن چه تغییری می‌کند؟

این تابع هر عدد حقیقی را به همان عدد حقیقی نظر می‌کند. — دامنه و برد آن قطعه‌ای از مجموعه اعداد حقیقی می‌سود



تابع با صابطه $f(x) = x$ را تابع همانی می‌نامند. با توجه به صابطه تابع، در تابع همانی دامنه و برد همواره با یکدیگر برابرند. از لحاظ هندسی نمودار این تابع نیمساز ناحیه اول و سوم است.

$$D_f = \mathbb{R} \quad R_f = \mathbb{R}$$

۳۰

نوبه گشته:

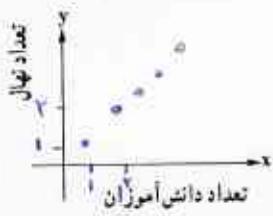
گروه رانشی دوره‌ی دوم متسطه و انجمن معلمان رانشی، استان خوزستان

khuzmath1394@chmail.ir

تمرین

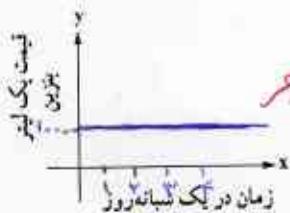
۱. با توجه به معرفی محور x و y در هر دستگاه مختصات، با هر کدام از توضیحات زیر کدام یک از توابع ثابت، چند ضابطه‌ای یا همانی معرفی می‌شود؟ نمودار هر حالت را با توجه به توضیحات کامل کنید.

الف. به متناسبت روز درخت‌کاری، در یک مدرسه هر دانش‌آموز یک نهال می‌کارد. $f(x) = x$



$$f(x) = x$$

ب. هزینه یک لیتر بنزین عادی در هر زمان از شبانه‌روز در یک بمب بنزین ۱۰۰۰ تومان است. $f(x) = 1000$



$$f(x) = 1000$$

ج. برای هر یک متر مربع نقاشی یک ساختمان یک فوتو رنگ کوچک استفاده می‌شود. $f(x) = x$

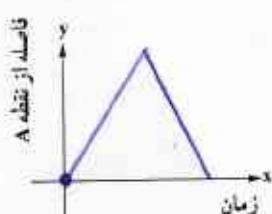


$f(x) = x$
پس نمودار نهایی این رسم اول بود

د. بلیت یک سینما در سه سانس اول ۲۰۰۰ تومان، در چهار سانس بعدی ۳۰۰۰ تومان و در دو سانس آخر ۱۵۰۰ تومان است. $f(x) = \begin{cases} 2000 & x=1,2,3 \\ 3000 & x=4,5,6,7 \\ 1500 & x=8,9 \end{cases}$

(حرول سانس بر سانس نهایی این نظرنمای رسم خواهد)

ه. دونده‌ای، کنار یک زمین فوتbal، با سرعت ثابت از نقطه A تا نقطه B شروع به دویدن می‌کند و دوباره به نقطه A بر می‌گردد.



نهایی این رسم

۲۱

(از نقطه A با سرعت ثابت در یک زمان تا محض B صرفه را در آن از B با همان سرعت ثابت

و در پیزه زمان مخصوص دویست کسانی اولین حرمسرا.)

$$D = \{1, 3\}$$

$$f = \{(1, 3), (2, 1)\} \quad R = \{1, 3\}$$

مانند
مشتقات

۲. کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟ چرا؟

الف. اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشد، آن تابع همانی است. درست است
ب. اگر دامنه یک تابع همانی مجموعه اعداد حقیقی باشد، آن گاه حاصل $f(x) + f(-x)$ همواره برابر صفر است.

ج. اگر یک تابع ثابت باشد، آن گاه $f(kx) = kf(x)$ نادرست است.

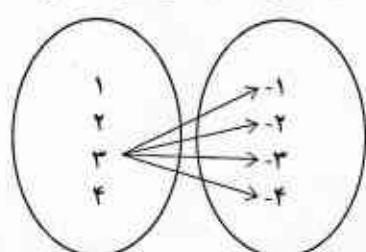
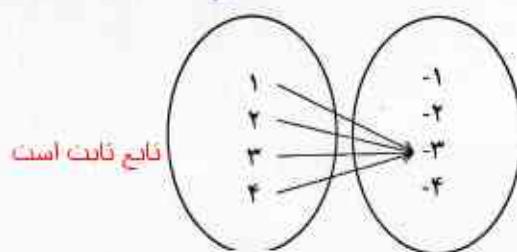
$f(n) = n$ / $f(m), f(n), m+n = 0$ / $f(n) = -n$ / $f(n) = c \Rightarrow f(kn) = c$

۳. اگر $A = \{(2, b), (a, 4), (7, a+b)\}$ یک تابع ثابت باشد، مقدار a کدام است؟

$$a+b=4 \Rightarrow a+4=4 \Rightarrow a=4-4=0 \Rightarrow a=0$$

۴. اگر $A = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)\}$ یک تابع ثابت باشد، میانگین، میانه و واریانس مقادیر y_1, y_2, y_3 را بدست آورید.

۵. کدام یک از نمایش‌های پیکانی زیر یک تابع ثابت را معرفی می‌کند؟



$$f(a) = f(b) = f(a+b) = c$$

۶. در تابع ثابت $f(x) = c$ مقادیر $f(a), f(b)$ و $f(a+b)$ را مشخص کنید.

۷. اگر در این تابع $f(a+b) = f(a) \times f(b)$ باشد، c چه مقادیری را اختیار می‌کند؟

۸. اگر $A = \{(a, 1), (b, 2), (c, 5)\}$ یک تابع همانی باشد، میانگین a, b و c را بدست آورید.

$$a=1 \quad b=2 \quad c=5 \quad 1+2+5 = \frac{1}{3} = \frac{8}{3}$$

۹. در هر یک از زوج مرتب‌های زیر $n \in \mathbb{N}$ را به گونه‌ای تعیین کنید که زوج مرتب داده شده روی نیمساز ناحیه اول و سوم باشد.

$$(2, n^2 - 3n + 4) \quad n^2 - 3n + 4 = 2 \rightarrow n^2 - 3n + 2 = 0 \Rightarrow (n-2)(n-1) = 0 \quad \begin{cases} n-2=0 \Rightarrow n=2 \\ n-1=0 \Rightarrow n=1 \end{cases}$$

$$(-1, n^2 - 4n + 2) \quad n^2 - 4n + 2 = -1 \Rightarrow n^2 - 4n + 3 = 0 \Rightarrow (n-3)(n-1) = 0 \quad \begin{cases} n-3=0 \Rightarrow n=3 \\ n-1=0 \Rightarrow n=1 \end{cases}$$

۱۰. اگر f یک تابع ثابت با دامنه دو عضوی و $n \in \mathbb{N}$ باشد، مقدار $m+t$ را بدست آورید.

$$f = \{(-1, n^2 - 2n), (m-4, 3), (m+n, t)\} \quad t=3 \quad n^2 - 2n = 3 \Rightarrow n^2 - 2n - 3 = 0 \Rightarrow (n-3)(n+1) = 0 \quad \begin{cases} n-3=0 \Rightarrow n=3 \\ n+1=0 \Rightarrow n=-1 \end{cases}$$

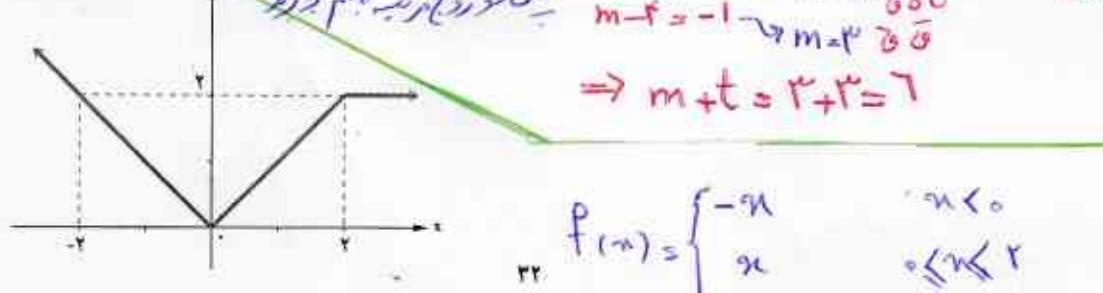
۱۱. ضابطه تابع زیر را مشخص کنید.

$$f = \{(-1, 3), (m-4, 2), (m+3, 1), (m+2, 4)\} \quad m+3 = -1 \Rightarrow m = -4 \quad m-4 = -1 \Rightarrow m = 3 \quad m+2 = 1 \Rightarrow m = -1 \quad m+4 = 4 \Rightarrow m = 0$$

۱۲. ضابطه تابع زیر را مشخص کنید.

$$f = \{(-2, 1), (-1, 2), (0, 3), (1, 2), (2, 1)\} \quad m+2 = 1 \Rightarrow m = -1 \quad m+1 = 2 \Rightarrow m = 1 \quad m-1 = 2 \Rightarrow m = 3 \quad m-2 = 1 \Rightarrow m = 3$$

$$\Rightarrow m+t = 3+3 = 6$$



$$f(x) = \begin{cases} -x & -2 < x < 0 \\ 2 & 0 \leq x < 1 \\ 2-x & 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

توجه: در سوال ۹

بدست آوردن مقدار $m+t$ ضرورت نداشت

بهتر بود سوال چنان طراحی می‌شد که مقدار پارامترها برابر نباشد

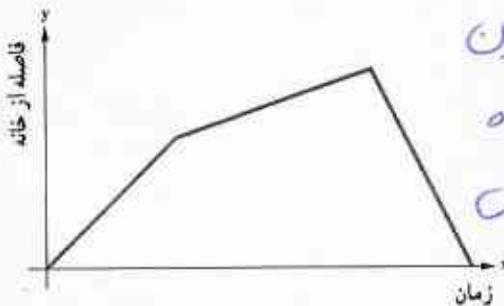
۱۲) ادامه پای سیمین سوال

کل درآمد را بروزه کنید

$$f(x) = \begin{cases} x & x < -1 \\ x^2 & -1 \leq x \leq 2 \\ 5 & x > 2 \end{cases}$$

$$f(2) = 2^2 = 4 \quad f(3) + f(-1) = 5 + (-1)^2 = 4 \quad f(-\sqrt{2}) + f(\sqrt{2}) = -\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = -\sqrt{2} + 2 \quad f(\sqrt{2}) + f(5) = (\sqrt{2})^2 + 5 = 2 + 5 = 7$$

۱۲. نمودار زیر به کدام داستان مربوط است؟



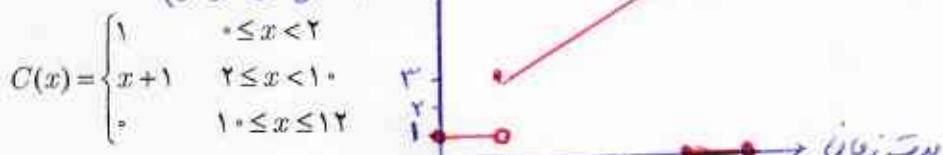
ب) دست ج سریعی شود حمل
سرعت زیاد شد نمودار کم نه
رسان حسنه است که اندیش
در صحن دویدل برخورد کرد

الف. آوا و مادر بزرگش برای قدم زدن در بوستان، از خانه خارج شدند. آنها در ابتدا آهسته قدم می‌زدند و سپس سرعتشان را بیشتر کردند تا به بوستان رسیدند. سپس، از مسیری که آمده بودند، برگشتند و به خانه رسیدند.

ب. علی با دوچرخه اش از خانه به سمت بالای تپه رو به روی خانه‌شان حرکت کرد. پس از مدتی شیب تپه کمتر شد تا به بالای تپه رسید. سپس از آنجا از سمت دیگر به پایین تپه سرازیر شد.

ج. محمد رضا برای روزانه‌اش از خانه خارج شد. هنگام دویدن با دوست خود که در حال دویدن بود، برخورد کرد که باعث شد از سرعت دویدنش کم شود؛ اما بعد از آن با سرعت بیشتری به سمت خانه حرکت کرد و به خانه رسید.

۱۳. اگر هزینه توقفگاه در روز جمعه بر اساس مدت زمان سری شده از بازگشایی فروشگاه از ساعت ۸ صبح از تابع



پیروی کند، با رسم نمودار تابع، هزینه توقفگاه هر خودرو را با توجه به ساعت و زمان ورودش به توقفگاه به کمک نمودار تابع محاسبه کنید. (هر واحد بر روی محور لاما معادل ۵۰ تومان است). $2+1=3$ باعجمبر عکس را رام $= 2-8=2$

* ۱۴. درآمد فروشگاه از توقفگاه را از روز شنبه تا چهارشنبه در دو حالت زیر مقایسه کنید.

الف. قبل از هوشمندسازی و بر اساس هزینه ثابت ۷۰۰ تومان برای هر خودرو که مستقل از روز و ساعت ورود به توقفگاه است.

ب. بر اساس هوشمندسازی

در هر دو حالت از اطلاعات جدول ۱ استفاده کنید.

$$\text{حل تعریف نمودار اجرایی نیست. } (10 + 120 \times 2 + 140 \times 3 + 170 \times 4) \times 700 = 21239000$$

$$(210 \times 4 + 220 \times 3 + 200 \times 2 + 240 \times 2 + 250) \times 700 = 18720000$$

$$(120 + 110 + 180 \times 3 + 140 + 150 + 140 + 320 + 340 \times 2 + 360) \times 700 = 11890000$$

$$(120 + 110 + 180 \times 3 + 140 + 150 + 140 + 320 + 340 \times 2 + 360 + 380 + 400) \times 700 = 20300000$$

کل درآمد را بر ۷۰۰ احتساب

$$(110 + 120 \times 2 + 140 \times 3 + 170 \times 4) \times 700 = 8850000$$

$$(210 \times 4 + 220 \times 3 + 200 \times 2 + 240 \times 2 + 250) \times 700 = 21239000$$

دریس

توابع پلکانی و قدر مطلقی

تابع پلکانی (Step Function)

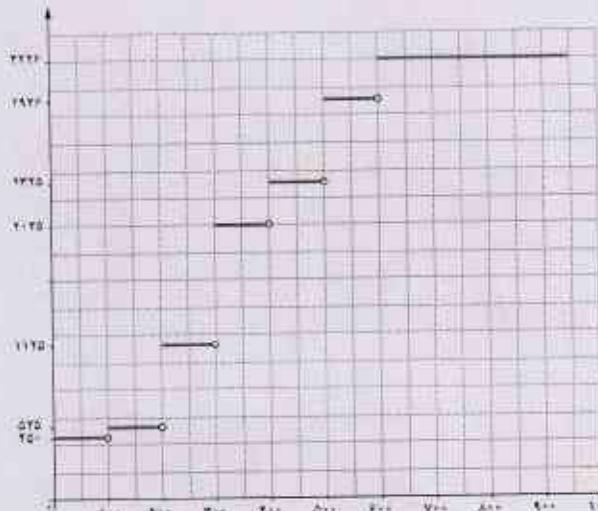
روش محاسبه قبض برق

محاسبه هزینه برق مصرفی در هر خانه بر اساس میزان «کیلووات ساعت» برقی است که در هر سی روز در یک خانه مصرف می‌شود. یک کیلووات ساعت (kWh) در واقع مصرف یک وسیله هزار واتی در مدت زمان یک ساعت است، مثلاً اگر ۱۰ لامپ صد واتی را به مدت یک ساعت روشن کنیم، یک کیلووات ساعت برق مصرف کردۀ ایم.

بلیغ هاشمی مشرف	۲۰ روزه	مخرج از اعماق	مصرف	سنجش
۴۲۰۰۰	۹۰	۶۰	۶۰	۴۲۰۰۰
۴۴۵۰۰	۱۰۰	۳۲۵	۳۰۰	۴۴۵۰۰
۴۶۰۰۰	۱۰۰	۱۷۵	۱۵۰	۴۶۰۰۰
۴۷۵۰۰	۱۰۰	۱۷۵	۱۵۰	۴۷۵۰۰
۴۸۰۰۰	۱۰۰	۱۷۵	۱۵۰	۴۸۰۰۰
۴۸۵۰۰	۱۰۰	۱۷۵	۱۵۰	۴۸۵۰۰
۴۹۰۰۰	۱۰۰	۱۷۵	۱۵۰	۴۹۰۰۰
۴۹۵۰۰	۱۰۰	۱۷۵	۱۵۰	۴۹۵۰۰
۵۰۰۰۰	۱۰۰	۱۷۵	۱۵۰	۵۰۰۰۰

اگر فرض کنیم مصرف برق یک خانه در سی روز $246/23 \text{ kWh}$ بوده است، برای محاسبه هزینه مصرف برق، میزان کیلووات ساعت مصرفی مطابق این جدول به صورت ملکانی تقسیم می شود.

میرٹے بلکاری برق (اربال)



مجموع مبالغ سی و سه میلیون قبض یک ماه (سی روز) را مشخص می کند (البته در عمل به این مبلغ مالیات بر ارزش افزوده و عوارض برق و ...) اضافه می شود و عموماً قبض های برق برای بیشتر از سی روز صادر می شوند).

جدول بالا را بانمودار رویه روندی می توان مشخص کرد:

صرف سه روزه (کل ات ساعت)

نمودار بالا نمودار یک تابع جندضاییه‌ای است که در هر حسابه مقدار تابع عددی ثابت است. این نوع توابع را توابع پلکانی می‌نامند.

فعالیت

به کمک نمودار بلکانی رسم شده برای محاسبه هزینه برق مصرفی یک خانه :

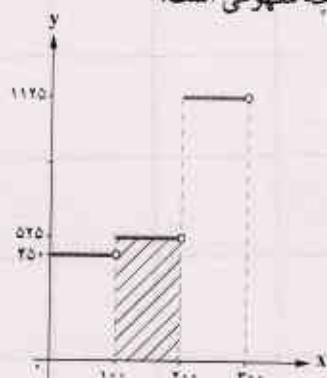
۱. هزینه 100 kwh اول چگونه محاسبه می شود؟ آیا می توانیم مساحتی را در نمودار داده شده، مشخص کنیم که این هزینه را تعیین کند؟

$$100 \times 45 = 450 \dots$$

۲. مساحت قسمت هاشور خورده زیر یانگر چه مفهومی است؟

هزینه مازاد بر مصرف

$$(100 \text{ l} - 200 \text{ Kwh})$$



۳. هزینه کل برق مصرفی این خانه معادل چه مساحتی است؟ این مساحت را هاشور بزند و مقدار هزینه را مشخص کنید.

بر حسب مدل معرف برق خانه

$$100 + 100 + 64,23 = 264,23$$

$$100 \times 45 + 100 \times 525 + 64,23 \times 1120$$

$$= 45000 + 52500 + 64,23 \times 1120$$

$$= 149,5 \times 1120$$

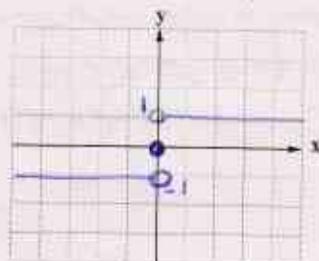
← (صيغه جبری) صفحه ۷۰

تابع علامت (Sign Function)

کار در کلاس

بر اساس ضابطه تابع بلکانی $f(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ ، نمودار آن را رسم کنید. دامنه و برد آن را مشخص کنید.

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

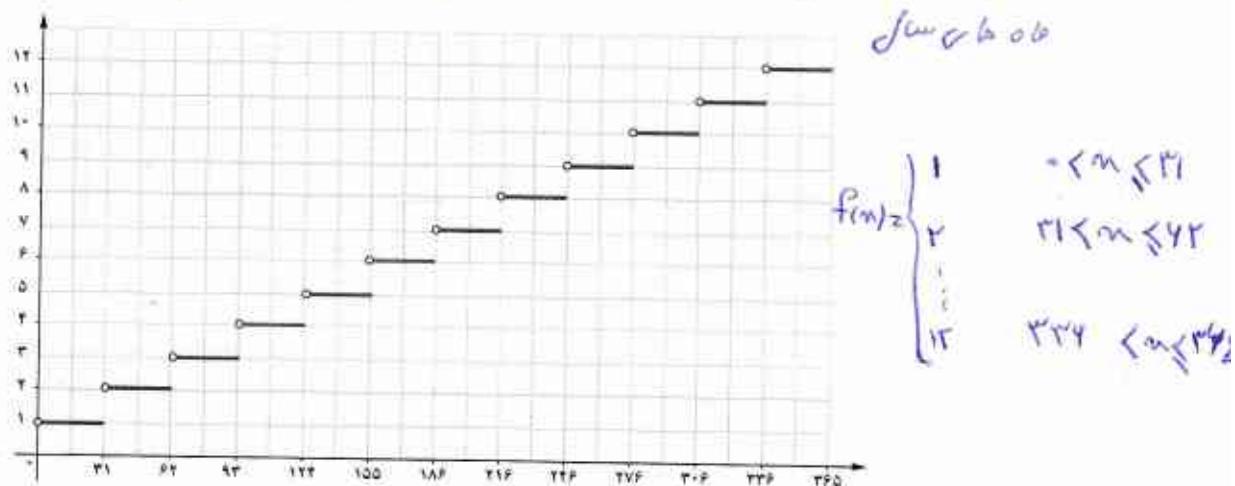


$$\begin{aligned} D_f &= \mathbb{R} \text{ دامنه} \\ R_f &= \{1, 0, -1\} \text{ برد} \end{aligned}$$

تابع بالا را تابع علامت یا تابع $y = \text{sign}(x)$ می نامند.

کار در کلاس

۱. نمودار زیر مدل ریاضی چه مفهومی را بیان می کند؟ محورهای x و y بیانگر چه کمیت هایی هستند؟ واحدهای آنها را مشخص کنید. ضابطه تابع را بنویسید؟ کل در روزها در ماه ها سال مختلف سال - \times بیانگر روزها و \times بیانگر ماه ها سال



۲. هر کدام از نمودارهای توابع سمعت چپ را به تصویری که بیانگر آن مفهوم است، مرتبط کنید.

نمودار سوم: مردمهایی که ساعت اول هر ساعتی هر روز را که در دیواری نمایش دهند، ساعت می باشند.

تأثیر از قسمت بالا در مدت یک ساعت به قسمت پایین می بیند.

برندهایی که در یک ساعت دیواری در رأس هر ساعت از ساعت پیش می آید.

جراغ راهنمایی و رانندگی سه حالت.

نمودار سوم: مربوط به ساعت دیواری است چون مکان پرتوه ثابت است فقط رأس هر ساعت پیشون می آید یعنی مکان آن تغییر می کند

نمودار اول: مردمهایی که جراغ راهنمایی و رانندگی دارند **نمودار دوم:** درینجا اول محور x بسیار زیاد در جرود طبقه بیانگر تعداد روزی

نمودار سوم: مردمهایی که جراغ راهنمایی و رانندگی دارند با سرعت ثابت در روز جرود هر روز را در راه رسانند.

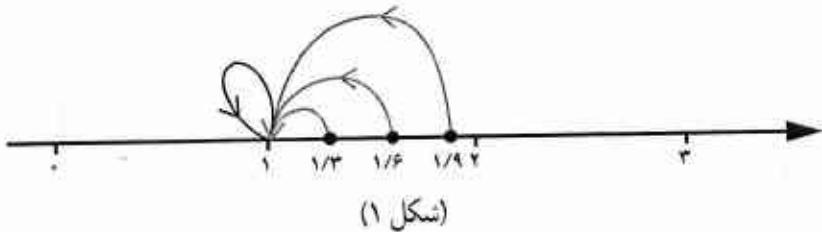
جراغ است چشم در روز خروجی، آسمان خلی سرحد بین روز است.

تابع جزء صحیح (Greatest Integer Function)

فعالیت

فرض کنید g تابعی است که به هر عدد صحیح، خود همان عدد را نسبت می‌دهد و به هر عدد بین دو عدد صحیح متولی، عدد صحیح کوچک‌تر را نسبت می‌دهد.

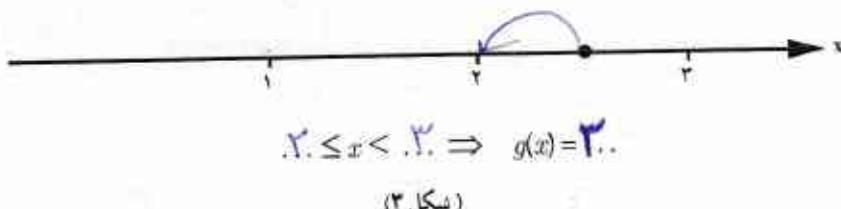
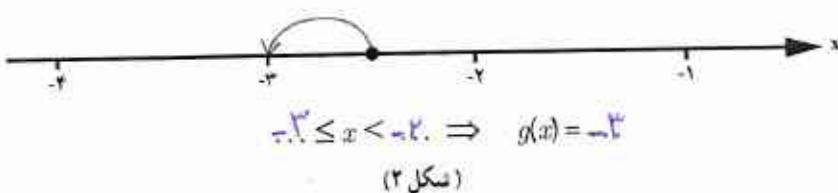
برای مثال، در این تابع اگر x عدد صحیح ۱ انتخاب شود یا عددی بین ۱ و ۲ باشد، تابع g ، این اعداد را به عدد ۱ نسبت می‌دهد.
به بیانی دیگر:



$$1 \leq x < 2 \Rightarrow g(x) = 1$$

طبقاً تعریف تابع g ، اگر x عددی بین دو عدد صحیح متولی ۲ و ۳ باشد، این تابع مقادیر x را به عدد $\frac{3}{2}$ نسبت می‌دهد
(شکل ۲).

و اگر x عددی بین اعداد ۲ و ۳ باشد، این تابع مقادیر x را به عدد $\frac{3}{2}$. نسبت می‌دهد (شکل ۳).



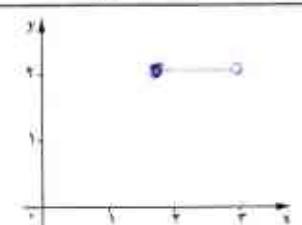
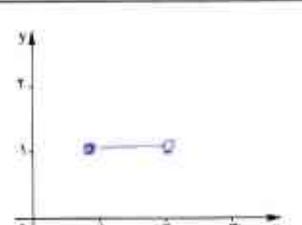
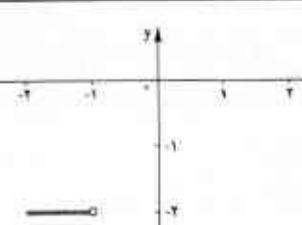
لیه لنه:

گروه ریاضی دوره دوم فنریزه و الجمن هنرستان ریاضی، استان خوزستان

khuzmath1394@chmail.ir

کار در کلاس

به کمک تابع y که در فعالیت صفحه قبل تعریف شده است، جدول زیر را کامل کنید.

حدود x	جواب تابع g	نمودار تابع
 $2 \leq x < 3$	$g(x) = \sqrt{x}$	
 $1 \leq x < 2$	$g(x) = 1$	
 $0 \leq x < 1$	$g(x) = 0$	
 $-1 \leq x < 0$	$g(x) = -1$	
 $-2 \leq x < -1$	$g(x) = -2$	

تفیه گفتنه:

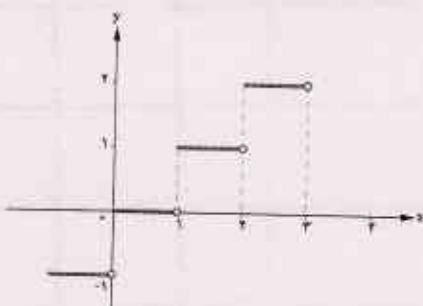
۳۸

گروه رانشی دوره‌ی دوم هنرستان و آموزن معلمان رانشی، استان خوزستان

khuzmath1394@chmail.ir

این حالت‌ها را می‌توانیم با یک تابع چندضابطه‌ای و نمودار متناظرش به صورت زیر بیان کیم:

$$g(x) = \begin{cases} \vdots & \\ -1 & -1 \leq x < 0 \\ \vdots & 0 \leq x < 1 \\ 1 & 1 \leq x < 2 \\ \vdots & 2 \leq x < 3 \\ \vdots & \end{cases}$$



تابعی را که به هر عدد صحیح n خود همان عدد و به تمام اعداد میان در عدد صحیح متولی n و $n+1$ ، عدد صحیح n را نسبت می‌دهد، تابع جزء صحیح می‌نامند. ضابطه این تابع را یا $g(x) = [x]$ (بخوانید جزء صحیح x) معروفی می‌کنند.

کار در کلاس

به کسک تعریف تابع جزء صحیح و با استفاده از محور اعداد، حاصل عبارت‌های خواسته شده را به دست آورید.

$$[7] = 2$$

$$[2/\pi] = 2$$

$$[-2/\pi] = -3$$

$$[+/\pi] = 0$$

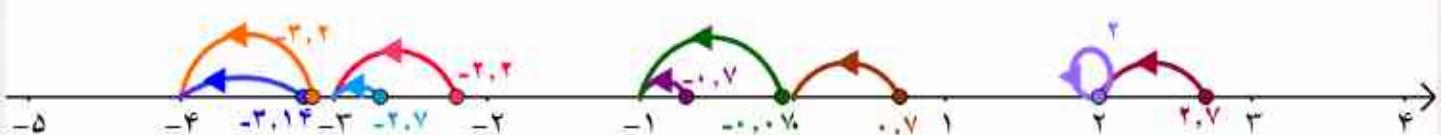
$$[-\pi] = -1$$

$$[-1/+\pi] = -1$$

$$[-3/2] = -2$$

$$[-\pi] = -2$$

$$[-2/2] = -1$$



آینه گذره!

گروه ریاضی دوره دوم متوسطه و ابتدای معلمان ریاضی، استان خوزستان

khuzmath1394@chmail.ir

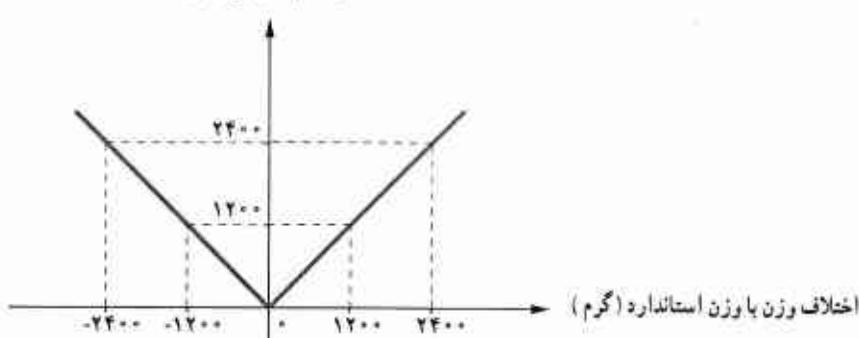
تابع قدر مطلق (Absolute Value Function)

فعالیت

فعالیت ۱. هر چند امروزه بخش عمده‌ای از افراد اضافه وزن رنج می‌برند، بخش دیگری نیز دچار کمبود وزن نسبت به وزن استاندارد هستند. هر دو گروه باید تلاش کنند که وزن خود را استاندارد کنند. یک روش برای این کار، بیاده روی منظم روزانه است. فرض کنیم یک گروه خاص از افراد در یک روز، به ازای هر یک گرم افزایش با کاهش وزن باید یک ثانیه بیاده روی کند. بر این اساس فردی با ۱۲۰۰ گرم اضافه وزن با ۱۲۰۰ ثانیه، ۲۴۰۰ گرم اضافه وزن با ۲۴۰۰ ثانیه یعنی ۴ دقیقه روزانه به صورت منظم بیاده روی کند و فردی با ۲۴۰۰ گرم اضافه وزن با ۲۴۰۰ گرم کمبود وزن باید روزانه ۲۴۰۰ ثانیه یعنی ۴ دقیقه به صورت منظم بیاده روی کند.

این مفهوم را می‌توان به کمک نمودار زیر نشان داد:

زمان بیاده روی روزانه (ثانیه)



اگر مقدار اضافه وزن را با علامت مثبت و مقدار کمبود وزن را با علامت منفی نشان دهیم و f بیانگر تابعی باشد که میزان بیاده روی بر حسب ثانیه را نشان می‌دهد، اطلاعات یعنی گفته را به صورت زیر می‌توانیم بیان کنیم:

$$f(1200) = 1200 \quad f(-1200) = 1200 \quad f(2400) = 2400 \quad f(-2400) = 2400$$

که این مفهوم را در یک تابع دو ضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

این تابع را می‌توان چنین تعبیر کرد که هر مقدار در دامنه را، به قدر مطلق همان مقدار در برد نظیر می‌کند.

تابع با ضابطه $|x| = f(x)$ ، تابع قدر مطلق نامیده می‌شود و مطابق تعریف:

$$f(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

لیه گفتگو!

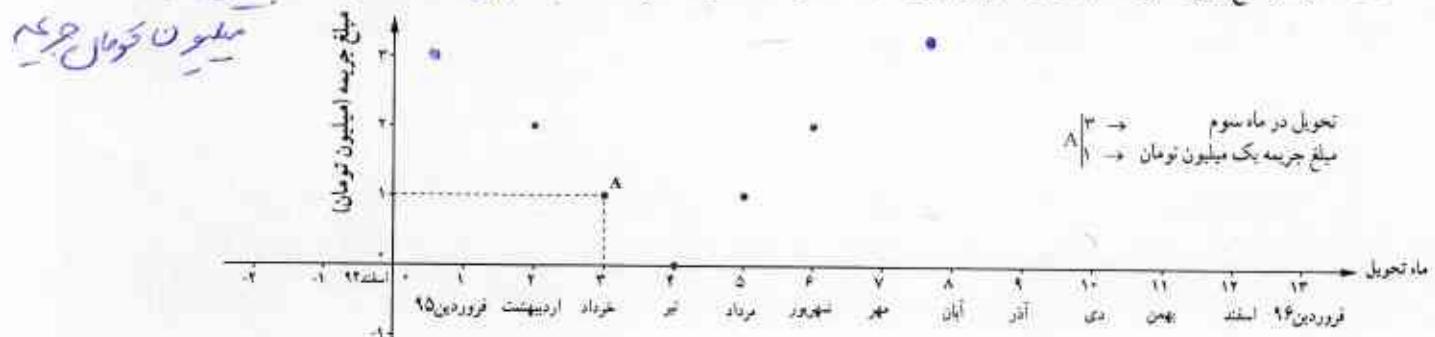
گروه رفاقتی فوریه مهندسی و اینженیری ملطن رانی، استان خوزستان

۴۰

khuzmath1394@chmail.ir

فعالیت ۲. پلی که روی رودخانه سیمینه‌رود در استان آذربایجان غربی ساخته شده، طبق قرارداد میان پیمانکار و وزارت راه باید در تیر ۱۳۹۵ افتتاح شود. اگر احداث این پل زودتر از موعد مقرر انجام شود، به دلیل هزینه نگهداری پل و عدم استفاده از آن به خاطر بیان نیافتن بقیه جاده مواصلاتی به پل) به ضرر است. همچنین تأخیر در زمان افتتاح پل نیز موجب خسارت به صاحب کار (وزارت راه) است. بر این اساس مطابق قرارداد میان پیمانکار و وزارت راه به ازای هر یک ماه اختلاف با زمان تحویل، پیمانکار متعهد است یک میلیون تومان جریمه پرداخت کند. تحویل پروژه به روز بستگی ندارد؛ بلکه به ماه تحویل بستگی دارد.

الف. نمودار تابع جریمه پر حسب زمان تحویل پروژه در ماه‌های مختلف را کامل کنید. از اسحاق حرمان تاخیر را تحمل در پر فرود



$f(n) = \begin{cases} 0 & n=4 \\ 27,3 & n \in \mathbb{N} \\ -n+4 & n < 4 \end{cases}$ $\Rightarrow f(n) = |n-4|$ $n \in \mathbb{N}$

ب. آیا می‌توانید این نمودار را به زبان یک تابع قدر مطلقی بیان کنید؟
ج. اگر پیمانکار چهار میلیون تومان جریمه پرداخت کرده باشد، تحویل پروژه در چه ماه یا ماه‌هایی می‌تواند انجام شده باشد؟ آیا $n=5$ و $n=6$ صحیح‌اند؟
چرا؟ پاسخ این پرسش را به کمک نمودار بالا و ضابطه تابع قدر مطلق به دست آمده توضیح دهید.

پرسش ۳: بازه‌انگلی پر فرود افتلاف طارم. سینه‌میان $\Rightarrow f(n) = |n-4|$ $n \in \mathbb{N}$ $f(8) = 4$ $f(10) = 6$ $f(12) = 8$ $f(14) = 10$ $f(16) = 12$ $f(18) = 14$ $f(20) = 16$ $f(22) = 18$ $f(24) = 20$ $f(26) = 22$ $f(28) = 24$ $f(30) = 26$ $f(32) = 28$ $f(34) = 30$ $f(36) = 32$ $f(38) = 34$ $f(40) = 36$ $f(42) = 38$ $f(44) = 40$ $f(46) = 42$ $f(48) = 44$ $f(50) = 46$ $f(52) = 48$ $f(54) = 50$ $f(56) = 52$ $f(58) = 54$ $f(60) = 56$ $f(62) = 58$ $f(64) = 60$ $f(66) = 62$ $f(68) = 64$ $f(70) = 66$ $f(72) = 68$ $f(74) = 70$ $f(76) = 72$ $f(78) = 74$ $f(80) = 76$ $f(82) = 78$ $f(84) = 80$ $f(86) = 82$ $f(88) = 84$ $f(90) = 86$ $f(92) = 88$ $f(94) = 90$ $f(96) = 92$ $f(98) = 94$ $f(100) = 96$

کار در کلاس

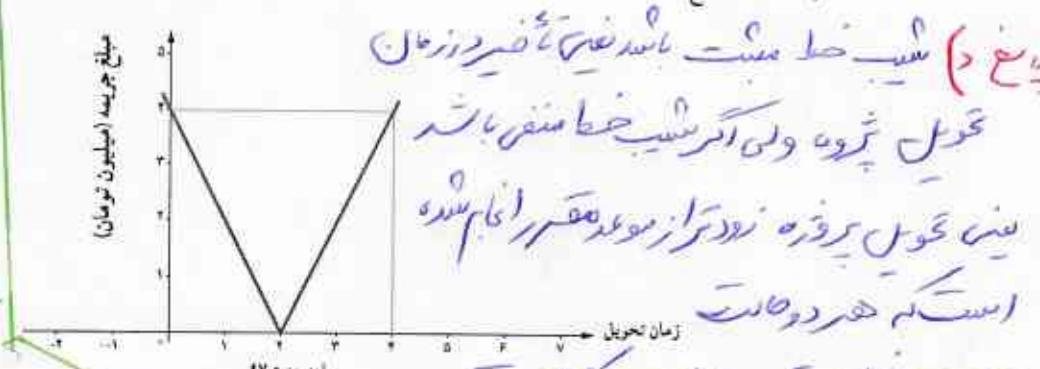
با توجه به نمودار
الف. شرایط تحویل ندادن به موقع پروژه میان پیمانکار و وزارت راه را بیان کنید. آرزویه ارجاعه از دو محول راه را در پر فرود
ب. به کمک نقاط مندرج در نمودار، ضابطه هر یک از نیم خط‌ها با شیب مثبت و منفی را بدست آورید.
ج. به کمک تعریف تابع قدر مطلق، دو ضابطه را با یک ضابطه بیان کنید. $y = 2n - 4$ $n \in \mathbb{N}$
د. شیب خط در تابع به دست آمده در قرارداد میان پیمانکار و وزارت راه چه معنایی دارد؟

$$(2,0) (4,0)$$

$$m = \frac{4-0}{0-2} = \frac{4}{-2} = -2$$

$$\rightarrow y = -2n + 4 \quad n \in \mathbb{N}$$

مسئلت (ب)



$$f(n) = \begin{cases} 2n-4 & n \geq 2 \\ -2n+4 & n < 2 \end{cases} \Rightarrow f(n) = |2n-4|$$

۴۱

حل یک مسئله

نمودار تابع $y = |2x - 6|$ را رسم کنید.

$$|u| = \begin{cases} u & u \geq 0 \\ -u & u < 0 \end{cases}$$

با توجه به تعریف قدر مطلق

$$y = |2x - 6| = \begin{cases} 2x - 6 & 2x - 6 \geq 0 \\ -(2x - 6) & 2x - 6 < 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$y = |2x - 6| = \begin{cases} 2x - 6 & x \geq 3 \\ -(2x - 6) & x < 3 \end{cases} \quad (2)$$

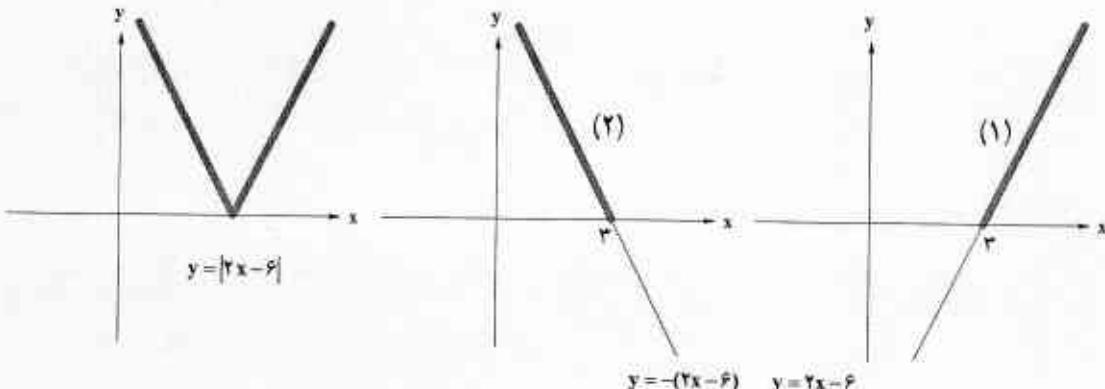
برای تعیین حدود x برای هر کدام از ضابطه های بالا، به کمک قوانین نامساوی ها در ریاضی نهم:

$$\begin{cases} 2x - 6 \geq 0, 2x \geq 6 \Rightarrow x \geq 3 & (1) \\ 2x - 6 < 0, 2x < 6 \Rightarrow x < 3 & (2) \end{cases}$$

پس ضابطه تابع این گونه مشخص می شود:

$$y = |2x - 6| = \begin{cases} 2x - 6 & x \geq 3 \\ -(2x - 6) & x < 3 \end{cases} \quad (1)$$

و نمودار تابع به صورت زیر رسم می شود:



کار در کلاس

الف. نمودار $y = |x - 4|$ را رسم کنید.

ب. نمودار $y = |x|$ را در همین صفحه مختصات رسم کنید.

ج. آیا می توان بدون مراحل حل بالا، بر اساس نمودار $y = |x|$ ، نمودار $y = |x - 4|$ را رسم کرد؟ چگونه؟

د. نمودار $y = |x - 3| + 1$ و $y = |x + 1|$ را با توجه به «ج» رسم کنید.

ه. نمودار $y = |x| + 1$ را چگونه می توان بر اساس نمودار $y = |x|$ رسم نمود؟

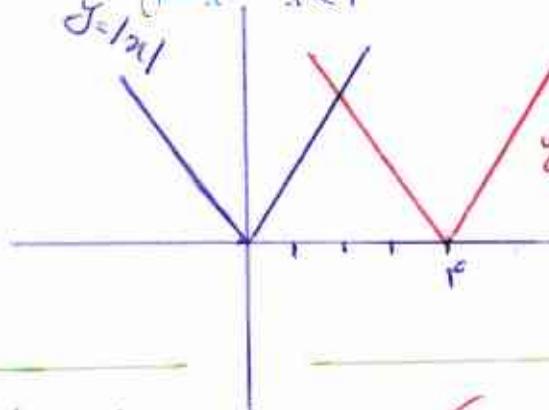
۴۲) مساحت

$$y = |x - 4| = \begin{cases} x - 4 & x - 4 \geq 0 \\ -(x - 4) & -(x - 4) < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = \begin{cases} x - 4 & x - 4 \geq 0 \\ 4 - x & x < 4 \end{cases}$$

$$y = |x - 4|$$

$$x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$$



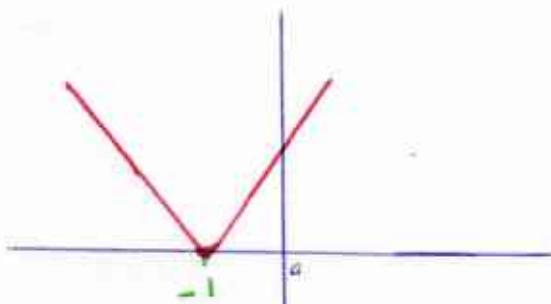
(۱)

ج) مساحت محدوده سیم ثراه مستطیل شده کار بروش انتقال هر زمان برای رسم $y = |x - 4|$ کافیست

این دو مساحت را $|x - 4| = y$ نام نموده و رسم کردیم بآنرازه \exists واحد بینت است انتقال را در

$$y = |x + 1|$$

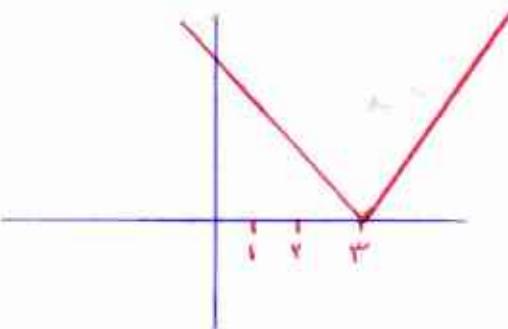
$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$



عنوان $y = |x + 1|$ را به آنرازه واحد بینت
کسب انتقال را در

$$y = |x - 3|$$

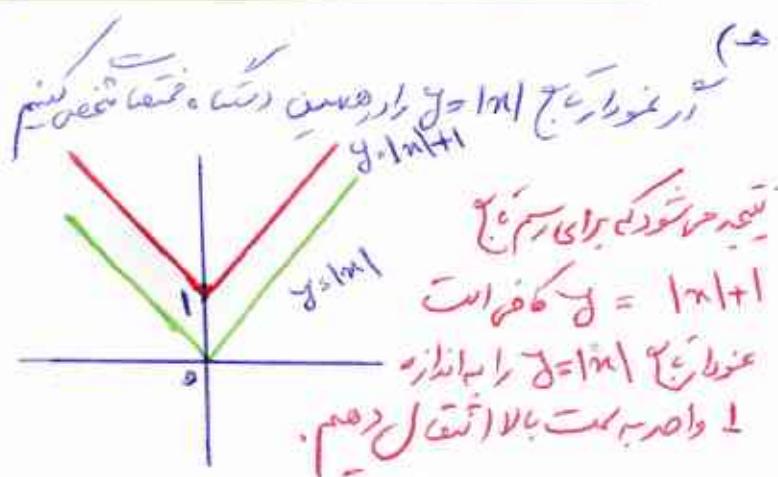
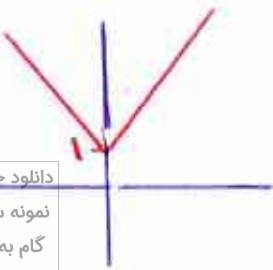
$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$



عنوان $y = |x - 3|$ را به آنرازه واحد بینت
کسب انتقال را در

$$y = |x| + 1$$

حدیرت داریم
که $x = 0 \Rightarrow y = 1$
 $(1,0)$ نقطه راس است
در مطالعه

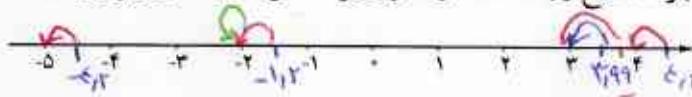


تئیه حاشیه شود که برای رسم $y = |x| + 1$ را در هر قسمی دسته بندی کنیم
 $|x| + 1 = y$ کافی است
عنوان $y = |x| + 1$ را به آنرازه
 واحد بینت بالا انتقال دهیم.

(۲)

تمرین

۱. به کمک تعریف تابع جزء صحیح و با استفاده از محور زیر حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.



$$[\frac{4}{2}] = 4$$

$$[-\frac{4}{2}] = -4$$

$$[\frac{2}{99}] = 1$$

$$[-1\frac{1}{2}] = -2$$

$$[-2] = -2$$

$$[\pi] = 3$$

۲. با توجه به تعریف تابع جزء صحیح، جدول زیر را کامل کنید.

صابطه تابع	مقدار	$f(x)$
$f(x) = [x]$	$x = -2\frac{1}{3}$	$f(n) = -3$
	$x = 5$	$f(n) = 5$
$f(x) = [-x]$	$x = 1\frac{1}{2}$	$f(n) = -2$
	$x = 2\frac{1}{3}$	$f(n) = -3$
$f(x) = [x] + [-x]$	$x = 1$	$f(n) = 0$
	$x = 1\frac{1}{2}$	$f(n) = -1$
	$x = 1\frac{1}{3}$	$f(n) = -1$
	$x = 2$	$f(n) = 0$
$f(x) = [2x]$	$x = 1$	$f(n) = 2$
	$x = 0\frac{1}{2}$	$f(n) = 0$
	$x = 1\frac{1}{3}$	$f(n) = 2$

$$[n] + [-n] = \begin{cases} -1 & n \notin \mathbb{Z} \\ 0 & n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

۳. جدول مالیاتی زیر را که توسط هیئت مدیره یک شرکت برای سال جدید مالی آماده و تصویب شده است، در نظر بگیرید:

نرخ مالیات (درصد)	حقوق ماهیانه (تومان)
معاف از مالیات	۱/۳۰۰/۰۰۰ تا
۱۰	۲/۵۰۰/۰۰۰ تا ۱/۳۰۰/۰۰۰
۱۵	۴/۵۰۰/۰۰۰ تا ۲/۵۰۰/۰۰۰
۲۵	۴/۵۰۰/۰۰۰

الف. نمودار پلکانی متناظر با جدول مالیاتی رارسم کنید.

ب. به کمک نمودار پلکانی و محاسبه سطح متناظر با هر یک از حقوق‌های ماهیانه، مبلغ مالیات هر کدام از کارمندان زیر را محاسبه کنید.

کارمندی با حقوق ۲۰۰۰۰۰۰ تا ۲۱۰۰۰۰۰

• کارمندی با حقوق ۱۲۰۰۰۰۰ تومان

$$\left(2400000 \times \frac{10}{100} \right) = 2400000 - 2400000 = 2160000$$

• کارمندی با حقوق ۲۴۰۰۰۰۰ تومان

$$\left(6000000 \times \frac{25}{100} \right) = 6000000 - 1500000 = 4500000$$

• کارمندی با حقوق ۶۰۰۰۰۰۰ تومان

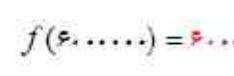
$$f(1200000) = 1200000 - 1200000 = 0$$

$$f(2400000) = 2400000 - \left(2400000 \times \frac{10}{100} \right) = 2400000 - 2400000 = 2160000$$

$$f(6000000) = 6000000 - \left(6000000 \times \frac{25}{100} \right) = 6000000 - 1500000 = 4500000$$

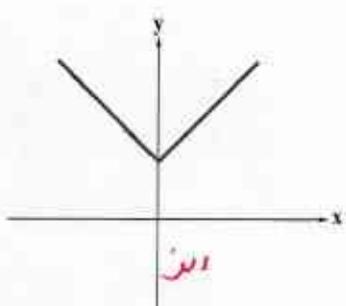
مالیات

دریافتی



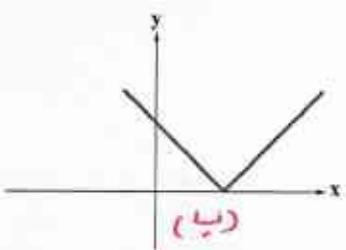
۴. با توجه به نمودارهای زیر، کدام نمودار، تابع الف و کدام نمودار، تابع ب را مشخص می‌کند؟ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

الف $y = |x| + 2$
ب $y = |x| - 3$



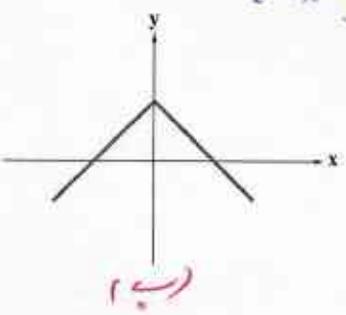
من

الف $y = |x + 1|$
ب $y = |x - 4|$



(ب)

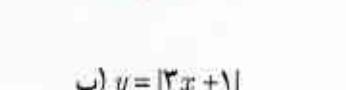
الف $y = -|x|$
ب $y = -|x| + 1$



(ب)

الف $y = |2x - 3|$

ب $y = |3x + 1|$



(ب)

نتیجه: من نمودار رسم کردیم

کافی است نمودار $y = |x|$ را در

به انتزاع K طوری رسم کرد
که پس از اینجا نهایت این

شیوه رسم کار دارد

K آنها که نهایت بالا
نهایت پائین است

شیوه رسم کار دارد

کافی است نمودار $y = |x|$ را در

به انتزاع K طوری رسم کرد
که پس از اینجا نهایت این

شیوه رسم کار دارد

شیوه رسم کار دارد

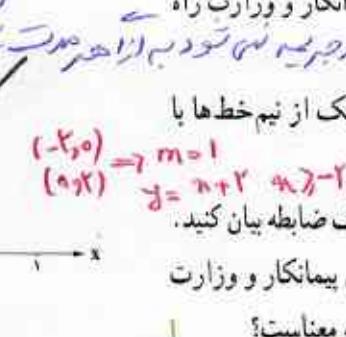
کافی است نمودار $y = -|x|$ را در

به انتزاع K طوری رسم کرد
که پس از اینجا نهایت این

شیوه رسم کار دارد

با توجه به نمودار
نمودار جایی شود.

الف. شرایط تحويل ندادن به موقع پروژه میان پیمانکار و وزارت راه را بیان کنید. اگر پیمانه در سه ماه ۹۵ تکمیل شود، باید حجم مشارکه شرکت



ب. به کمک نقاط مندرج در نمودار، ضابطه هر یک از نیم خطها با شیب مثبت و منفی را به دست آورید.

ج. به کمک تعریف تابع قدر مطلق، دو ضابطه را بایک ضابطه بیان کنید.

د. شیب خط در تابع به دست آمده در فرادراد میان پیمانکار و وزارت

راه چه معنایی دارد؟ افزایش یا کاهش شیب خط به چه معنایست؟

*) شیب خط مثبت یا منفی تابع قدر مطلق را در نمودار رسم کردیم

مشق: شه عین تکمیل نهادن از نمودار معتبر آنرا در نمودار خود را

نمود. موقیع خواسته شده کار است. نهایت

* آنرا در شیب خط نشان (قدرت افزایش مبلغ در عرض).

کاهش تعداد شیب خط نشان (حدده کاهش مبلغ قدر معین است).

تمدنی صفحه ۴۴ سے بے اکٹ ریاضی انسانی سوال ہے

لائسنس تحریر ہے :

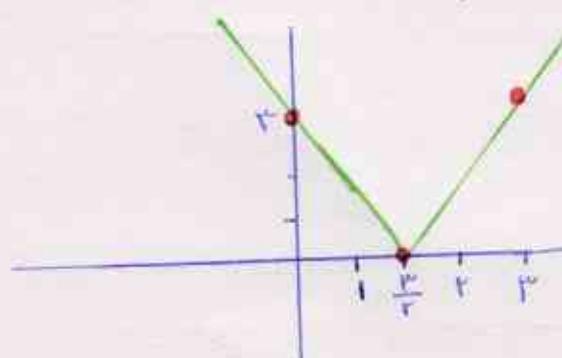
$$(ا) y = |2x - 3|$$

$$2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & x \geq \frac{3}{2} \\ -(2x - 3) & x < \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\frac{y}{2} \mid \frac{x}{2} - \frac{3}{2}$$

$$\frac{y}{2} \mid \frac{x}{2} + \frac{3}{2}$$

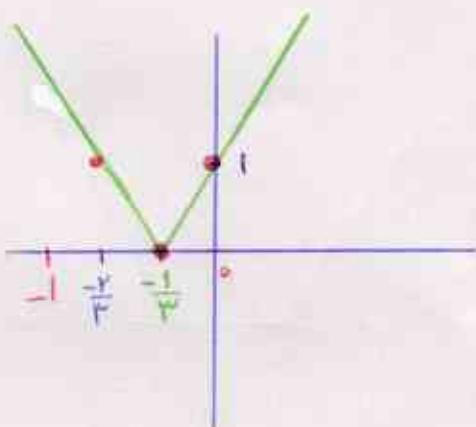


$$(ب) y = |2x + 1|$$

$$2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$y = \begin{cases} 2x + 1 & x \geq -\frac{1}{2} \\ -(2x + 1) & x < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\frac{y}{2} \mid \frac{-1}{2} \quad \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$$



تیکا گفتہ:

گروہ ریاضی دوڑی دوم متوسطہ و انچھن معلمان ریاضی، استان خوزستان

khuzmath1394@chmail.ir

درس ۳

اعمال بر روی توابع

فعالیت

علیرضا، دانشجوی رشته اقتصاد است و با پدر و مادر و خواهرش مریم (دوازده ساله) زندگی می کند. وی می خواهد در جشنواره فیلم و تئاتر دهه فجر امسال اعضای خانواده اش را به تماشای یک فیلم یا تئاتر دعوت کند. با توجه به تفاوت علاقه مندی اعضای خانواده به سبک های مختلف فیلم و تئاتر و تنوع موارد نمایش داده شده در سینما و تئاتر، برخلاف تصور اولیه اش، توانست بمسادگی تصمیم بگیرد که چه فیلمی را می تواند با اعضای خانواده اش بینند. بنابراین :

۱. ابتدا با یک پرسشنامه سبک دلخواه هر یک از اعضای خانواده را مشخص کرد؛ زیرا بدینه است که او تمایل دارد با هر کدام از اعضای خانواده اش به دیدن فیلم با تئاتری برود که سلیقه سینمای آنها و خودش را تأمین کند.
۲. با توجه به بودجه محدودی که برای این اقدام در نظر گرفته است، تمایل دارد که بداند هزینه صرف شده در این هفته جقدر خواهد بود. جدول زیر هزینه بلیت سینما و تئاتر را برای گروه های مختلف مشخص کرده است. مستو لان جشنواره در بخش هایی برای کودک و نوجوان و نیز دانشجویان تخفیف هایی قائل شده اند. لطفاً جدول را کامل کنید.

جدول ۱. هزینه بلیت با توجه به گروه های مختلف

سینمای کودک و نوجوان	تئاتر	سینما	مکان نمایش گروه سنی
۴۰۰۰	۳۰۰۰۰	۱۰۰۰۰	فرد عادی
۴۰۰۰	۲۰=۲۰٪ تخفیف $۲۰ = \frac{۴۰۰۰}{۲۰} = ۲۰۰\ldots$	۸۰۰۰=۲۰٪ تخفیف $۸۰۰۰ = \frac{۱۰۰۰۰}{۲۰} = ۵۰\ldots$	دانشجو
۳۰۰۰=۵۰٪ تخفیف $۳۰۰۰ = \frac{۴۰۰۰}{۵۰} = ۶۰\ldots$	۱۵۰۰=۵۰٪ تخفیف $۱۵۰۰ = \frac{۳۰۰۰}{۵۰} = ۳۰\ldots$	۱۰۰۰	کودک و نوجوان



علیرضا تابع پرسش نامه داده شده به اعضای خانواده را در جدول های زیر مشخص نمود :

جدول ۲. علاقه مندی به سینما کودک و نوجوان

علی - تخلی	ایمیشن	تاریخی	گندی	سبک فیلم	اعضای خانواده
✓	✓		✓		مردم
✓	✓	✓			علیرضا

جدول ۳. علاقه مندی به سینما

علی - تخلی	جاده ای	اجتماعی	تاریخی	دفاع مقدس	گندی	سبک فیلم	اعضای خانواده
✓		✓			✓		مادر
		✓	✓	✓			پدر
							مردم
✓		✓		✓			علیرضا

جدول ۴. علاقه مندی به تئاتر

اجتماعی	تاریخی	دفاع مقدس	گندی	سبک تئاتر	اعضای خانواده
	✓	✓	✓		مادر
✓	✓	✓			پدر
	✓		✓		مردم
	✓				علیرضا

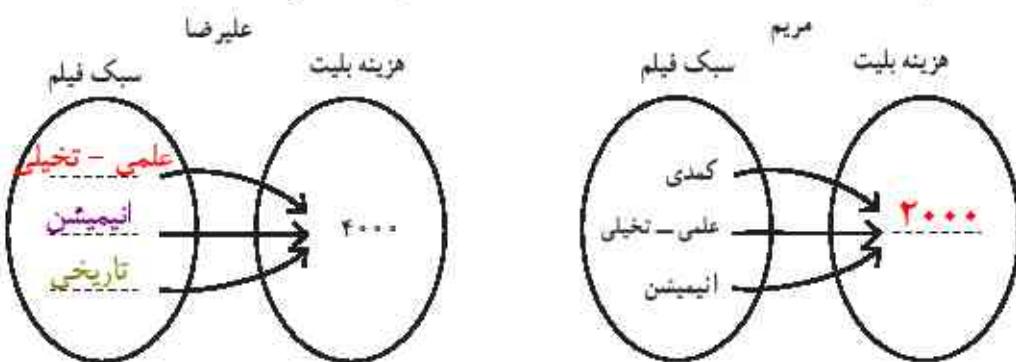
در نخستین روز هفته (شنبه)، علیرضا می خواهد خواهش را به تماشای یک فیلم در سینما کودک و نوجوان ببرد.

او باید دو نکته را مشخص کند :

۱. به دیدن چه سبک فیلمی می روند؟

۲. هزینه بلیت آنها چقدر است؟

طبعی است که علیرضا و خواهش به دیدن سبک فیلمی خواهند رفت که هر دو به آن علاقه مند باشند؛ به بیان دیگر این سبک فیلم در استراک علاقه، دو نفرسان باشد. با توجه به جدول های ۱ و ۲ اگر این دو نفر را تابعی در نظر بگیریم که «دامنه» آن سبک فیلم مورد علاقه هر کدام باشد و «برد» آن هزینه خرید بلیت، تماش های بیکانی این دو تابع به صورت زیر است :



پس اشتراک فیلم مورد علاقه شان دو سبک فیلم اندیمین و علمی است و برای تماشای بکی از این دو سبک یا هر دو نوع آنها می‌توانند به سینما بروند. این مطلب را می‌توانیم چنین نشان دهیم:

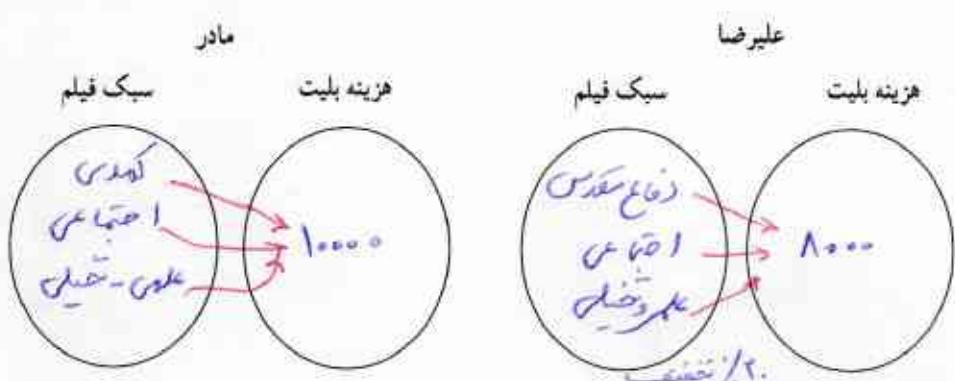
{(٤٠٠٣، علمي تكنولوجى (٤٠٠٣، آسيانيس) و (٤٠٠٣، تارىخى)) = علييرضا

$$\{ \dots + 4000, 4000 + 2\dots, \dots + 1\dots \} = \{ \text{ميريم} + \text{علييرضا}, \dots, \dots + \text{علي خليل} \}$$

کار در کلاس

۱. اگر در این دو شنبه علم پایه خواهد ماده شد، ابه تماشای یک فیلم در سینما دعوت کند، با توجه به حدوداً ۱۰ حدوداً ۲:

الف. نیاشهای سکانی، مشاهه فعالیت صفحه قیا، را پرای هر کدام رسم کنید.



ب. با توجه به اشتراک سبک فیلم مورد علاقه هر کدام، نمایش زوج مرتبی تابعی را بنویسید که علیرضا و مادرش می‌توانند به تمثیل فیلمی در سینما پوشینند.

ب). هزینه‌ای که در این روز علیرضا صرف می‌کند، چقدر است؟ ۱۸۰۰۰ تومان

۲. پنج شنبه علیرضا می خواهد همه اعضای خانواده اش را به تماشای یک نتاتر ببرد. با استفاده از جدول ۱ و جدول ۴، الف. نماش زوج مرتبی هر کدام از اعضای خانواده و سپس نمایش زوج مرتبی شرایطی را که همه آنها به تماشای یک نتاتر می زند، مشخص کنید.

پ. علیرضا در این روز چه میزان هزینه می کند؟

$$F_{0000} + F_{0000} + 10 \dots + 18 \dots = 99 \dots$$

١٠٦

١٧) دارالعلم (جامعة عجمان) (جامعة عجمان) (جامعة عجمان)

یاسخ (۱۶)

لذلك فإن $(\ln x, 3 \dots)$ و $(\ln y, 3 \dots)$ هما مترافقان

$$\text{نمونه سوال} \quad \text{گام به گام} \quad \rightarrow \text{۱) تجزیف} \rightarrow ۲\ldots \times \frac{5}{5} = ۹\ldots \quad ۳\ldots - ۴\ldots = ۵\ldots$$

$$dourkhiz.com$$

$$\mu_{\text{pr}} = \{ ((x_1, 1), \dots), ((x_2, 1), \dots) \}$$

با توجه به فعالیت مطرح شده برسشن مهم زیر را باسخ می دهیم :
 با چه شرایطی می توان دو تابع f و g را با یکدیگر جمع کرد ؟
 برای دو تابع f و g که روی دامنه های دلخواهی تعریف شده اند، $f+g$ تابعی است که روی $D_f \cap D_g$ تعریف شده است و برای هر مقدار x در این اشتراک داریم :

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$$

برای مثال اگر :

$$f = \{(1, 2) \text{ و } (-3, 4) \text{ و } (3, 5) \text{ و } (7, -1)\}$$

و

$$g = \{(2, 1) \text{ و } (3, -1) \text{ و } (7, 2)\}$$

فرض شود با توجه به دامنه های دو تابع f و g :

$$D_f = \{1, -3, 3, 7\}$$

$$D_g = \{2, 3, 7\}$$

اشتراک دو دامنه برابر است با :

$$D_f \cap D_g = \{3, 7\}$$

پس تابع $f+g$ این گونه مشخص می شود :

$$f+g = \{(3, -1+5) \text{ و } (7, 2+(-1))\} = \{(3, 4) \text{ و } (7, 1)\}$$

نوبه گفتاده :

گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوجه و انجمن معلمان ریاضی، استان خوزستان

khuzmath1394@chmail.ir

فعالیت

بایوجه به ضابطه های $x^r - 1$ و $f_r(x) = x + 1$ ، ضابطه توابع زیر را به دست آورید :

$$f_r(x) = f_r(x) + f_r(x) = (x^r - 1) + (x + 1) = x^r + x \quad f_r(x) = x^r + x$$

$$f_r(x) = f_r(x) - f_r(x) = x^r - 1 - (x + 1) = x^r - x - 2 \quad f_r(x) = x^r - x - 2$$

$$f_r(x) = f_r(x) - f_r(x) = (x + 1) - (x^r - 1) = x + x + r \quad f_r(x) = -x^r + x + r$$

$$f_r(x) = f_r(x) \times f_r(x) = (x^r - 1)(x + 1) = x^r + x^r - x - 1 \quad f_r(x) = x^r + x^r - x - 1$$

$$f_r(x) = \frac{f_r(x)}{f_r(x)} = \frac{x^r - 1}{x + 1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x+1} = x-1 \quad f_r(x) = x-1$$

$$f_r(x) = \frac{f_r(x)}{f_r(x)} = \frac{x+1}{x^r-1} = \frac{x+1}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x-1} \quad f_r(x) = \frac{1}{x-1}$$

اگر مقادیر تابع های f_r تا f_1 به ازای $x=2$ نمادهای وزنه های کفه های ترازو باشند، جرا دو کفه ترازو با هم برابرند؟ از این پاسخ

جه نتیجه ای به دست می آید؟ $\sum_{i=1}^r f_i \times f_{r-i} = f_r$ $\Rightarrow f_r = \sum_{i=1}^r f_i \times f_{r-i}$

$$f_r(2) = 2^r + 2^{r-2} - 2 - 1 = 9$$

$$|f_1 - f_r| = |2^r - 2 - r| = 1$$

$$f_1(2) + f_r(2) = 1$$

$$|f_r(2)| = 0$$

$$|f_r(2) - f_1(2)| = 0$$

$$f_r(2) = 2 - 1 = 1$$

$$\frac{f_r(2)}{f_1(2)} = \frac{2+1}{2-1} = \frac{3}{2} = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{کفه های جب} \\ \text{کفه های راست} \end{array} \right\} = 9 + 4 + 0 + 1 + 0 + 1 = 14 \\ \left. \begin{array}{l} \text{کفه های جب} \\ \text{کفه های راست} \end{array} \right\} = 0 + 9 + 1 + 1 + 0 + 4 = 14$$

$$|f_1 - f_r| = |2^r + 2 - r| = 1$$

$$f_1(2) \times f_r(2) = 2^r + 2 - r = 9 \\ f_r(2) = 2^r + 2 = 4$$

$$f_r(2) = \frac{1}{r-1} = \frac{1}{1} = 1$$

عمل های جمع، تفریق، ضرب و تقسیم روی دو تابع به صورت زیر تعریف می شوند :

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x) \quad D_{f-g} = D_f \cap D_g$$

$$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x) \quad D_{f \times g} = D_f \cap D_g$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$$

۴۹

نوبه گفتگو:

گروه ریاضی دوره ای دوم منوچک و اینжен هلالان ریاضی، استان خوزستان

khuzmath1394@chmail.ir

$f_i(v) = v^v - 1 = v - 1 = v$	$f_v(v) = v + 1 = v$
$f_v(v) = v^v + v = v + v = v$	$f_i(v) = v^v - v = v - v - v = 0$
$f_d(v) = -(v)^v + v + v = -v + v + v = 0$	$f_s(v) = v^v + v^v - v = v + v - v = v$
$f_y(v) = v - v = 0$	$f_h(v) = \frac{v}{v-1} = \frac{v}{v} = 1$

سمت چپ ترازو	سمت راست ترازو
$f_s(v) = v$	$ f_i(v) - f_v(v) = v - v = 0 = 0$
$f_i(v) + f_v(v) = v + v = v$	$ f_d(v) = 0 = 0$
$ f_v(v) = 0 = 0$	$f_i(v) \times f_v(v) = v \times v = v^2$
$ f_v(v) - f_i(v) = v - v = 0 = 0$	$f_v(v) = v^v + v = v + v = v$
$f_y(v) = v - v = 0$	$f_h(v) = \frac{v}{v-1} = \frac{v}{v} = 1$
$\frac{f_v(v)}{f_i(v)} = \frac{v}{v} = 1$	$\frac{f_i(v)}{f_v(v)} = \frac{v}{v} = 1$
$v + v + \dots + v + v = 17$	$\dots + v + v + v + v + v = 17$

نتیجه می گیریم:
$f_s(v) = f_i(v) \times f_v(v)$
$f_i(v) + f_v(v) = f_v(v)$
$ f_v(v) = f_d(v) $
$ f_v(v) - f_i(v) = f_i(v) - f_v(v) $
$f_y(v) = \frac{f_i(v)}{f_v(v)}$
$\frac{f_v(v)}{f_i(v)} = f_h(v)$

نها

گروه ریاضی دوره دوم متوسطه ابتدی معلم رفانی، استان خوزستان

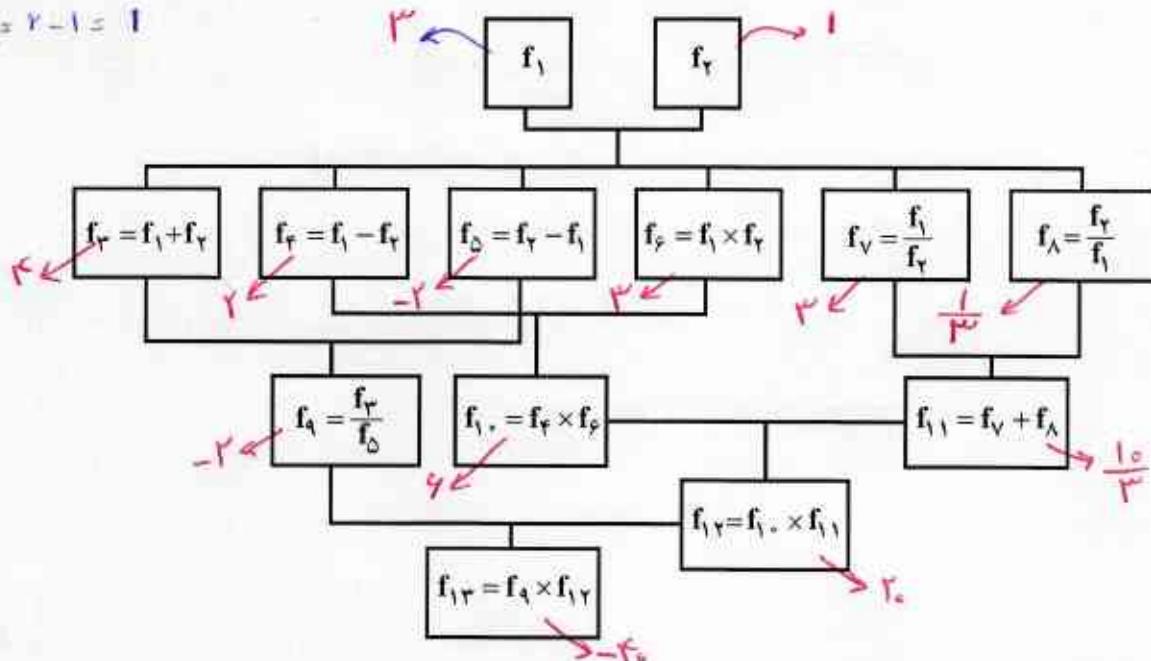
khuzmath1394@chmail.ir

کار در کلاس

۱. با توجه به ضابطه $f_1(x) = x+1$ و $f_2(x) = x-1$ درخت زیر را به ازای $x=2$ کامل کنید.

$$f_1(r) = r + 1 = k$$

$$P_r(r) = r - 1 \geq 1$$



۲. اگر $\{3, 1\} \cup \{-1, 4\} = \{f(1), f(-1)\}$ و $\{5, 3\} \cup \{1, -2\} = g(3)$ باشد، توابع زیر را مشخص کنید.

$$f+g = \{ (-1, \Delta), (0, \Delta) \}$$

$$D_{F1g} = \{r_{3,-1}\}$$

$$f \times g = \{(x, \circ) \mid (-1, \circ)\}$$

$$D_{f \times g} = \{r_i - 1\}$$

$$\frac{g}{f} = \left\{ (-1, \frac{r}{f}) \right\}$$

$$D_{\mathbb{F}} = \{-1\}$$

$$\frac{f}{g} = \left\{ (x, \circ) \mid (-1, \frac{r}{x}) \right\}$$

$$D_{E/g} = \{r, -1\}$$

$$f-g = \{(r_1 - \delta), (-1, 1)\}$$

$$D_{P-2} = \{r, -1\}$$

$$g-f = \{(r, \Delta) \mid (-1, -1)\}$$

$$D_{\bar{g}} - f = \{ r, -1 \}$$

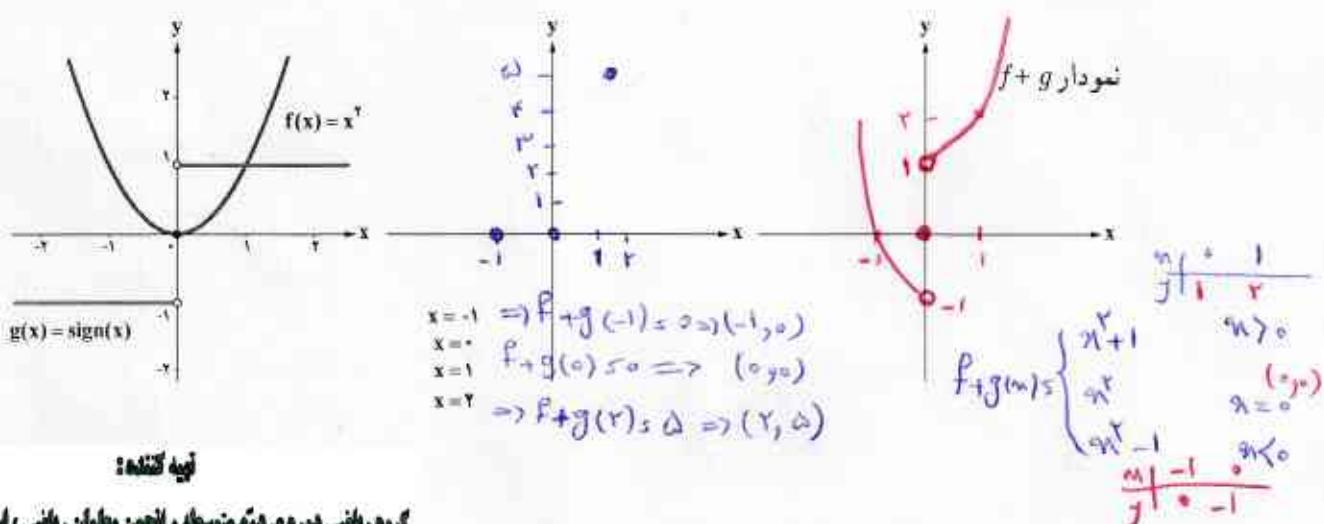
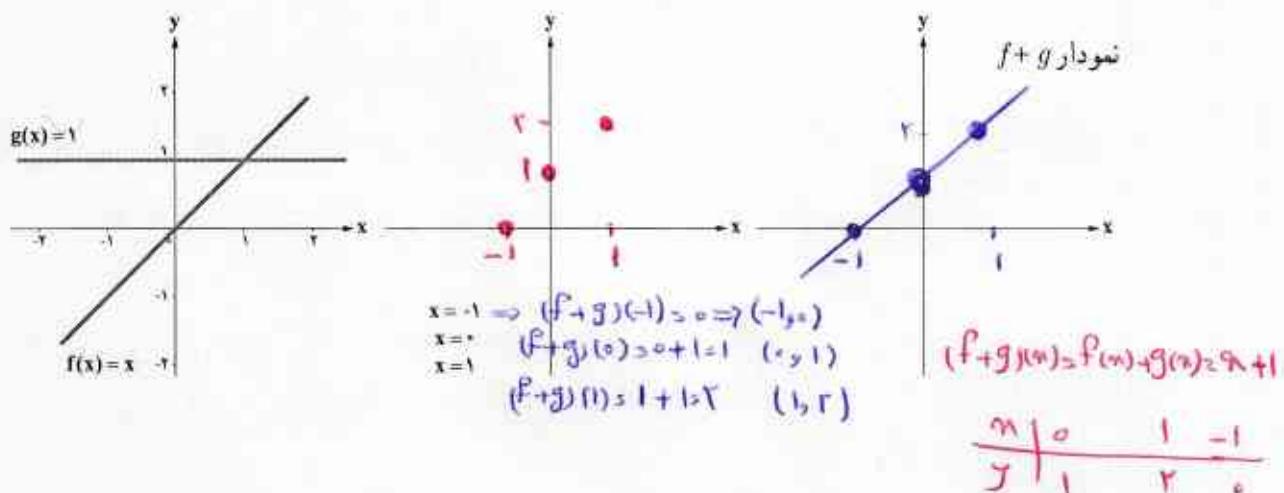
۲۸۵

4

گروه ریاضی دوره‌ی دوم هنرستان و انجمن معلمان ریاضی، استان خوزستان

فعالیت

به کمک نمودارهای رسم شده توابع f و g ، نمودار تابع $f+g$ را ابتدا فقط در نقاط داده شده مشخص کنید. سپس نمودار کلی تابع $f+g$ را به کمک ضابطه تابع آن و نیز نقاط مشخص شده از تابع، رسم کنید.



نتیجه گسترش:

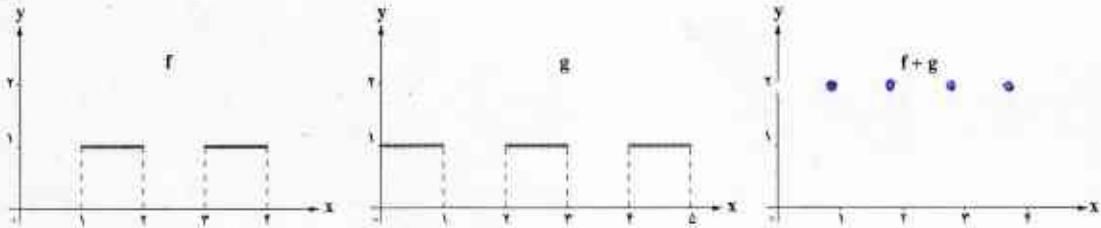
گروه ریاضی دوره دوم هنرستان و انجمن علمیان ریاضی، استان خوزستان

khuzmath1394@chmail.ir

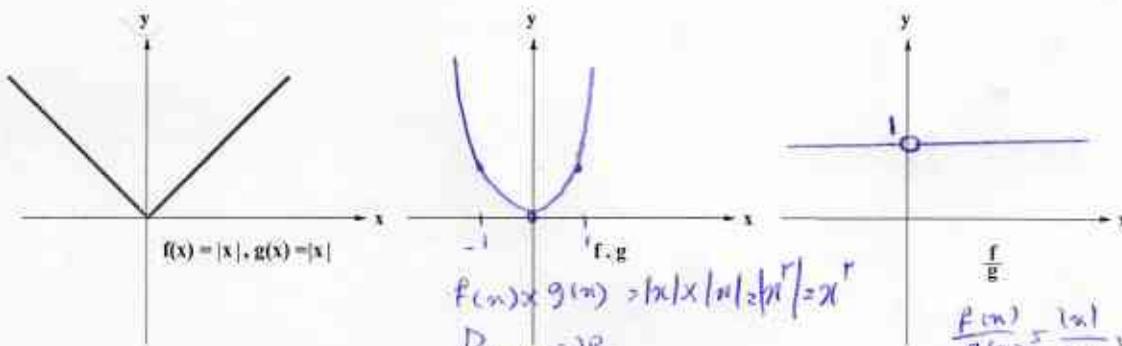
تمرین

$$D_{f,g} = \{1, 2, 3, 4\}$$

۱. در هر حالت با توجه به نمودار توابع f و g ، نمودار تابع خواسته شده را رسم کنید.
- (الف)



(ب)



$$f(n) \times g(n) > |n| \times |n| = n^2 = x^2$$

$$D_{f,g} = \mathbb{R}$$

$$\frac{f(n)}{g(n)} = \frac{n}{n} = 1$$

$$D_{f/g} = \mathbb{R} - \{0\}$$

۲. یک شرکت هولдинگ^۱ دارای دو کارخانه A و B است. اگر تابع درآمد و هزینه برای تولید x تن کاشی در کارخانه A به ترتیب $x^2 + 16x + 6$ و در کارخانه B به ترتیب $x^2 + 12x + 1$ واحد باشد (هر واحد معادل یک میلیون تومان) :

پاسخ سوال ۲ در پاسخ

الف. تابع سود شرکت هولдинگ را به دست آورید.

ب. این هولдинگ با چه میزان تولید کاشی به سود ماقریعم خود می‌رسد؟

۳. اگر $f(x) = [x]$ با دامنه $1 \leq x \leq 2$ و $g(x) = |x|$ با دامنه $1 \leq x \leq 2$ و $h(x) = x^2 - 4$ با دامنه $-1 \leq x \leq 1$ در نظر گرفته

شود، جدول زیر را کامل کنید.

تابع	ضابطه	نمودار
$s(x) = f(x) + g(x)$	$s(x) = [x] + x \quad (1, 2)$ $D_s = D_f \cap D_g = \mathbb{R}$ $n=1 \Rightarrow s(1) = [1] + 1 = 2$	
$q(x) = \frac{h(x)}{f(x)}$	$q(x) = \frac{x^2 - 4}{[x]} \quad (1, -3)$ $D_f \cap D_h - \{h(x) = 0\} = \{-1\} - \{1\} = \{-1\}$ $n=1 \Rightarrow q(1) = \frac{1^2 - 4}{[1]} = -3$	
$p(x) = h(x) \times g(x)$	$p(x) = (x^2 - 4) \times x \quad (-2, 2)$ $D_p = D_h \cap D_g = \mathbb{R}$ $n=1 \Rightarrow p(1) = (1^2 - 4) \times 1 = -3$	

۱. هولдинگ از واژه Latin Hold به معنای نگه داشتن می‌آید. شرکت هولдинگ یا مادر، شرکتی سهامی است که دارای «شرکت‌های زیرمجموعه» است. کنترل شرکت‌های زیرمجموعه مستقیماً زیر نظر مدیران و هیئت مدیره شرکت اصلی است.

پاسخ

$$P_1(n) = R_1(n) - C_1(n) = -2n^2 + 18n - 4$$

نمودار

$$P_2(n) = R_2(n) - C_2(n) = -n^2 + 12n - (2n + 9) = -n^2 + 10n - 9$$

نمودار

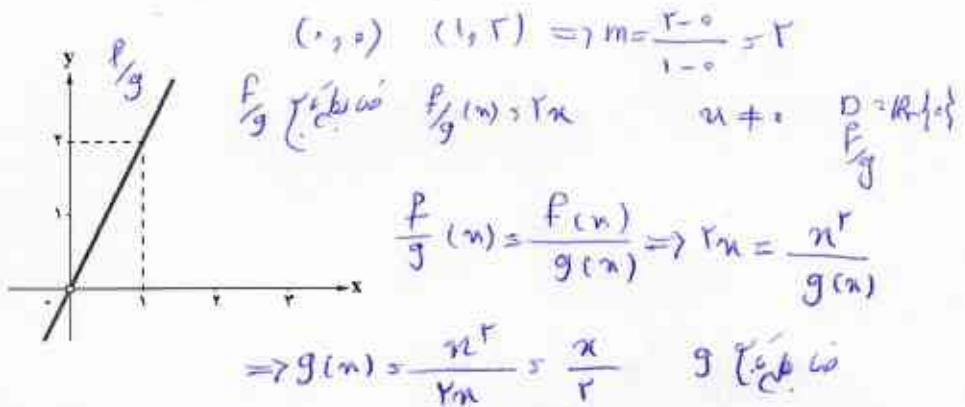
پاسخ سوال ۲

$$P(n) = P_1(n) + P_2(n) = -2n^2 + 18n - 4 + (-n^2 + 10n - 9) = -3n^2 + 28n - 13$$

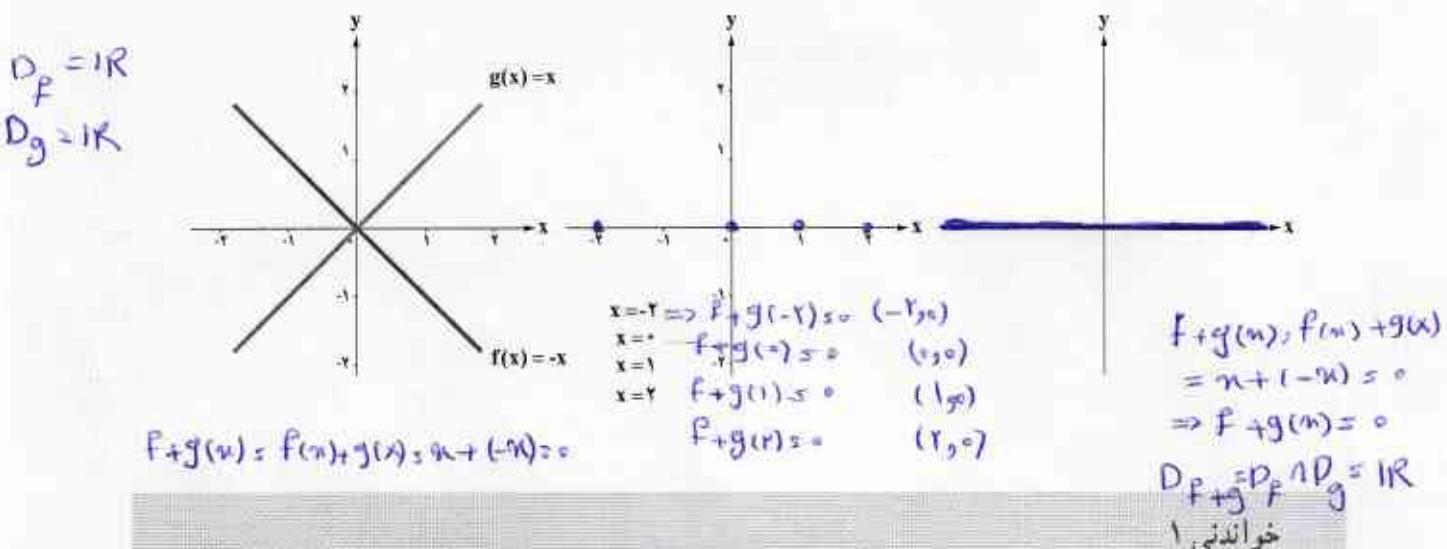
$$n = \frac{b}{2a} = \frac{-18}{2(-3)} = \frac{-18}{-6} = 3$$

پاسخ هشت ب) پاسخ سود شرکت هولдинگ به سهی است و همان سیم مقدار آن را اس اس آن می‌توان کاشی dourkhizic.com

۴. اگر $x = f(x)$ و تابع $\frac{f}{g}(x)$ به صورت نمودار زیر باشد، ضایعه تابع $\frac{f}{g}(x)$ را بدست آورید؟



۵. به کمک نمودارهای رسم شده توابع f و g ، نمودار تابع $f+g$ را ابتدا فقط در نقاط داده شده، مشخص کنید. سپس نمودار کلی تابع $(f+g)(x)$ را به کمک ضایعه آن و نیز نقاط مشخص شده از تابع، رسم کنید.



چرا در عبارات جبری به جای متغیر از حرف x استفاده می‌کیم؟

در آثار ریاضی اسلامی برعی از اصطلاحات مانند تمام استفاده می‌شده. یکی از این اصطلاحات کلمه «شی» است که آن را به حای مجھول به کار می‌بردند. اولین ترجمه کتاب‌های ریاضی دوره اسلامی به زبان اسپانیایی انجام گرفت. مشکل علمای قرون وسطی اسپانیا که وظیفه‌شان ترجمه جنبین متونی بود، در این زمینه این بود که حرف «ش» و کلمه «شی» قابل تبدیل به زبان اسپانیایی نبود. به دلیل آنکه در اسپانیا صدای «ش» یا «sh» وجود ندارد. صدای «ck» با «ک» را از یونانی قدیم به شکل «x» با «کای» جایگزین صدای «ش» یا «sh» کردند و بعدها که این متون به زبان‌های رایج‌تر اروپایی ترجمه شد، حرف یونانی «کای» «x»، با حرف لاتین «x» جایگزین شد.



خواندنی ۲

صنعت کشاورزی که حتی در نگاه نخستین نیز ساده به نظر نمی‌رسد، امروزه برای پاسخ‌گویی به تقاضای روزافزون صنایع غذایی نیازمند تجزیه و تحلیل دقیق تر و فناوری پیشرفته‌تر است. به همین دلیل در سال ۱۶۰۲ در یک بروزه دانشگاهی، در طرحی جالب، کاری گروهی میان کشاورزان، ریاضی‌دانان و متخصصان مهندسی آب با هدف کاهش مصرف آب و انته تعریکردن میزان مخصوص تسلی گرفت؛ جنان که در تأمین بازار و سود کشاورزان خلیلی بوجود نیاید. برای این هدف یک مدل ریاضی آبیاری طراحی شد که موارد زیر در آن به دقت در نظر گرفته شده بود:

- رابطه میان رشد گیاه و مصرف آب در هر مرحله از رشد

- بهترین زمان کاشت

- مناسب‌ترین مکان کاشت (اینکه در چه زمین‌هایی کاشت انجام شود و در چه زمین‌هایی بستر کاشت مهیا نیست)

نقطه عطف این طرح این بود که کشاورزان هرگز تصور نمی‌کردند چه اطلاعات مهم و تعیین کننده‌ای در اختیار دارند که با این اطلاعات می‌توان به یک مدل ریاضی برای کاشت محصول دست یافت.

امروزه کمک گرفتن از مدل‌های ریاضی در کشاورزی که بر اساس اطلاعات دقیق کشاورزان طراحی می‌شوند، در صنعت کشاورزی توین به شکل گیری شاخه‌ای به نام «کشاورزی دقیق» (Precision farming) انجامیده است. در این شاخه به جمع‌آوری و بررسی داده‌ها بسیار اهمیت داده می‌شود.

مالی دیگر در این زمینه طراحی مدلی برای استفاده از کودهای سبیلی است. در حال حاضر به کمک ماشین‌آلات مجهز به GPS برای نمونه‌برداری از خاک زمین‌های کشاورزی و اطلاعات تجربی کشاورزان می‌توان فهمید که چه بخشی از زمین به کود سبیلی بیشتر و چه بخشی به کود کمتر نیاز دارد. برآیند این اطلاعات سبب می‌شود که تا میزان قابل توجهی از استفاده بی‌رویه کود سبیلی جلوگیری شود که نتیجه مستقیم و مفید آن کمتر شدن چشمگیر نیترات در منابع آبی؛ به ویژه آب‌های کشاورزی است.

فصل ۳- آمار

درس ۱

شاخص‌های آماری

درس ۲

سری‌های زمانی



در دوره متوجهه تقریباً دانش‌آموزان دختر ۵۱٪ از کل دانش‌آموزان این دوره را تشکیل می‌دهند.



دانلود جزوه
نمونه سوال
کام به کام

dourkhiz.com

درس ۱

شاخص‌های آماری

$$\text{میانگین} = \frac{3500 + 3000 + 2500 + 2000 + 1500 + 1000}{6} = 2000$$

$$\bar{x} = \frac{21000}{10} = 2100$$

سبلایری از موقع کمیت‌های وجود دارند که می‌توانند معرف پارامتر جامعه باشند.

آیا می‌توانند جند کمیت را که در سال قبل با آن آشنا شدید، نام ببرید؟ تام این کمیت‌ها چه بود؟ **میانگین**، **میانه**، **حران**، **داسن آخوند** یک صدرمه **یارانه** میانگین عدد داشت آذران آن صدرمه

فعالیت

نمونه‌گیری از هزینه و درآمد خانوارها، یکی از مهم‌ترین طرح‌های آمارگیری در هر کشوری است. آیا ناکنون فکر کرده‌اید چگونه متوسط درآمد ماهیانه هر خانواده را در یک کشور محاسبه می‌کنند؟ سرشماری روشی مفروض باصره برای گردآوری داده‌ها برای پاسخ به این سوال نیست.

در اینجا صورت ساده‌تر آن را در نظر می‌گیریم. قرض کنید. می‌خواهیم متوسط درآمد کارکنان یک مؤسسه تجاری را محاسبه کنیم. ده نفر از کارکنان را به صورت تصادفی انتخاب می‌کنیم. اگر درآمد ماهیانه ده نفر بر حسب هزار تومان به صورت زیر باشد، **میانگین و میانه درآمد ماهیانه آنها چقدر است؟**

هیئت مدیره مؤسسه تجاری تصمیم دارد به کارکنانی که درآمد کمتری دارند، یارانه برداخت کند. به نظر شما به چه کسانی باید یارانه برداخت شود؟ اگر تعداد اعضای خانواده هر عضو نموده به صورت زیر باشد، میانگین و میانه درآمد هر یک از افراد چقدر است؟ آیا با داشتن این داده‌ها نظر شما درباره سوال قبل تغییر کرده است؟ یعنی به کدام یک از کارکنان مؤسسه یارانه برداخت کنیم؟ **کدام**

ردیف	درآمد ماهیانه (هزار تومان)	تعداد اعضا خانوار	متوسط درآمد هر عضو
۱	۱۰۰۰	۳	$\frac{3000}{3} = 1000$
۲	۳۰۰۰	۴	$\frac{12000}{4} = 3000$
۳	۱۰۰۰	۱	$\frac{1000}{1} = 1000$
۴	۴۰۰۰	۵	$\frac{20000}{5} = 4000$
۵	۳۰۰۰	۱	$\frac{3000}{1} = 3000$
۶	۳۰۰۰	۷	$\frac{21000}{7} = 3000$
۷	۲۰۰۰	۳	$\frac{6000}{3} = 2000$
۸	۲۰۰۰	۴	$\frac{8000}{4} = 2000$
۹	۱۰۰۰	۲	$\frac{2000}{2} = 1000$
۱۰	۱۰۰۰	۱	$\frac{1000}{1} = 1000$

* ۲۰۰۰ + ۱۰۰۰ + ۱۰۰۰ + ۱۰۰۰ + ۱۰۰۰ + ۱۰۰۰ + ۱۰۰۰ + ۱۰۰۰ + ۱۰۰۰ + ۱۰۰۰

$$\frac{7500 + 8000}{2} = 7750$$

۵۶

$$\frac{2000 + 3000 + 3200 + 4000 + 4200 + 4400 + 4600 + 4800 + 5000 + 5200 + 5400 + 5600 + 5800 + 6000 + 6200 + 6400 + 6600 + 6800 + 7000 + 7200 + 7400 + 7600 + 7800 + 8000 + 8200 + 8400 + 8600 + 8800 + 9000 + 9200 + 9400 + 9600 + 9800 + 10000}{10} = \frac{922800}{10} = 92280$$

$$\text{شروع} \rightarrow ۳۴۲,۵ - ۳۴۳,۳ = ۵,۱۷ \times ۳ = ۱۴۲,۵ \rightarrow \text{کارکنان} \\ \text{کارکنان} \rightarrow ۱۳۷,۵ - ۲۵۰ = ۱۳۷,۵ \times ۴ = ۵۴۷,۱۷ = \text{کارکنان}$$

خط فقر حداقل درآمدی است که برای زندگی یک نفر در یک ماه موردنیاز است. خط فقر برادر است با نصف میانگین با نصف میانه درآمد ماهیانه افراد جامعه.

کار در کلاس

در فعالیت قبل خط فقر را به دو روش ذکر شده محاسبه کنید. هست مدیره مؤسسه تجارتی تصمیم دارد مقدار یارانه را بر اساس نصف میانه محاسبه کند. به کدام یک از کارکنان چه میزان یارانه بدهند که خانواده او حداقل درآمدی بیش از خط فقر داشته باشد؟ *

$$۳۸۷,۱۷ = ۳۸۷,۱۷ \times ۳ = ۱۱۳۱,۵ \rightarrow \text{خط فقر برادر}$$

$$۱۳۷,۵ = ۱۳۷,۵ \times ۴ = ۵۴۰ \rightarrow \text{خط فقر میانه}$$

کار در کلاس

خط فقر بینالمللی توسط بانک جهانی در سال جاری حدود چهار هزار هزار تومان (۱/۲۵۰ دلار آمریکا) برای هر نفر در روز تعیین شده است.

۱. در فعالیت قبل چند خانوار درآمدی کمتر از چهار هزار تومان دارند.

۲. اگر درآمد یک خانواده سه نفری در یک ماه دو میلیون تومان باشد، طبق این تعریف این خانواده چه وضعیتی دارد؟

۳. منوط درآمد ماهیانه یک خانواده سه نفره در ماه حداقل چقدر باید باشد تا شخص فقر نباشد؟

۴. در فعالیت قبل میزان یارانه را با خط فقر بینالمللی برای هر یک از کارکنان محاسبه کنید.

۵. جه موقع دو روش محاسبه خط فقر تقاضت زیادی باهم دارند؟ جراحت داده دوره استفاده دامتنه بازم

متناخص یک معیار آماری است که تغیرات نسبی در جامعه آماری را نشان می‌دهد.

ساختنها نه تنها مانند جداول فراوانی و نمودارها، متغیرهای داده‌ها را خلاصه می‌کنند؛ بلکه واقعیت‌های مفیدی را از جامعه بهسادگی به ما نشان می‌دهند و امکان مقایسه را فراهم می‌کنند. مثلاً خط فقر ساختنی است که درآمد افرادی را که حداقل درآمد برای زندگی را ندارند، مشخص می‌کند. این ساختن به ما کمک می‌کند در طی زمان امکان بررسی تأثیر سیاست‌های دولت‌ها برای فقرزدایی را رصد کنیم.

جرای راهنمای اتوبوس، جرایح ایمنی هندرار، اخطار سرعتی، جرایح ایمنی اتوبوس، جرایح ایمنی هندرار، اخطار دوربین موتور

دایسیوره خودرو که از میان اینها، اتفاقات داخل خودرو بخی از مهم‌ترین ساختن‌های را به زانده نشان می‌دهد.

دایسیوره خودرو نشانگر میزان سرعت، جرایح ملحة نایاب خود، امیر نایاب مسافت علی عده، دکمه انتخاب کیلومتری، مسافت دمای بالای آب، هندرار حداقل میزان سرعت، مسافت حفر و ضعیت زندگی در گیریکن اتوماتیک سفر و عملکرد تظییف نور پشت زمینه

۱- از این تعریف خط فقر (Poverty line) به دلیل سادگی آن استفاده شده است. دولت‌ها از تعریف بسیار دقیق‌تری استفاده می‌کنند. در این کتاب مفهوم از خط فقر همین تعریف است.

۲- معمولاً ساختن‌ها (Indices) بر اساس چند آماره محاسبه می‌شوند. هدف مانحلی و تفسیر آنهاست.

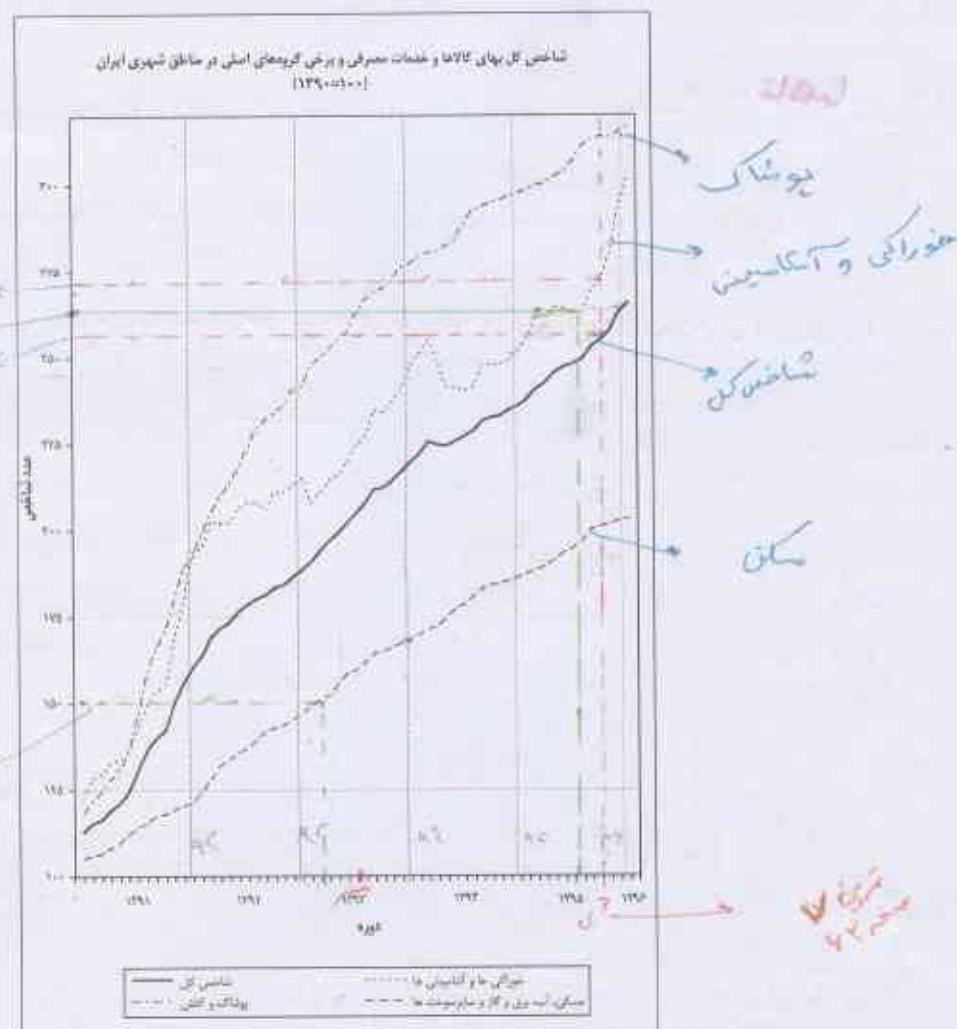
۳- مفهوم از خط فقر (Poverty line)

۱		۶	۵
$\frac{۱۰۰۰۰۰}{۳ \times ۲۰} = ۱۱۱۱,۱۱$		$\frac{۳۰۰۰۰۰}{۷ \times ۲۰} = ۱۴۲۸,۵۷$	
$\frac{۲۰۰۰۰۰}{۴ \times ۲۰} = ۲۵۰۰۰$		$\frac{۲۰۰۰۰۰}{۳ \times ۲۰} = ۲۲۲۲۲,۲۲$	
$\frac{۱۰۰۰۰۰}{۱ \times ۲۰} = ۳۰۰۰۰۰$	۳۰۰۰۰۰	$\frac{۱۰۰۰۰۰}{۶ \times ۲۰} = ۸۳۳۳,۳۳$	
دانلود جزو نمونه سوال کامپیکام	$29444,46$	$\frac{۱۰۰۰۰۰}{۴ \times ۲۰} = ۳۰۰۰۰۰$	$\frac{۱۰۰۰۰۰}{۱ \times ۲۰} = ۱۰۰۰۰۰$
	$= ۱۰۰۰۰۰$		

فعالیت

می خواهیم با پرداخت بارانه ثابت به خانوارها تعداد کسانی را که درآمدی کمتر از خط فقر دارند، کاهش دهیم. اگر بودجه این کار ثابت باشد، به نظر نسما آن را بین همه خانوارها تقسیم کنیم با خانوارهایی که درآمدی کمتر از خط فقر داشته‌اند؟ پاسخ خود را برای خط فقرین‌المللی ثبز بیان کنید.

فرض کنید هدف ما کنترل فقر با شاخص بین‌المللی آن باشد و تصمیم گرفته‌ایم که به خانوارهایی که درآمدی کمتر از خط فقر دارند، بارانه دهم، آیا با این تصمیم به هدف خود رسیده‌ایم؟ برای پاسخ دقیق‌تر به این سوال بایز به معنی شاخص دیگری داریم. در ادامه نمودار پراکنش نگاشت شاخص بهای کالاهای و خدمات مصرفی^۱ مناطق شهری در طی ۵ سال متولی رسم شده است. این شاخص براساس متوسط هزینه ۳۰۰ نوع کالا، خوراکی و خدمات برای هر ماه محاسبه می‌شود. از جمله می‌توان به هزینه‌های سکن، بونتاك، سلامت، غذا، حمل و نقل و تحصیل اشاره کرد. البته موارد ذکر شده دارای اهمیت بیکسانی در محاسبه نیستند.



این شاخص نسبت به یک سال پایه محاسبه می‌شود که در نمودار عدد ذکر شده در صد تغییرات نسبت به سال پایه ۱۳۹۰ است.

^۱CPI: Consumer Price Index

شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی، متوسط مبلغ بود احتسابه از میوی مصرف کنندگان برای مجموعه ای از تعداد زیادی کالا و خدمات در طول یک سال است. آن شاخص تحولات قیمت را بر مبنای یک سال باه نشان می دهد.

مثال

به عنوان مثال اگر میبد هرینه خانواری در سال پایه از دو کالای نان و گوشت تشکیل شده باشد و قیمت این دو کالا در سال پایه به ترتیب ۱۰۰۰ و ۵۰۰۰ ریال باشد و در سال مورد نظر به ۱۵۰۰ و ۷۰۰۰ ریال برسد و با فرض آنکه مقادیر مصرفی نان و گوشت در سال پایه به ترتیب معادل ۲۰۰ و ۸۰ کیلوگرم باشد، برای محاسبه شاخص به صورت زیر عمل می کنم:

$$\text{شاخص بهای نان و گوشت} = \frac{140}{100} = 140\%$$

استدلالی (۱۴۰٪) استاده است

کار در کلاس

۱. در نمودار شاخص بهای کالاها و خدمات محور طول هاشان دهنده **نمودار** سطحی است.

۲. شاخص بهای کالاها و خدمات به واحد اندازه گیری سنتگی **نمودار** دارد.

۳. به نظر می رسد افزایش شاخص بهای کالاها و خدمات نشان دهنده **افزایش** هزته افلام خوارکی و **بهرقی** است.

۴. شاخص بهای کالاها و خدمات بر اساس تعداد **نمودار** متغیر محاسبه می شود.

۵. اهمیت شاخص بهای کالاها و خدمات چیست؟ **این شاخص تحولات قیمت را بر بنای یک سال پایه مشکل** میدارد.

حال به سوال قبل باز می گردیم. آیا برداخت یارانه ثابت طی سال های آتی (متلاً ۴۵۰۰۰ تومان به ازای هر نفر) می تواند در همه

این مدت درآمد خانوار را بیشتر از خط فقر نگذارد؟ **خیر**

این شاخص، سطح قیمت هارا در یک سال انتشاره می بگزیر.

خواهدندی

در اقتصاد، یک جریان چرخشی بول و کالاها و خدمات و عوامل تولید وجود دارد. به عنوان مثال، وقتی آفای سکوهی به عنوان طراح در یک شرکت سازنده تزیینات داخلی ساختمان کار می کند، درآمدی به دست می آورد که می تواند آن را برای خرید کالاها و خدمات، خرچ کند. آفای سکوهی در طول سال، درآمدش را صرف خرید کالاها و خدمات گوتاگونی می کند. او وقتی به فروشگاه می رود، ۱۰۰ هزار تومان با خود می برد و مجموعه ای از کالاهای مورد نیاز خانواده اش را می خرد. فرض کنیم خریدهایش اینها باشند: سیر، تخم مرغ، برنج، گوشت، چای و شکر. او همچنین بزرگی برای خود رو سواری اش می خرد و هزینه اجاره خانه و قبض آب و برق و گاز و تلفن را می بودارد. او در این سال، یک تلویزیون می خرد؛ به یک مسافت می رود، و یک عمل جراحی هم انجام می دهد.

هر یک از خانوارها و افراد جامعه در طول سال، هزینه هایی این جنین دارند. هزینه هایی همه خانوارها در هر سال، شاخصی به نام «شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی یا شاخص قیمت مصرف کننده» را می سازد که برای کل اقتصاد محاسبه می شود. **این شاخص، سطح قیمت ها در یک سال را اندازه می گرد.**

شاخص بهای کالاها و خدمات نشان می‌دهد که یا بولمان قدر می‌توانیم خرید کنیم، یا با اصطلاح، «قدرت خرید» بولمان قدر است. هرچه قیمت‌ها افزایش یابند، «قدرت خرید» بولمان کاهش می‌یابد.

آفای شکوهی در سال بعد تیز به فروشگاه می‌رود و همان مبلغ ۱۰۰ هزار تومان را خرج می‌کند. او متوجه می‌شود که این بار نمی‌تواند همه کالاهای قبلی را با همان ۱۰۰ هزار تومان بخرد. علت این موضوع، افزایش قیمت کالاها و خدمات در طول زمان است. در واقع، «هزینه زندگی» او افزایش یافته است. او نه تنها وقته که به فروشگاه می‌رود، باید بول بسترسی ببردازد، بلکه برای پر کردن باک بین زمین خود را با برای یک شب اقامت در شهری دیگر باید بول بسترسی ببردازد.

تعییر متوسط قیمت کالاها و خدمات در طول زمان را تعویض می‌نماید.

تعویض، یکی از مهم‌ترین مفاهیم اقتصادی است که شما به آسانی می‌توانید درک کنید. تعویض بر زندگی تک‌تک ما اثرگذار است. اقتصاددانان و آماردانان با یکدیگر، میزان تعویض یا تغییرات سطح قیمت‌ها را با استفاده از «شاخص بهای کالاها و خدمات» محاسبه می‌کنند. برای این کار، شاخص بهای کالاها و خدمات یک سال را با سال‌های قبل مقایسه می‌کنند. به نظر شما رابطه بین تعویض و شاخص بهای کالاها و خدمات جیست؟

از تقسیم تفاصل شاخص در سال مورد نظر و شاخص در سال پایه بر عدد ۱۰۰، افزایش قیمت‌ها به درصد در فاصله بین سال پایه و سال مورد نظر به دست می‌آید.

$$\text{تعویض} = \frac{\text{(شاخص بهای گوشت و نان در سال پایه)} - \text{(شاخص بهای گوشت و نان در سال مورد نظر)}}{100} \times 100\%$$

کار در کلاس

از مدرس به خانه بر می‌گشتم و داشتم از کتاب دکتر روزنامه‌فروشی رد می‌شدم که جمله درشت یکی از روزنامه‌ها نظرم را جلب کرد: «در صورتی که رشد اقتصاد سالانه یک درصد باشد، در سال ۱۴۰۰ نزخ (شاخص) بیکاری تحصیل کردگان آموزش عالی به ۴۸ درصد خواهد رسید».

با خودم گفتم پس در زمانی که ما قرار است شاغل شویم، احتمال یافتن شغل بینجاه بینجاه است. تا به حال به این مستله توجه نکرده بودم و فکر می‌کردم اگر درس بخوانم، شغل خوبی خواهم داشت و می‌بیند اشتم درس خواندن سخت است اما نسبت به کار پیدا کردن خیلی راحت‌تر است.

این جمله را با معلم درس آمار در میان گذاشتیم. او گفت: [نرخ بیکاری عبارت است از نسبت جمعیت بیکار به جمعیت فعال] این نرخ با رشد اقتصادی پنج درصد نیز محاسبه شده و اگر رشد اقتصادی ۵ درصد برای کشور به دست آید، نرخ بیکاری تحصیل کردگان به ۳۶ درصد می‌رسد. سپس او با یک توضیح و جند مسئل، نظرم را درباره همه ماجرا عوض کرد. بیکار به فردی بالای ۱۶ سال می‌گویند که به طور موقت بیکار شده یا در جستجوی شغل باند، یا منتظر شروع یک کار جدید از تاریخ مشخصی باشد. این تعریف برای تمام کشورها یکسان است.

ایما به نظر شما شاخص بیکاری برای چهار زیرگروه رشته‌های تحصیلی یکسان است؟ در هر رشته جطوراً

تمرین

اعضا

ب) کلیل مسّحض نکردن تعداد خانوارها قابل حل نباشد باشد

لیست مفہوم

برنامه راهنمایی

۱. اگر میانگین درآمد خانوارهای کشور ۲۵۰۰۰ ریال باشد، حداقل حقوق دریافتی کارکنان شرکت الف بقدر باشد تا همچنان کارمندی در این شرکت زیر خط فقر نباشد؟ چه زمانی از میانه درآمد خانوارها برای محاسبه خط فقر استفاده می‌کنیم؟

۲. خانواده‌ای شش نفره در بکی از کشورهای در حال توسعه زندگی می‌کند. با توجه به تعریف خط فقر بین‌المللی درآمد ماهانه این خانواده باید چند دلار باشد تا زیر خط فقر نباشد؟ حداقل سالار $225 = 225 \times 30 \times 1,25$

۳. در یک منطقه ۱۲۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر شاغل‌اند. در این منطقه نفر ۴۰۰ ساله و بیشتر جویای کار می‌باشد.

الف) نرخ بیکاری در این منطقه چقدر است $14,7 = \frac{14,7}{140} \times 100$ درصد

ب) حداقل چند شغل در این منطقه باید ایجاد شود تا نرخ بیکاری منطقه برای ۵ درصد باشد؟

۴. خانواده‌ای صالحی در فروردین ماه سال ۱۳۹۰، با صد هزار تومان هزینه ماهانه مسکن، آب، برق، گاز و سایر سوخت‌های داشته است.

در همان تاریخ هزینه ماهانه خوراکی‌ها و آسامیدنی‌های این خانواده دوست و بنجه هزار تومان بوده است. اگر تعداد افراد این

خانواده تغییری نکرده باشد، بر مبنای نمودار شاخص بهای کالا و خدمات مصرفی موارد زیر را به طور تقریبی محاسبه کنید. فرمول در سوانح

الف) هزینه ماهانه مسکن، آب، برق، گاز و سایر سوخت‌های این خانواده در خردادماه ۱۳۹۳

ب) هزینه ماهانه خوراکی‌ها و آسامیدنی‌های این خانواده در مهرماه ۱۳۹۵

۵. ناتوب یا شاخص نوಡه بدنی که در سال گذشته آن را در کتاب ریاضی و آمار خود دیده، یکی دیگر از شاخص‌های مهم آماری است که به شاخص سلامت معروف است. برای محاسبه آن باید وزن فرد را به کیلوگرم بر توان دوم قدرت بر حسب من

نقسم کرد.

جدول زیر اطلاعات خانواده صالحی را نشان می‌دهد.

نامهای	قد (سانتی‌متر)	وزن (کیلو گرم)	سن (سال)	افراد خانواده	میزان
۴۷ ≈ ۴۷ $\approx \frac{۴۷}{۳۱۲} \approx ۱۹,۸۱$	۱۷۷	۶۲	۱۷	صالح	۱۹-۲۶
۸۵ ≈ ۸۵ $\approx \frac{۸۵}{۳۱۲} \approx ۲۵,۷۳$	۱۸۲	۸۵	۲۲	برادر	۲۰-۳۶
۵۲ ≈ ۵۲ $\approx \frac{۵۲}{۳۱۲} \approx ۱۸,۳۴$	۱۷۰	۵۳	۲۵	خواهر	۲۵-۴۶
۴۰ ≈ ۴۰ $\approx \frac{۴۰}{۳۱۲} \approx ۲۲,۰۴$	۱۶۵	۶۰	۵۰	مادر	۴۰-۵۶
۸۱ ≈ ۸۱ $\approx \frac{۸۱}{۳۱۲} \approx ۲۶,۷۳$	۱۷۴	۸۱	۵۵	پدر	۵۵-۶۶

اکنون با توجه به جدول بالا مشخص کنید کدام یک از افراد این خانواده وزن مطلوبی دارند؟ خواهر و زن مطلقاً دارد

۶. در موقع خرید کتاب‌های داستان معمولاً به سطح کتاب برای رده سنی مشخص شده، توجه می‌کنیم. به نظر نساج‌گوئه این کار را انجام می‌دهند؟ آیا نظر افراد با تجربه برای تعیین سطح یک من به خصوص همیشه یکسان است؟ ارزیابی آنها کفی است یا کمی؟

$$\rightarrow \text{هزار تون} = \frac{۱۰۰ \times ۱۵۰}{۱۰۰} = ۱۵۰ \text{ را در}$$

$$\rightarrow \text{هزار تون} = \frac{۲۵۰ \times ۲۴۲}{۱۰۰} = ۶۰۵$$

$$\text{تکهان} = \frac{۳۵۰۰}{۵} = ۷۰۰ \text{ در گرام} \quad (1)$$

* با مرخص ایتمه توان ۳۵ در گرام ساهمیان
تک خانواده ۵ نزدیک است سیام راحل
صراف نمی‌نمایم

بلوار این طبق جدول صنعتی خانواده مردم ۱۰۵ را بر حسب فقر
رسانی از سیانه در آمد خانوارها مستفاده نمایم که داره سرمه
دانلود جزوی نمونه سوال
کلم به کام

خوانایی من میزان سهولت در ک من از طریق انتخاب واژه‌های مناسب و رعایت دستور نگارش است.

بکی از شاخص‌های خوانایی که سال‌های تحصیل خوانندۀ متون انگلیسی را تخمین می‌زند، به صورت زیر تعریف شده است.

$$\text{شاخص بایه آموزش} = \frac{1}{4} \times [\text{میانگین تعداد کلمات در هر جمله} + \text{درصد کلمات «دشوار»}]$$

که منظور از کلمات «دشوار» کلمات دو همای دون در نظر گرفتن اسماء و کلمات ترکیبی آسان است. این شاخص عددی بین ۱ تا ۱۲ است که نشان‌دهنده بایه تحصیلی است.

(الف) برای کتابی با متوسط طول جملات ۸ کلمه‌ای و ۲۰ درصد کلمه سخت، شاخص بایه آموزش را محاسبه کنید. این کتاب مناسب دانش‌آموزان چه بایه‌ای است؟

پاسخ: این کتاب مناسب دانش‌آموزانی است که بایه $\frac{3}{4}$. را به بایان رسانده‌اند.

(ب) مزایا و محدودیت‌های این شاخص چیست؟

پاسخ: استفاده از این شاخص ساده است. با این حال، فرض می‌کند که کلمات بزرگتر و جملات طولانی تر باعث سختی شدن می‌شوند، اما یک تویستنده جبردست می‌تواند با کلمات و جملات دیگری باعث ~~آسانی~~ شدن شود.

(ج) همان‌گونه که متوجه شده‌اید، این شاخص بر اساس دو آمار از دو متغیر تعریف شده است. آنها را نام بینید. ۷. هزینه‌های زندگی خانواده آفای صالحی در سال ۱۳۹۰ در جدول زیر آمده است. با توجه به نمودار شاخص بهای کالاهای خدمات مصرفی جدول زیر را کامل کنید. (حلق حبرول صفحه ۵۸)

	۱۳۹۰	۱۳۹۳	۱۳۹۶
هزینه خوارکی‌ها و آشامیدنی‌ها (بر حسب هزار تومان)	۲۱۰	$\frac{۲۱۰ \times ۲۲۵}{۱۰۰} = ۴۷۲,۵$	$\frac{۴۷۲,۵ \times ۲۷۷}{۱۰۰} = ۱۳۷۱,۲$
هزینه کل (بر حسب هزار تومان)	۸۵۰	$\frac{۸۵۰ \times ۲۰۲}{۱۰۰} = ۱۷۱۷$	$\frac{۱۷۱۷ \times ۲۵۰}{۱۰۰} = ۴۳۴۷,۵$

۸. شاخص بوسیدگی دندان (DMFT) در ایران برای سال ۱۳۶۰ برابر ۳ بوده است؛ یعنی هر ایرانی به طور متوسط دارای یک دندان کشیده شده، یک دندان بوسیده و یک دندان پُر شده است. این شاخص در سال ۱۳۹۵ برابر ۶ شده است. این شاخص را در سال ۱۳۹۵ تفسیر کنید. شاخص در سال ۱۳۹۵ چند درصد افزایش داشته است؟ این شاخص در سال ۱۳۶۰ نسبت به سال ۱۳۹۵ چند درصد کاهش داشته است؟

شاخص ۶ میان دهنه ۲ دندان کشیده شده، ۴ دندان بوسیده شده، ۲ دندان پُر شده.

این شاخص در سال ۱۳۹۵ نسبت به سال ۱۳۶۰ ۶۰٪ افزایش داشته است.

این شاخص در سال ۱۳۶۰ نسبت به سال ۱۳۹۵ ۵۰٪ کاهش داشته است.

درس ۲

سری‌های زمانی

$$\bar{x} = \frac{10+40+30+35+10+10}{6} = \frac{140}{6} \approx 24,17$$

$$S = \frac{(10-24,17)^2 + (40-24,17)^2 + (30-24,17)^2 + (35-24,17)^2 + (10-24,17)^2 + (10-24,17)^2}{6} = \frac{813}{6}$$

$$= \frac{134,89 + 84,89 + 32,47 + 28,89}{6} = \frac{283,24}{6} \approx 47,22 \quad b = \sqrt{47,22} \approx 6,87$$

به نظر شما دستیابی به کدام یک از اطلاعات زیر جالب‌تر است؟

دمای هوای شهر محل زندگی ما در هفته آینده.

میزان آبندگی شهر محل زندگی ما در ماه آینده.

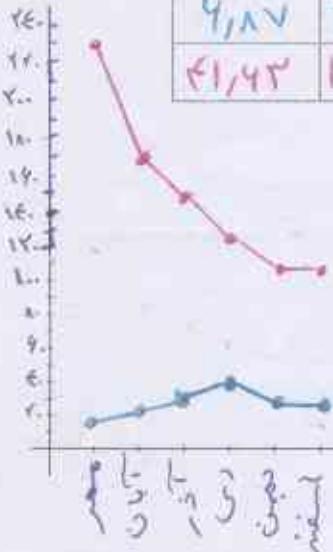
ترجیح سکاری در زمان اخذ دبلم.

آیا به نظر شما مجموعه‌ای از داده‌های آماری که در فواصل زمانی مساوی و منظم جمع‌آوری شده باشند، می‌توانند پیش‌بینی خوبی برای نصیم‌گیری ما باشند؟ **بله**

فعالیت

میزان بارندگی در شش ماه دوم سال دو شهر آ و ب بر حسب میلی‌متر در جدول زیر آمده است

ماه	مهر	آبان	دی	بهمن	اسفند	مجموع میانگین	انحراف معیار
شهر آ	۱۵	۲۰	۳۵	۴۰	۲۰	۲۷,۷	۴,۸۷
شهر ب	۲۳	۱۵	۱۲	۱۱	۱۱	۹۰۰	۶۱,۴۳



• جدول را کامل کنید.

• میانگین و انحراف معیار بارندگی در شهرها را مقایسه کنید.

• نمودار پراکنش نگاشت هر دو شهر را بر حسب ماه‌های سال با یک مقیاس

بر روی یک محور رسم کنید. نقاط را به هم وصل کنید. برای مشخص شدن

هر شهر از یک رنگ متفاوت استفاده کنید.

• کدام شهر میزان بارندگی بیشتری در پاییز نسبت به زمستان دارد؟

داستان اسوزان
داین اس
آستانه بیست

ستگرب

$$\bar{x} = \frac{۲۳۰+۱۷۰+۱۵۰+۱۳۰+۱۱۰+۱۱۰}{6} = \frac{۹۰۰}{6} = 150$$

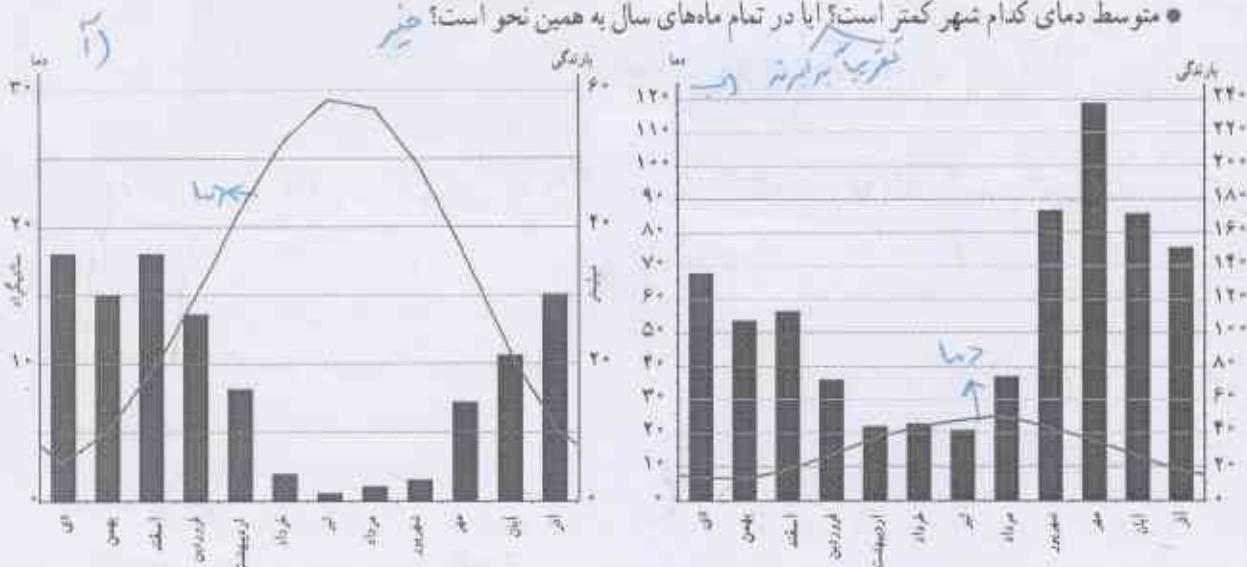
$$S = \frac{(230-150)^2 + (170-150)^2 + (150-150)^2 + (130-150)^2 + (110-150)^2 + (110-150)^2}{6} = \frac{4400}{6} = 733,33$$

$$b = \sqrt{733,33} \approx 27,05$$

حال نمودار برآکنش نگاشت دما و نمودار میله‌ای بارندگی های همان دو شهر را با مقیاس های متفاوت برای یک سال به اینه در یک محور رسم کرد ایم.

• درجه فصلی از سال بارندگی پیشتر است؟ میلیون شتر آر زمستان برار سحر یا پیشتر

• متوسط دمای کدام شهر کمتر است؟ آیا در تمام ماه های سال به همین نحو است؟ خیر



سری زمانی: مجموعه داده هایی که در طی زمان با فواصل منظم گردآوری می شوند.

نمودار سری زمانی: برآکنش نگاشت سری زمانی که داده هارا با خط های در طول زمان به هم متصل می کند.

کار در کلاس

کوه: ابتکال بر جای سحر را معلوم نیست

سری زمانی زیر نشان دهنده ۶ روز درجه حرارت بدن یک بیمار مبتلا به بیماری میکروبی است. او بستری شده و درمانش با آنتی بیوتیک آغاز شده است.

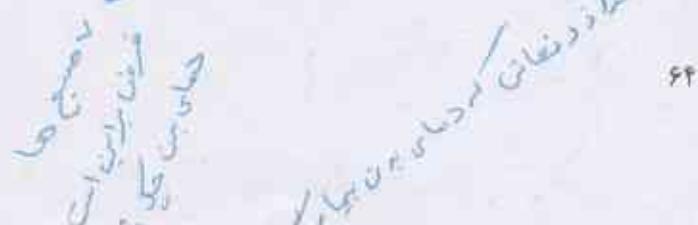
• هر روز چند درجه حرارت خوانده شده نیست شده است.

• درجه حرارت بیمار در لحظه بستری شدن چند درجه است؟ ۳۷

• پس از چند روز درجه حرارت بیمار به حالت طبیعی بازگشته است؟ روز ششم رخن مطابق شده است.

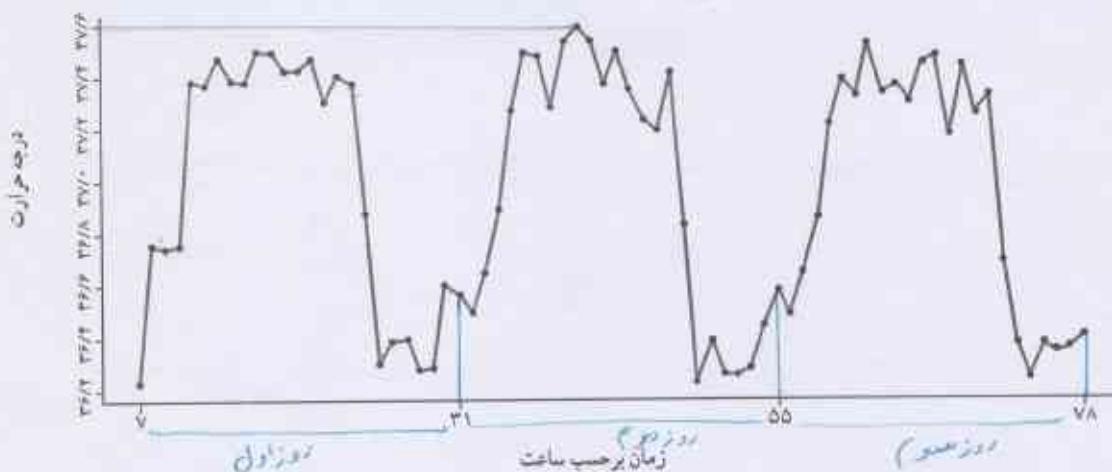
• اگر اولین زمان نیت درجه حرارت ساعت ۷ صبح باشد، نمودار را فقط برای ساعت ۷ صبح رسم کنید. کدام نمودار ساده تر به نظر می رسد؟ کدام یک جزئیات پیشتری را نشان می دهد؟

نمودار که جزئیات پیشتری را نشان می دهد



۶۴

درجه حرارت بدن یک انسان سالم هر ساعت طی ۲ روز از ۷ صبح اندازه‌گیری شده است.



- پیشترین دمای بدن چقدر است؟ **۳۷.۶** کم - زیاد کم
- دمای بدن در طول روز اول چه تغییراتی کرده است؟ تغییرات دمای بدن در روز اول را توصیف کنید.
- آیا این تغییرات در روزهای بعد نیز تکرار شده است؟ **بله**
- این منحنی چه ویژگی دارد؟ (خطی، صعودی یا تناوبی) **تناوبی**

خواندنی

معادله منحنی دمای بدن انسان سالم در طی روز تقریباً برابر است با

$$y = 5 + \frac{1}{12} \sin^2((\pi/12)x - (\pi/6)) + 32/9$$

که مقدار $= x$ دمای بدن در ساعت ۱۲ ظهر است.

بسته ملکا شخوانه‌ان

نکرار یک ویژگی را در سری دمای الگو می‌نامند. بازستاسی الگو به ما کمک می‌کند که جنین معادله‌هایی را برای پدیده‌های طبیعی بیاییم.

نیمه انتهایی:

گروه ریاضی دوره‌ی دوم منوشه و انجمن ملکان ریاضی، استان خوزستان

khuzmath1394@chmail.ir

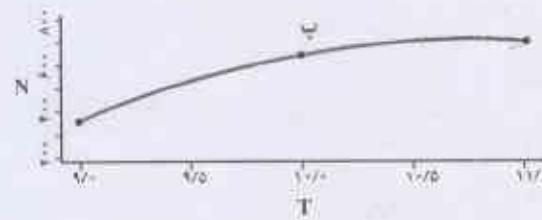
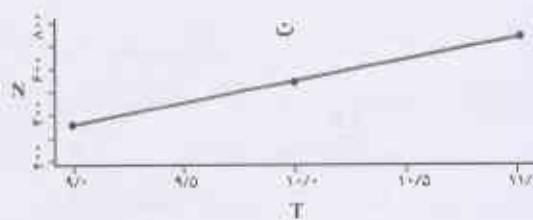
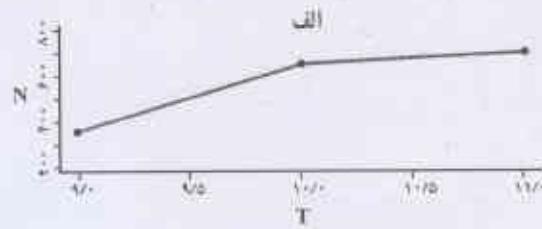
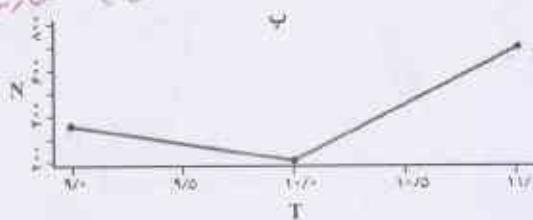
فعالیت

در یک مرکز خرید تعداد مشتری‌ها بین ساعت ۹ تا ۲۱ به صورت زیر ثبت شده است.

ساعت (T)	تعداد مشتری (N)
۹	۳۵۰
۱۱	۷۵۰
۱۳	۸۰۰
۱۵	۶۵۰
۱۷	۳۰۰
۱۹	۵۰۰
۲۱	۲۵۰

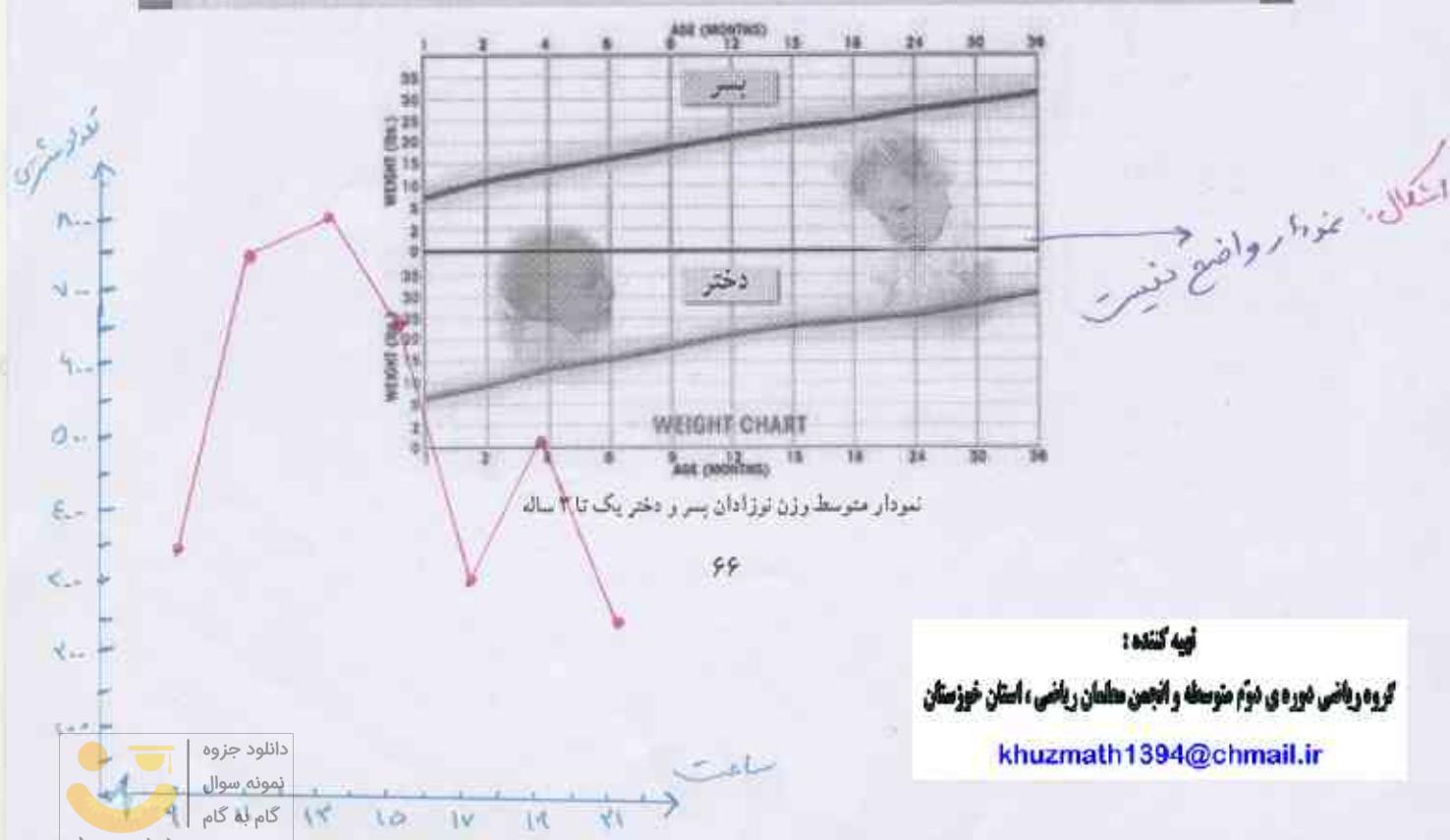
نمودار سری زمانی را رسم کنید.

می‌خواهیم تعداد مشتری‌های ساعت ۱۰ را حدس بزنیم. به نظر شما کدامیک از نمودارهای زیر واقعی‌تر است؟



اگر فرض کیم تعداد مشتری‌ها در فاصله زمانی ۹ تا ۱۱ به صورت یکنواخت تغییر گردد است، به سؤال قبل باشیم دهد.

دروندیابی تخمین داده‌های بین داده‌های ثبت شده است.



نحوه گذاشته:

گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه و ابتدای معلمان ریاضی، استان خوزستان

khuzmath1394@chmail.ir

$$f(x) : 200(9) + h = 350 \Rightarrow h = 350 - 1800 \Rightarrow h = -1450 \Rightarrow f(x) = 200x - 1450$$

کار در کلاس

نمودار مشتری



می خواهیم تعداد مشتری های ساعت ۱۰ در فعالیت قبل را درون یابی کیم. فرض می کنیم تعداد مشتری ها در فاصله زمانی ۱ ساعت بدهیم.

تا ۱۱ به صورت یک واخت تغییر گردد است.

- معادله خط بین دو ساعت ۹,۳۵۰ و ۱۱,۷۵۰ را بدست آورید.

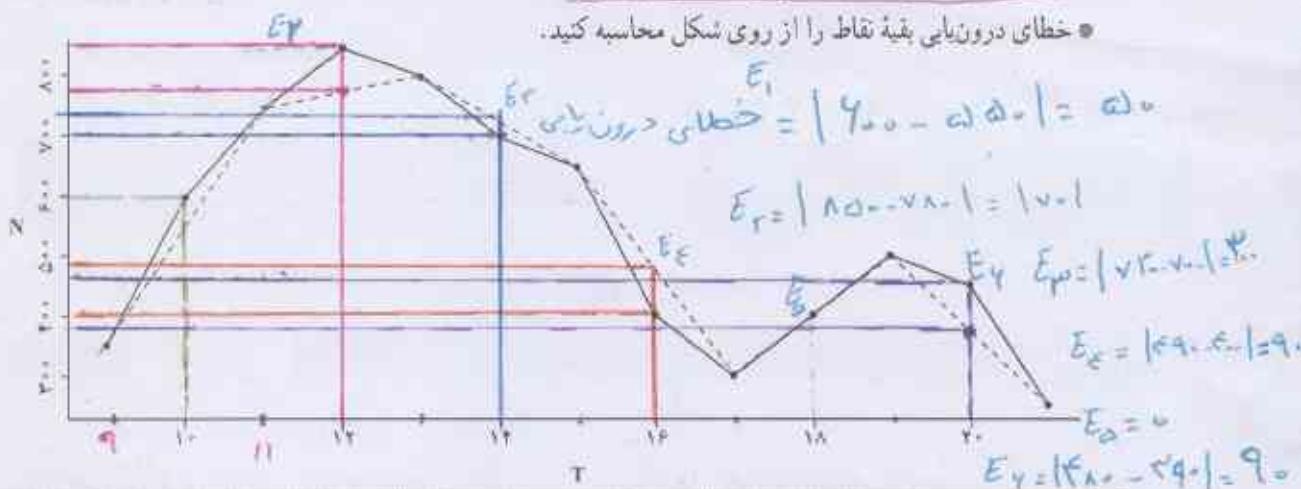
$$\text{خط را رسم کنید. } ۲۵۰ = ۲۰۰ - ۱۴۵۰ = ۲۰۰ - (۱۴۵۰ - ۲۰۰) = ۲۰۰ - ۱۴۵۰ = ۵۵۰$$

- مقدار این خط در ساعت ۱۰ چقدر است؟

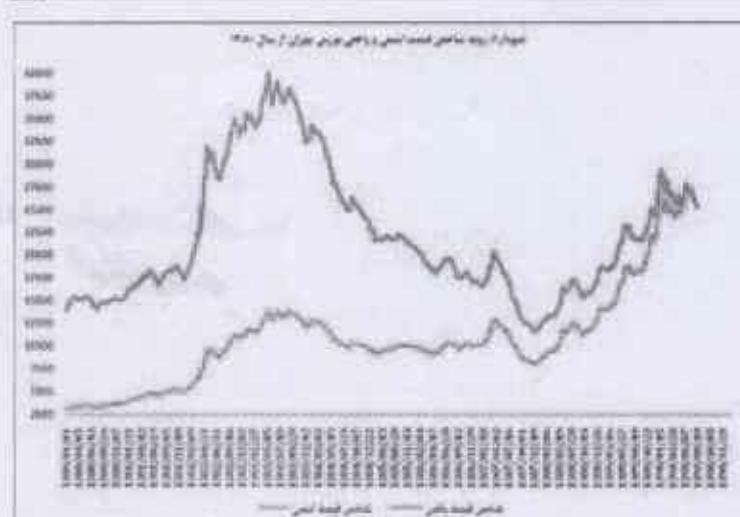
این مقدار به درون یابی کدامیک از شکل های فعالیت قبل تزدیک نیست؟

اگر مقادیر داده های واقعی را به صورت ساعتی جمع آوری کرده باشیم که در شکل زیر با خط تور نشان داده شده است، خطای درون یابی ساعت ۱۰ چقدر است؟ N نشان دهنده تعداد مشتری ها و T نشان دهنده زمان است. (خطای برای هر نقطه برابر است با قدر مطلق تفاضل مقدار واقعی هر نقطه از درون یابی آن).

خطای درون یابی بقیه نقاط را از روی شکل محاسبه کنید.



درون یابی که به میله یک باره خط انجام شود، درون یابی خطی است.



نها گفتند:

گروه رانشی لوره‌ی ۲۰م نوبط و ۲۰م هلن رانش، استان خوزستان

khuzmath1394@chmail.ir

نمودار شاخص قیمت رانش و اسپ بورس

تهران در ماه های گذشته، رفتار این شاخص در

آینده جگونه خواهد بود؟

آنکه نمودار را اینچنین

۶۷

$$m = \frac{19 - 12}{2 - 0} = \frac{7}{2} = 3.5$$

$$f(x) : 3.5x + b = 12 \Rightarrow b = 12 - 3.5 \cdot 0 = 12$$

$$f(x) = 3.5x + 12$$

فعالیت

میزان فروش یک شرکت در ۵ سال متوالی بر حسب میلیارد ریال به صورت زیر است

سال	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
فروش	۹	۱۱	۱۵	۱۹	۲۳	۲۷	۳۱

* سری زمانی را رسم کنید.

* فروش در سال هفتم را حدس بزنید.

* میانگین سال و فروش را محاسبه کنید و روی نمودار نمایش دهید.

* یک خط از نقطه میانگین‌ها به نقطه $(5, 19)$ وصل کنید.

* معادله خط را به دست آورید.

* اگر به جای x در معادله، مقدار ۶ قرار دهید، عدد به دست آمده جقدر است؟ آیا می‌توان این مقدار را به عنوان تخمین فروش در سال آینده تصویر کرد؟ پلنه

برون‌بایی تخمین داده‌های بعد با قابل از داده‌های پیش‌بینی است.

در فعالیت قبل مقدار عدد به دست آمده در سال ششم برون‌بایی مقدار فروش است.

تمرین

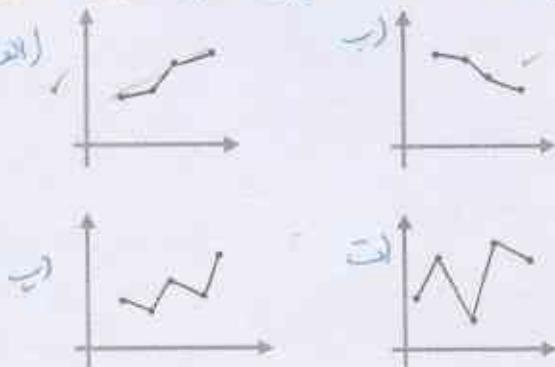
۱- کدام یک از داده‌های زیر سری زمانی است؟ پاسخ خود را توضیح دهید.

الف) تعداد مسافران فرودگاه بوشهر در هر ماه در ۱۰ سال گذشته. **موافق** نهایی مانند است.

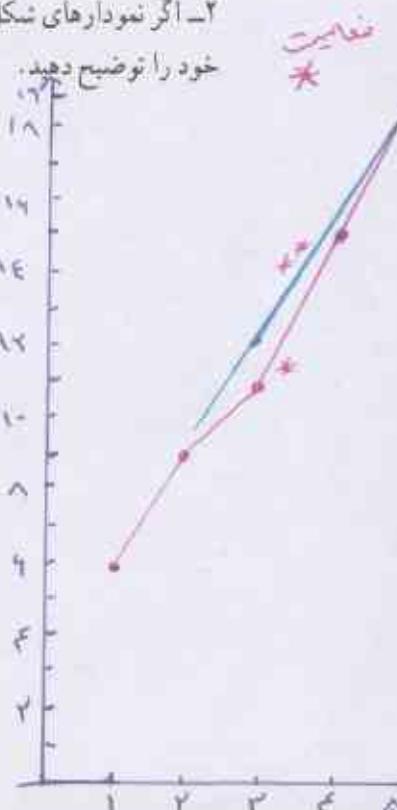
ب) تعداد مشتریان یک تاجر بر حسب مدت زمانی که صرف بازاریابی می‌کند.

ج) تعداد ساعتی که در معرض نور مستقیم خورشید قرار داریم: شدت آفتاب سوختگی.

۲- اگر نمودارهای شکل زیر یک سری زمانی باشند، در کدام حالت درون‌بایی و برون‌بایی خطی بهتری امکان‌پذیر است؟ پاسخ خود را توضیح دهید.



امکان: معتر است شکل‌ها اسم زاری نیست



جواب تمرینات صفحه ۶۹ در صفحات بعدی است

۳- یک دکه دار تعداد بطری های آب فروخته شده، از شروع فصل گرما را یک روز در میان مطابق با جدول زیر ثبت کرده است:

شنبه	پنجشنبه	سه شنبه	یکشنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	روز
۲۳	۲۱	۲۲	۱۸	۲۵	۱۶	۱۳	۸	تعداد بطری ها

الف) سری زمانی داده ها رارسم کنید.

ب) تعداد بطری های فروخته شده روزهای فرد را درون یابی کنید.

ج) تعداد بطری های فروخته شده دوشنبه از هفته دوم را برونو یابی کنید.

۴- تعداد گل های زده شده در لیگ برتر فوتبال جام خلیج فارس در هفته های زوج و پایانی در جدول زیر آمده است.

۲۸	۲۶	۲۴	۲۲	۲۰	هفت
۲۵	۲۵	۲۲	۲۷	۳۰	تعداد گل ها

سری زمانی مربوط به آن رارسم کنید. تعداد گل های هفته ۱۳۰ ام را برونو یابی کنید.

۵- میانگین افزایش خدمات یک تعمیرگاه نسبت به سال اول (سال پایه) بر حسب درصد در جدول زیر آمده است.

۶	۵	۴	۳	۲	۱	سال
۶۷	۵۸	۴۸	۳۸/۵	۲۹	۱۹/۵	درآمد

الف) سری زمانی داده ها رارسم کنید.

ب) درصد افزایش خدمات سال هفتم این تعمیرگاه را نسبت به سال پایه برونو یابی کنید.

۶- تعداد زلزله های بالای ۷ ریشتر در جهان مطابق جدول زیر برای ده سال ثبت شده است.

دهم	نهم	هشتم	هفتم	ششم	پنجم	چهارم	سوم	دوم	اول	سال
۲۱	۱۶	۲۵	۲۱	۱۶	۲۰	۲۳	۲۹	۲۸	۳۰	تعداد زلزله های بالای ۷ ریشتر

الف) سری زمانی آن رارسم کنید.

ب) میانگین سال و تعداد زلزله ها را به دست آورید.

ج) معادله خطی را که نقطه (۱۰، ۲۱) و (۰، ۱۶) را به میانگین سال و تعداد زلزله ها وصل می کند، به دست آورید.

د) با استفاده از خطی که معادله آن را به دست آورده اید، تعداد زلزله های بالای ۷ ریشتر را در سال بازدهم در جهان برونو یابی کنید.

ه) اگر بدانیم در سال بازدهم دقیقاً ۲۵ زلزله آمده است، خطای برونو یابی چقدر است؟

۷- نرخ تورم در ایران بین سال های ۱۳۱۶ تا ۱۳۹۵ در جدول زیر داده شده است.

نحوه اقتضاء:

گروه ریاضی دوره دوم هنرستان و اقتصاد ملیان ریاضی، استثن غوزستان

۶۹

$$m = \frac{r_0 - r}{T - t} = \frac{14}{9}$$

$$\frac{14}{9}(t) + h = r \Rightarrow$$

$$h = r - \frac{14}{9}t \Rightarrow h = \frac{r_0 - rt}{9} \Rightarrow h = \frac{14}{9}t$$

$$f(x) = \frac{14}{9}x + \frac{r_0}{9}$$

$$f(r) = \frac{14}{9}(r) + \frac{r_0}{9} = \frac{14r + r_0}{9} = \frac{20r}{9}$$

$$f(r) = \frac{14}{9}(r) + \frac{r_0}{9} = \frac{9r + r_0}{9} = \frac{19r}{9}$$

$$f(9) = \frac{14}{9}(9) + \frac{r_0}{9} = \frac{14r + r_0}{9} = \frac{130}{9} = 14.4$$

$$\bar{x} = \frac{1 + 14 + 10 + 17}{4} = \frac{19}{4} = 4.75$$

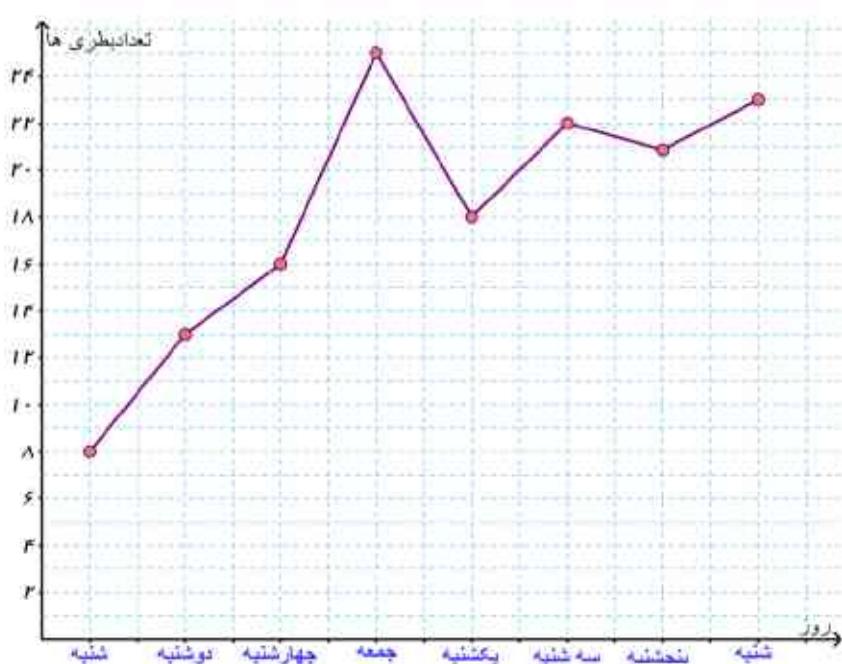
$$\bar{y} = \frac{14 + 14 + 19 + 20}{4} = \frac{67}{4} = 16.75$$

$$m = \frac{r_0 - 14.4}{T - t} = \frac{9.6}{9} = \frac{96}{90} = \frac{16}{15}$$

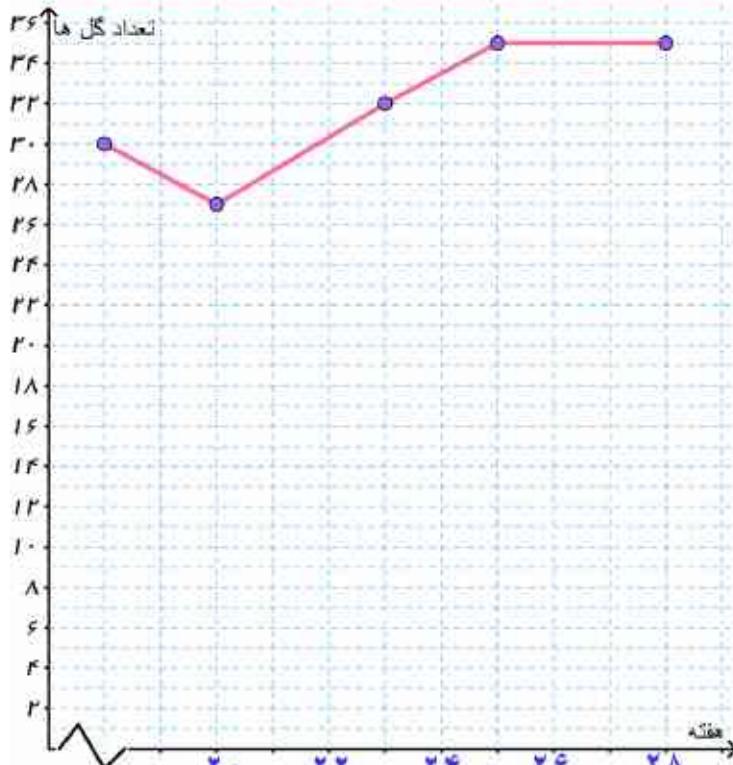
$$\frac{14}{9}(r) + h = r_0 \Rightarrow h = r_0 - \frac{14r}{9} \Rightarrow h = \frac{10r - 14r}{9} \Rightarrow h = \frac{-4r}{9}$$

$$f(x) = \frac{14}{9}x + \frac{r_0}{9} \Rightarrow f(1.5) = \frac{14}{9}(1.5) + \frac{r_0}{9} = \frac{14r + r_0}{9} = \frac{14.4}{9} = 1.6$$

تعداد بطری های دوشنبه هفته دوم



(ج)



تمرین ۴

$$\bar{x} = \frac{20 + 22 + 23 + 24 + 25}{5} = \frac{114}{5} = 22.8$$

$$\bar{y} = \frac{22 + 20 + 24 + 26 + 26}{5} = \frac{118}{5} = 23.6$$

$$m = \frac{26 - 23.6}{5 - 22.8} = \frac{2.4}{-17.8} = \frac{24}{-178} = \frac{12}{89}$$

$$\frac{14}{9}(r) + h = r_0 \Rightarrow$$

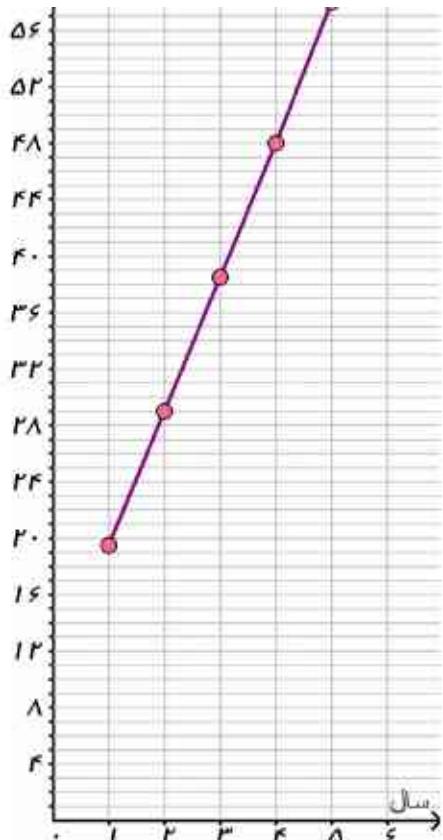
$$h = -\frac{112}{89} + r_0 \Rightarrow h = \frac{-112 + 178}{89} \Rightarrow h = \frac{66}{89}$$

$$f(x) = \frac{14}{9}x + \frac{66}{89}$$

$$f(25) = \frac{14}{9}(25) + \frac{66}{89} = \frac{140 + 66}{89} = \frac{206}{89} = 2.3$$

I

تمرین ۵



(۱)

$$\bar{x} = \frac{۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ + ۷}{۷} = \frac{۲۸}{۷}$$

$$\bar{y} = \frac{۱۵ + ۲۵ + ۳۵ + ۴۵ + ۵۵ + ۶۵ + ۷۵}{۷} = \frac{۴۹۰}{۷}$$

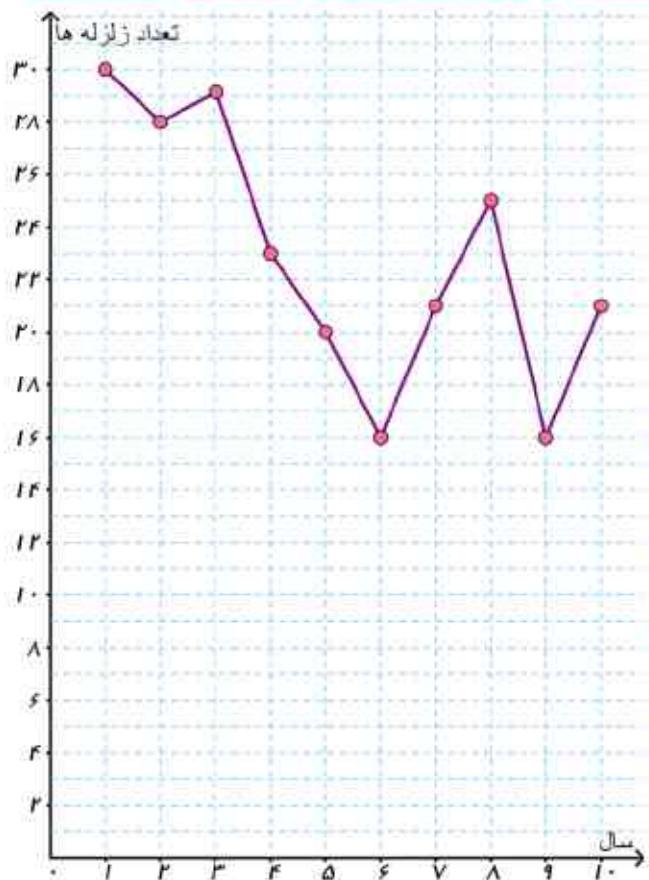
$$m = \frac{۶۵ - ۱۵}{۷} = \frac{\frac{۶۵ - ۱۵}{۷}}{\frac{۴۹۰ - ۲۸}{۷}} = \frac{۱۰۰}{۱۵}$$

$$\frac{۱۰۰}{۱۵}(x) + h = ۹۰ \Rightarrow$$

$$h = -\frac{۱۰۰x}{۱۵} + ۹۰ \Rightarrow h = \frac{-۱۰۰x + ۱۳۵}{۱۵} \Rightarrow h = \frac{۱۳۵ - ۱۰۰x}{۱۵}$$

$$f(x) = \frac{۱۰۰}{۱۵}x + \frac{۱۳۵}{۱۵}$$

$$f(۹) = \frac{۱۰۰}{۱۵}(۹) + \frac{۱۳۵}{۱۵} = \frac{۹۰۰ + ۱۳۵}{۱۵} = \frac{۱۰۳۵}{۱۵} \approx ۶۹.۳۷$$



(۲)

تمرین ۶

(ب)

$$\bar{x} = \frac{۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ + ۷ + ۸ + ۹ + ۱۰}{۱۰} = \frac{۵۵}{۱۰} = ۵.۵$$

$$\bar{y} = \frac{۴۰ + ۳۵ + ۴۰ + ۳۰ + ۲۵ + ۲۰ + ۲۵ + ۳۰ + ۳۵ + ۴۰}{۱۰} = \frac{۲۲۹}{۱۰} = ۲۲.۹$$

$$m = \frac{۴۰ - ۲۲.۹}{۱۰ - ۵.۵} = \frac{-۱۷.۱}{۴.۵} = -\frac{۱۷.۱}{۴.۵}$$

$$-\frac{۱۷.۱}{۴.۵}(x) + h = ۴۰ \Rightarrow h = ۴۰ + \frac{۱۷.۱}{۴.۵} \Rightarrow h = \frac{۹۰۰ + ۱۷.۱}{۴.۵} \Rightarrow h = \frac{۹۱۷.۱}{۴.۵}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{۱۷.۱}{۴.۵}x + \frac{۹۱۷.۱}{۴.۵}$$

$$f(۱) = -\frac{۱۷.۱}{۴.۵}(۱) + \frac{۹۱۷.۱}{۴.۵} = \frac{-۱۷.۱ + ۹۱۷.۱}{۴.۵} = \frac{۹۰۰}{۴.۵} \approx ۲۰۰.۰۰$$

$$\text{خطای بروز یابی } E = |۲۰۰.۰۰ - ۲۰۰| = ۰.۰۰ \quad (۳)$$

II

جواب نمرین صفحه ۷۰ در صفحات بعدی است

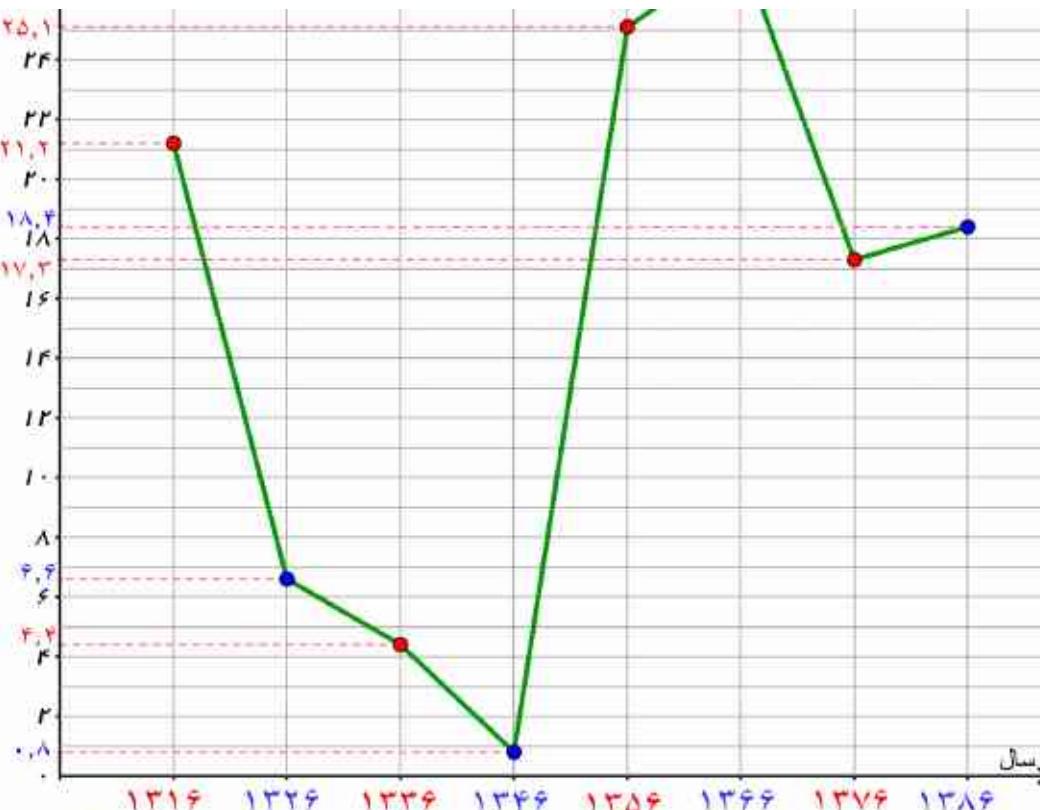
- الف) نمودار سری زمانی داده‌ها را در میان رسم کنید.
- ب) داده‌های را با استفاده از قسمت قبل درون‌بایی کنید.
- ج) بر روی همان سری زمانی داده‌ها پنج سال در میان را با استفاده از جدول بهروی همان نمودار رسم و خطای درون‌بایی را محاسبه کنید.

سال	نرخ تورم	سال	نرخ تورم														
۱۳۱۶	۲۱/۲	۱۳۲۶	۶/۶	۱۳۳۶	۴/۴	۱۳۴۶	۰/۸	۱۳۵۶	۲۵/۱	۱۳۶۶	۲۷/۷	۱۳۷۶	۱۷/۲	۱۳۸۶	۱۸/۴		
۱۳۱۷	۸/۸	۱۳۲۷	۱۱/۱	۱۳۳۷	۱/۰	۱۳۴۷	۱/۵	۱۳۵۷	۱۰/۰	۱۳۶۷	۲۸/۹	۱۳۷۷	۱۸/۱	۱۳۸۷	۲۵/۴		
۱۳۱۸	۸/۰	۱۳۲۸	۲/۲	۱۳۳۸	۱۲/۰	۱۳۴۸	۲/۶	۱۳۵۸	۱۱/۴	۱۳۶۸	۱۷/۴	۱۳۷۸	۲۰/۱	۱۳۸۸	۱۰/۸		
۱۳۱۹	۱۲/۸	۱۳۲۹	-۱۷/۲	۱۳۳۹	۷/۹	۱۳۴۹	۱/۵	۱۳۵۹	۲۲/۵	۱۳۶۹	۹/۰	۱۳۷۹	۱۲/۶	۱۳۸۹	۱۲/۴		
۱۳۲۰	۴۹/۵	۱۳۳۰	۸/۲	۱۳۴۰	۱/۶	۱۳۵۰	۵/۵	۱۳۶۰	۲۲/۸	۱۳۷۰	۲۰/۷	۱۳۸۰	۱۱/۴	۱۳۹۰	۲۱/۵		
۱۳۲۱	۹۶/۲	۱۳۳۱	۷/۲	۱۳۴۱	-۰/۹	۱۳۵۱	۶/۳	۱۳۶۱	۱۹/۲	۱۳۷۱	۲۴/۴	۱۳۸۱	۱۵/۸	۱۳۹۱	۳/۰		
۱۳۲۲	۱۱/۰/۵	۱۳۳۲	۹/۲	۱۳۴۲	۱/۰	۱۳۵۲	۱۱/۲	۱۳۶۲	۱۴/۸	۱۳۷۲	۲۲/۹	۱۳۸۲	۱۵/۶	۱۳۹۲	۲۴/۷		
۱۳۲۳	۲/۷	۱۳۳۳	۱۵/۲	۱۳۴۳	۴/۵	۱۳۵۳	۱۵/۵	۱۳۶۳	۱۰/۴	۱۳۷۳	۲۵/۲	۱۳۸۳	۱۵/۲	۱۳۹۳	۱۵/۶		
۱۳۲۴	-۱۴/۴	۱۳۳۴	۱/۷	۱۳۴۴	-۰/۳	۱۳۵۴	۹/۹	۱۳۶۴	۶/۹	۱۳۷۴	۴۹/۴	۱۳۸۴	۱۰/۴	۱۳۹۴	۱۱/۹		
۱۳۲۵	-۱۱/۵	۱۳۳۵	۸/۸	۱۳۴۵	-۰/۸	۱۳۵۵	۱۶/۶	۱۳۶۵	۲۲/۷	۱۳۷۵	۲۲/۲	۱۳۸۵	۱۱/۹	۱۳۹۵	۹		

نیمه گذشته:

گروه ریاضی دوره‌ی دوم هنرستان واقعیت معلمان ریاضی، استان خوزستان

khuzmath1394@chmail.ir



(ب) توجه سال ۱۳۱۶ را سال
یک در نظر گرفته ایم بنابراین
سال ۱۳۸۶ سال ۲۱ است.

$$m = \frac{18.7 - 17.2}{11} = \frac{-1.5}{11} = -\frac{15}{110} = -\frac{3}{22}$$

$$-\frac{3}{22}(11) + h = 18.7 \Rightarrow h = \frac{218.7}{11} + \frac{18.7}{11} \Rightarrow h = \frac{237.4}{11} \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{22}x + \frac{237.4}{11}$$

(ج)



I

$f(1) = -\frac{P}{100}(1) + \frac{V1VP}{100} = \frac{-P + V1VP}{100} = \frac{V1A_0}{100} = V1.A \Rightarrow E = V1.A - 9.9 = 10.2$	در سال ۱۳۲۶
$f(19) = -\frac{P}{100}(19) + \frac{V1VP}{100} = \frac{-19P + V1VP}{100} = \frac{V1A_0}{100} = V1.A \Rightarrow E = V1.A - 9.9 = 10.2$	در سال ۱۳۳۱
$f(21) = -\frac{P}{100}(21) + \frac{V1VP}{100} = \frac{-21P + V1VP}{100} = \frac{V1A_0}{100} = V1.A \Rightarrow E = V1.A - 9.9 = 10.2$	در سال ۱۳۳۶
$f(29) = -\frac{P}{100}(29) + \frac{V1VP}{100} = \frac{-29P + V1VP}{100} = \frac{V1A_0}{100} = V1.A \Rightarrow E = V1.A - 9.9 = 10.2$	در سال ۱۳۴۱
$f(30) = -\frac{P}{100}(30) + \frac{V1VP}{100} = \frac{-30P + V1VP}{100} = \frac{V1A_0}{100} = V1.A \Rightarrow E = V1.A - 9.9 = 10.2$	در سال ۱۳۴۶
$f(39) = -\frac{P}{100}(39) + \frac{V1VP}{100} = \frac{-39P + V1VP}{100} = \frac{V1A_0}{100} = V1.A \Rightarrow E = V1.A - 9.9 = 10.2$	در سال ۱۳۵۱
$f(41) = -\frac{P}{100}(41) + \frac{V1VP}{100} = \frac{-41P + V1VP}{100} = \frac{V1A_0}{100} = V1.A \Rightarrow E = V1.A - 9.9 = 10.2$	در سال ۱۳۵۶
$f(59) = -\frac{P}{100}(59) + \frac{V1VP}{100} = \frac{-59P + V1VP}{100} = \frac{V1A_0}{100} = V1.A \Rightarrow E = V1.A - 9.9 = 10.2$	در سال ۱۳۶۱
$f(61) = -\frac{P}{100}(61) + \frac{V1VP}{100} = \frac{-61P + V1VP}{100} = \frac{V1A_0}{100} = V1.A \Rightarrow E = V1.A - 9.9 = 10.2$	در سال ۱۳۶۶
$f(59) = -\frac{P}{100}(59) + \frac{V1VP}{100} = \frac{-59P + V1VP}{100} = \frac{V1A_0}{100} = V1.A \Rightarrow E = V1.A - 9.9 = 10.2$	در سال ۱۳۷۱
$f(71) = -\frac{P}{100}(71) + \frac{V1VP}{100} = \frac{-71P + V1VP}{100} = \frac{V1A_0}{100} = V1.A \Rightarrow E = V1.A - 9.9 = 10.2$	در سال ۱۳۷۶
$f(77) = -\frac{P}{100}(77) + \frac{V1VP}{100} = \frac{-77P + V1VP}{100} = \frac{V1A_0}{100} = V1.A \Rightarrow E = V1.A - 9.9 = 10.2$	در سال ۱۳۸۱
$f(71) = -\frac{P}{100}(71) + \frac{V1VP}{100} = \frac{-71P + V1VP}{100} = \frac{V1A_0}{100} = V1.A \Rightarrow E = V1.A - 9.9 = 10.2$	در سال ۱۳۸۶

II

منابع

- ۱- هاک، سوزان. فلسفه منطق، (ترجمه: سید محمدعلی حجتی)، انتشارات طه.
 - ۲- امیری، حمیدرضا، ایلخانی بور، بدالله. مبانی ریاضیات گسته. انتشارات مدرسه.
 - ۳- سام، لوید. معماها و سرگرمی‌های ریاضی، (ترجمه: کاظم فائقی)، انتشارات امید بزدانی، ۱۳۶۴.
 - ۴- ایگل وینس، بورس، استریل، جودیت. مقدمه‌ای بر استدلال ریاضی، (ترجمه: غلامرضا یاسی بور)، انتشارات مدرسه، ۱۳۷۶.
 - ۵- شهریاری، برویز و همکاران، دانشنامه ریاضی، انتشارات کانون فرهنگی آموزش، ۱۳۹۲.
- 6- Canton, B. **Mathematics of Data Management**, Mc Graw – Hill, 2002.
- 7- Ministry of Education. **Mathematical Development 5.3**, Austed Publishing, Western Australia.
- 8- Smith, P. **An Introduction to Gödel's Theorems**, Cambridge University Press, 2013.
- 9- Nickerson, R. S. **Mathematical Reasoning: Patterns, problems, conjectures, and proofs**, Psychology press, 2010.
- 10- Henriksen M. **What is Gödel's theorem**, Scientific American, January, 1999.



بسمه تعالی

سازمان بروزمند و برنامه‌ریزی آموزشی جهت ایجاد نقش خطیر خود در اجرای سند تحول آموزش و بروزمند و برنامه درسی ملی، مشارکت معلمان را به عنوان سیاست اجرایی مهم دنبال می‌نماید. برای تحقق این امر با بهره‌مندی هوشمندانه از فرصت‌های فناوری‌های نوین در اقدامی توآورانه سامانه تعاملی برخط اعتبارسنجی کتاب‌های نونگاشت راه اندازی شد تا با دریافت نظرات معلمان درباره کتاب‌های درسی نونگاشت کیفیت تولیدات سازمان را بهبود بخشد و محتوای کتاب‌های درسی را در اولین چاپ سپاری با کمترین اشکال به دانش آموزان و معلمان ارجمند تقدیم نماید. در انجام مطلوب فرآیند اعتبارسنجی همکاران گروه تحلیل محتوای آموزشی و بروزرسانی، گروه‌های آموزشی، دبیرخانه راهبری دروس در استان‌ها، شورای هماهنگی تالیف دفاتر، دبیرخانه بروزه اعتبارسنجی سازمان در هماهنگی و اجرا، نقش سازنده‌ای را داشتند. ضمن ارج نهادن به تلاش همکاران شرکت‌کننده در فرآیند اعتبارسنجی، اسمای دیران و هنرآموزانی که تلاش مضاعفی را در این زمینه داشته و با اراده نظرات خود سازمان را در بهبود محتوای این کتاب باری کرده‌اند به شرح زیر اعلام می‌نماید.

محسن باهو

مشاور معاون وزیر و مدیر بروزه اعتبارسنجی

اسمی دیران و هنرآموزان شرکت‌کننده در اعتبارسنجی کتاب ریاضی و آمار (۲۲) کد ۱۱۱۲۱۲

ردیف	نام و نام خانوادگی	استان محل خدمت	ردیف	نام و نام خانوادگی	استان محل خدمت
۱	عباس اسدی قلعه روشنی	چهار محال و بختیاری	۱۵	مرضیه شریف زاده	ایلام
۲	اکرم سلامی	آذربایجان شرقی	۱۶	لیلا صبوری	فارس
۳	سهیلا چنانی	کرمانشاه	۱۷	ابوب خلیلیان گل سعیدی	چهارمحال و بختیاری
۴	جواد کاواللوبی	خراسان شمالی	۱۸	تهمینه امیر خسروی	کرمان
۵	فاطمه عموبی	شهر تهران	۱۹	نژده دانش	کرمان
۶	ساره ماه گلی	خراسان جنوبی	۲۰	عبداللطیف حسین پور	هرمزگان
۷	بروین طالب حسامی آذر	کردستان	۲۱	جمال نوین	بندر
۸	جواد راشدی	خراسان جنوبی	۲۲	گل بخت دهواری ناگان	سیستان و بلوچستان
۹	مصطفیه رجب پور	همدان	۲۳	طاهره دانش شکیب	گیلان
۱۰	مهیی فیض حاج	سمنان	۲۴	زهرا ملتمس	شهرستان‌های تهران
۱۱	اکبر رضائی پور	قزوین	۲۵	قریدون حسنی ثیبوزان شاهی	آذربایجان غربی
۱۲	منور صفائی	سمنان	۲۶	علی مهرنیا	آذربایجان شرقی
۱۳	وحیده سلیمانی	گلستان	۲۷	روحیم بردیده	ملادران
۱۴	شهزاده رنجبران	همدان	۲۸	نزهس زنگارکی	مرکزی