



بخش آموزش رسانه تفریحی سنتر

کلیک کنید  www.tafrihicenter.ir/edu

 نمونه سوال  گام به گام

 امتحان نهایی  جزوه

 دانلود آزمون های آزمایشی

متوسطه اول : هفتم ... هشتم ... نهم

متوسطه دوم : دهم ... یازدهم ... دوازدهم

www.tafrihicenter.ir



مجموعه ها

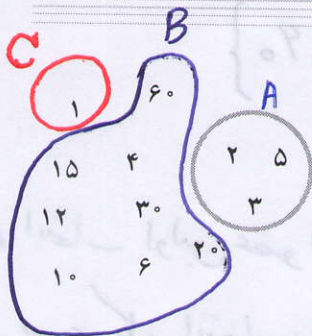
وَهُوَ الَّذِي جَعَلَ لَكُمُ النُّجُومَ لِتَهْتَدُوا بِهَا فِي ظُلُمَاتِ الْبَرِّ وَالْبَحْرِ
او (خداوند) کسی است که ستارگان را برای شما قرار داد، تا در تاریکی های خشکی و دریا، به وسیله آنها راه یابید...
(سوره انعام، آیه ۹۷)



منظومه شمسی مجموعه ای است شامل ستاره خورشید و سیاره هایی که روی مدارهای خاصی در حال چرخش هستند؛ نظیر ستاره خورشید. ستاره هایی با بزرگی چند هزار برابر خورشید رصد شده است. طوری که اگر به اندازه خورشید به زمین نزدیک بودند، تمام آسمان ما را می پوشانند.

فعالیت

مجموعه: set



در شکل روبه‌رو شمارنده‌های طبیعی عدد ۶۰ را نوشته‌ایم و بین آنها شمارنده‌های اول را مشخص کرده‌ایم. شما هم شمارنده‌های ۶۰ را که اول نیست در یک منحنی بسته قرار دهید.

اگر شمارنده‌های طبیعی و اول عدد ۶۰ یعنی ۲، ۳ و ۵ را در داخل

دو آکلااد قرار دهیم و آن را با حرفی چون A یا B یا ... نام‌گذاری کنیم و بنویسیم $A = \{2, 3, 5\}$ در این صورت یک مجموعه تشکیل داده‌ایم و به هریک از عددهای ۲، ۳ و ۵ یک عضو مجموعه A می‌گوییم؛ در این صورت مجموعه A دارای ۳ عضو است. $n(A) = 3$

* شما شمارنده‌های مرکب عدد ۶۰ را به صورت یک مجموعه بنویسید و آن را B بنامید. $n(B) = 8$

* مجموعه شامل شمارنده‌های عدد ۶۰ که نه اول باشد و نه مرکب، چند عضو دارد؟ این

$$n(C) = 1$$

مجموعه را نیز C بنامید و آن را نمایش دهید.

* مجموعه D شامل همه شمارنده‌های دورقمی ۶۰ را تشکیل دهید؛ این مجموعه چند عضو

$$D = \begin{bmatrix} 40 & 30 & 20 \\ 10 & 15 & 12 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow n(D) = 6$$

دارد؟

① از رضا و احمد خواسته شد تا مجموعه شامل ۳ شمارنده زوج عدد ۶۰ را تشکیل دهند. احمد

نوشت: $\{4, 6, 10\}$ و رضا نوشت: $\{6, 10, 12\}$ به نظر شما چرا جواب‌های آنها با هم فرق دارد؟ صفحه ۲/۱

نتیجه عبارت‌هایی شبیه این عبارت، که مشخص کننده یک مجموعه معین و یکتا نباشد، مجموعه‌ای را مشخص نمی‌کند. چون نظر رضا و احمد متفاوت است

در نمایش مجموعه‌ها، ترتیب نوشتن عضوهای مجموعه، مهم نیست و با جابه‌جایی

عضوهای یک مجموعه، مجموعه جدیدی ساخته نمی‌شود؛ همچنین با تکرار عضوهای یک

مجموعه، مجموعه جدیدی ساخته نمی‌شود؛ بنابراین به جای $\{3, 3, 4\}$ می‌نویسیم $\{3, 4\}$.

۱- اعضاء مشخص باشند

صفحه ۲/۱

۲- متمایز باشند (غیر تکراری)

معرفی مجموعه

ما، در زندگی روزمره در صحبت‌ها و نوشته‌هایمان از واژه‌هایی مانند دسته، گروه و مجموعه استفاده می‌کنیم؛ برای مثال وقتی می‌گوییم «گروهی از ورزشکاران وارد ورزشگاه شدند»، نام ورزشکاران را مشخص نکرده‌ایم، درحالی که ما از مجموعه در ریاضی برای بیان و نمایش دسته‌ای از اشیای مشخص (عضویت این اشیا در مجموعه کاملاً معین باشد) و متمایز (غیر تکراری) استفاده می‌کنیم.

① چون عدد شصت، ۸ نماینده‌ی زوج دارد و رضا، احمد به سلیقه‌ی خود به دلخواه می‌توانند سه عضو از آن را انتخاب کنند

$$\{2, 4, 6, 10, 12, 20, 30, 40\} = \text{نماینده‌های زوج عدد ۶}$$

برای انتخاب اولین عضو (۸ حالت) و برای عضو دوم (۷ حالت) و برای عضو سوم (۶ حالت) داریم پس کل انتخاب‌ها برابر است با $(8 \times 7 \times 6 = 336)$

می‌دانیم ترتیب نوشتن اعضا در یک مجموعه تأثیری ندارد یعنی داریم

$$\{2, 4, 6\} = \{2, 6, 4\} = \{4, 2, 6\} = \{4, 6, 2\} = \{6, 2, 4\} = \{6, 4, 2\}$$

لذا هر مجموعه ۶ تکرار می‌شود بنابراین داریم

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های سه‌عضوی از ۸ عضو} = \frac{8 \times 7 \times 6}{6} = 56$$

نکته‌ی مهم: چون عضوهای یک مجموعه متمایز هستند، لذا $\{a, a, b\}$ تعداد مناسبی

برای مجموعه‌ی $\{a, b\}$ نیست

Note: A set does not change if one or more elements of the set are repeated. For example, the sets $A = \{1, 2, 3\}$ and $B = \{2, 2, 1, 3, 3\}$ are equal, since each element of A is in B and vice-versa. That is why we generally do not repeat any element in describing a set.

فعالیت قسمت های «ب» و «ج» مجموعه نیست چون اعضای آن مشخص نمی باشد

۱- کدام یک از عبارت های زیر مشخص کننده یک مجموعه است؟ مجموعه مورد نظر را نمایش دهید.

الف) عددهای طبیعی و یک رقمی ✓ ب) چهار شاعر ایرانی ✗ ج) دو عدد اول کوچک تر از ۱۲ ✗

مجموعه است مجموعه نیست مجموعه نیست

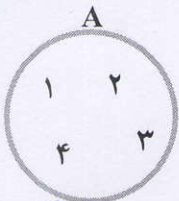
۲- با توجه به شرط متمایز بودن عضوهای یک مجموعه، جاهای خالی را پر کنید:

الف) به جای $A = \{1, 2, 1, 4, 5\}$ باید بنویسیم $A = \{1, 2, 4, 5\}$ **تکراری حذف می شود**

ب) به دلیل تکراری بودن عدد ۵ در $B = \{5, 6, 5, 7\}$ آن را به صورت $B = \{5, 6, 7\}$

می نویسیم.

اگر مجموعه A را به صورت $A = \{a, b, 5, 7\}$ در نظر بگیریم برای نشان دادن اینکه a عضوی از مجموعه A است می نویسیم $a \in A$ و می خوانیم « a عضو A است» و چون عدد ۴ عضو A نیست، می نویسیم $4 \notin A$ و می خوانیم «۴ عضو A نیست».



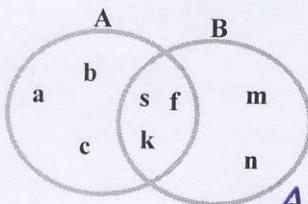
نمایش مجموعه ها با استفاده از نمودار ون: مجموعه را می توان با استفاده از منحنی ها یا خط های شکسته بسته نمایش داد؛ به عنوان مثال مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4\}$ را به صورت روبه رو نمایش می دهیم که نمایش با استفاده از نمودار ون است.

نمودار ون

Venn diagram نمودار ون

توسط جان ون منطق دان انگلیسی ابداع شد

فعالیت



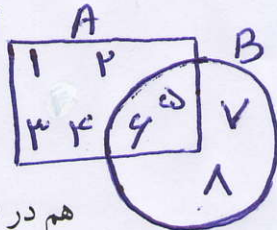
۱- با توجه به نمودار ون، که برای دو مجموعه A و B رسم

شده است، مجموعه های A و B را با عضوهایشان مشخص کنید.

$A = \{a, b, c, s, f, k\}$, $B = \{s, f, k, m, n\}$

۲- دو مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ و $B = \{5, 6, 7, 8\}$ را در نظر بگیرید:

دو مجموعه را با یک نمودار ون نمایش دهید. کدام عددها هم در منحنی بسته مربوط به A و هم در منحنی بسته B وجود دارد؟



۳- مجموعه عددهای دو رقمی و زوج اول را بنویسید و آن را E بنامید. این مجموعه چند

عضو دارد؟ **عضو ندارد (عضو ندارد)**

$E = \{ \}$

نکته: مجموعه‌های $\{\emptyset\}$ و $\{\emptyset, \emptyset\}$ تهی نیستند و هر کدام یک عضو دارند
 null set $\neq$ empty set

مجموعه تهی

«اگر در مجموعه‌ای عضوی وجود نداشته باشد، آن را مجموعه تهی می‌نامیم و با نماد $\emptyset$ یا $\{\}$ نمایش می‌دهیم.» توجه شود که این مجموعه با مجموعه $\{\emptyset\}$ یا $\{\emptyset\}$ که هر کدام دارای یک عضو هستند، یکی نیست.

- ۴- کدام یک از عبارت‌های زیر، مجموعه تهی را مشخص می‌کند؟
- ✓ الف) عددهای طبیعی بین ۵ و ۶
 - ب) عددهای صحیح بین -۱ و ۱ $\{0\}$ **تهی عضو**
 - ج) عددهای اول و زوج $\{2\}$
 - د) عددهای طبیعی یک رقمی و مضرب ۳ که اول باشد.
- یک عضو $\Rightarrow \{3\}$**

کار در کلاس

- ۱- سه عبارت بنویسید که هر کدام نشان دهنده مجموعه تهی باشد؛ سپس عبارت‌های خود را با نوشته‌های هم کلاسی‌های خود مقایسه کنید. **صفحه ۴۱**
 - ۲- سه عبارت بنویسید که هر کدام مشخص کننده مجموعه‌ای فقط با یک عضو باشد. (چنین مجموعه‌هایی را مجموعه‌های یک عضوی می‌نامند). **صفحه ۴۱**
 - ۳- عبارت‌هایی که مجموعه‌ای را مشخص می‌کند با علامت $\checkmark$ و بقیه را با علامت $\times$ مشخص کنید (با ذکر دلیل). **صفحه ۴۱**
- الف) چهار عدد فرد متوالی $\times$
 - ب) سه عدد طبیعی زوج متوالی با شروع از ۲ $\checkmark$
 - ج) عددهای اول کوچک‌تر از ۲۰ $\checkmark$
 - د) سه شهر ایران $\times$
 - ه) شمارنده‌های عدد ۲۴ $\checkmark$
 - و) ۵ عدد بزرگ $\times$
 - ز) عددهای طبیعی بین ۲ و ۳ $\checkmark$
- ۴- مانند نمونه کامل کنید:

- | | |
|-----------------------------------|-------------------------|
| ۱) مجموعه حروف الفبای فارسی | A = {الف، ب، پ، ...، ی} |
| ۲) {۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹} | B = {۴، ۸، ۱۲، ...} |
| ۳) مجموعه عددهای صحیح بین -۲ و -۳ | C : ۳ عدد a و b و عدد ۳ |
| ۴) مجموعه عددهای طبیعی و مضرب ۴ | D = {۵} |
| ۵) مجموعه عددهای اول و یک رقمی | E = { } |
| ۶) مجموعه عددهای اول و مضرب ۵ | F = {۲، ۴، ۶، ۸} |
| ۷) {۳، a، b} | G: ۱۰ و ۲ طبیعی بین |
| ۸) {۶، ۴، ۲، ۸} | H = {۲، ۳، ۵، ۷} |

۱- مجموعه اعداد اول کوچکتر از ۲ - مجموعی شماره‌های زوج عدد ۹
مجموعی مضارب طبیعی عدد ۷ کوچکتر از ۵

۲- مجموعی شماره‌های اول عدد ۲۷. **جواب:** $\{3\}$

مجموعی اعداد صحیح منفی بزرگتر از ۲- **جواب:** $\{-1\}$

مجموعی اعداد کوچکتر از صد که ۷ شماره‌های طبیعی دارند **جواب:** $\{۷۴\}$

نکته مهم اعدادی که ۷ شماره‌های طبیعی دارند، فقط یک عامل اول دارند (زیراهفت‌ا‌سی‌گول
به صورت ضرب چند عدد نوشته) و توان عوامل اول آن‌ها برابر ۴ می‌باشد

$$\{2^4, 3^4, 5^4, 7^4, 11^4, 13^4, \dots\}$$

$$2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6$$

* شماره‌های طبیعی 2^4 را بنویسید.

۳- الف) مجموعه نیست چون جواب‌های متعددی دارد یکی از جواب‌ها $\{5, 7, 9, 11\}$

ب) مجموعه است **جواب:** $\{2, 4, 6\}$

ج) مجموعه است **جواب:** $\{19, 17, 13, 11, 7, 5, 3, 2\}$

د) مجموعه نمی‌باشد چون جواب‌های متعددی دارد

ه) $\{24, 12, 8, 6, 4, 3, 2, 1\} =$ **شماره‌های عدد ۲۴**

و) مجموعه نیست چون نظر افراد درباره‌ی ۵ عدد بزرگ متفاوت است

ز) این مجموعه تهی است

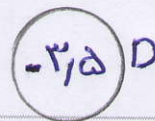
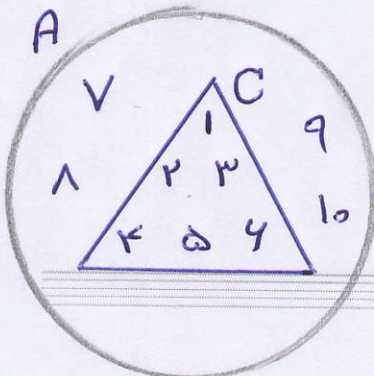
۵- کدام یک از عبارات های زیر مشخص کننده یک مجموعه است؟ با نمودار و نشان دهید :

✓ الف) عددهای صحیح مثبت و کمتر از ۱۰
 $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$

✓ ب) شمارنده های اول عدد ۱۹
 $B = \{19\}$

✓ ج) عددهایی که شش وجه یک تاس معمولی مشخص می کند.
 $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

✓ د) جواب های معادله $2x+8=1$
 $D = \{-3, 5\}$



✗ ه) چهار میوه خوشمزه **مجموعه نیست**

✓ و) عددهای منفی و بزرگ تر از یک $\emptyset = \{ \}$

✗ **مجموعه های نامشخص و نامدار**

تصویر

۱- متناظر با هر عبارت، یک مجموعه و متناظر با هر مجموعه، یک عبارت بنویسید و تعداد

عضوهای هر مجموعه را تعیین کنید :

الف) $A = \{1, 8, 27, 64, 125\}$ **مکعب اعداد طبیعی کوچک تر از ۱۰۰** و $n(A) = 5$

ب) $C = \{10\}$ **مجموعه ای اعداد طبیعی بین ۹ و ۱۱** و $n(C) = 1$

ج) $B = \{3, 6, 9, \dots, 999\}$ $\Rightarrow n(B) = 333$ **۳ و کوچک تر از ۱۰۰۰ مضرب**

د) $\{ \}$ **عددهای طبیعی بزرگ تر از ۴ و کوچک تر از ۵** $=$ **مجموعه تهی**

ه) $\{ \}$ **عددهای صحیح منفی که بین ۴ و ۷ قرار دارد** $=$ **مجموعه تهی**

و) $\{ \}$ **عددهای اول دورقمی که مضرب ۷ باشد** $=$ **مجموعه تهی**

۲- جاهای خالی را طوری کامل کنید تا عبارت حاصل، درست باشد.

الف) عبارت «۵ عدد طبیعی که بین ۱ و ۲۰ قرار داشته باشد» یک مجموعه را مشخص **نمی کند**.

ب) مجموعه $\{2, 3, 4, \dots, 9\}$ دارای **هشت** عضو است.

ج) مجموعه $A = \{0, \emptyset\}$ دارای **دو** عضو است.

د) با توجه به مجموعه $A = \{3, 5, 7, 9, 11\}$ داریم : ۵ عضو A است یا با نماد ریاضی، **$5 \in A$** .

و ۱۲ عضو A نیست یا با نماد ریاضی، **$12 \notin A$** .

۳- سه مجموعه متفاوت بنویسید که عدد ۲ عضو آن باشد.

۱- مجموعه ای اعداد اول ۲- مجموعه ای اعداد زوج ۳- مجموعه ای شمارنده های عدد ۳۰

۴- مجموعه ای توان های طبیعی عدد ۲ **$\{2^1, 2^2, 2^3, 2^4, \dots\}$**

درس دوم: مجموعه‌های برابر و نمایش مجموعه‌ها

دو مجموعه برابر

فعالیت

توضیح صفر ۴،۱

۱۰	-۱۵	۱۲
۶	۴	۲
-۴	۱۸	-۲

۱- جدول عددهای صحیح روبه‌رو را طوری کامل کنید که مجموع عددهای روی هر سطر، هر ستون و هر قطر آن برابر ۱۲ شود؛ سپس مجموعه عددهای سطر دوم جدول را بنویسید و آن را A بنامید.

$$A = \{4, 4, 2\} \Rightarrow n(A) = 3$$

اکنون مجموعه B را چنان بنویسید که شامل سه عدد زوج متوالی و میانگین عضوهای آن با ۴ برابر باشد. هریک از مجموعه‌های A و B چند عضو دارد؟ $B = \{2, 4, 6\} \Rightarrow n(B) = 3$ هر کدام سه عضو دارند

آیا هر عضو A در مجموعه B است؟ آیا هر عضو B در مجموعه A است؟ آری

همان‌طور که ملاحظه کردید، عضوهای دو مجموعه A و B یکسان است و هر

عضو A، عضوی از B و هر عضو B، عضوی از A است؛ در این صورت دو مجموعه

A و B برابر است و می‌نویسیم $A = B$.

۲- مجموعه A شامل سه عدد طبیعی متوالی است به طوری که حاصل جمع آنها برابر ۲۷ است. ابتدا

A را با عضوهای آن بنویسید؛ سپس مجموعه‌هایی را مشخص کنید که در زیر معرفی شده و با A برابر است:

الف) مجموعه عددهای طبیعی بین ۶ و ۱۰ $B = \{7, 8, 9\}$ $A = \{8, 9, 10\}$ ✗

ب) مجموعه عددهای طبیعی بزرگ‌تر از ۷ و کوچک‌تر از ۱۱ $C = \{8, 9, 10\}$ ✓

ج) مجموعه سه عدد طبیعی متوالی که میانگین آنها با ۹ برابر است. $D = \{8, 9, 10\}$ ✓

همان‌طور که دیدید مجموعه $\{8, 9, 10\}$ با مجموعه $\{7, 8, 9\}$ برابر نیست؛ زیرا همه عضوهایشان

یکسان نیست.

اگر عضوی در A باشد که در B نباشد یا عضوی در B باشد که عضو A نباشد در این صورت

مجموعه A با B برابر نیست و می‌نویسیم $A \neq B$.

کار در کلاس

۱- جاهای خالی را در مجموعه‌های زیر طوری پر کنید که مجموعه‌ها برابر باشد:

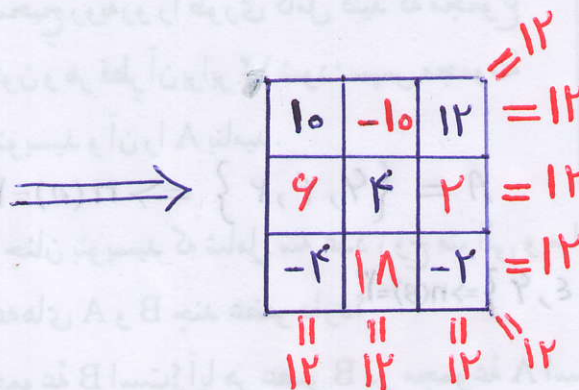
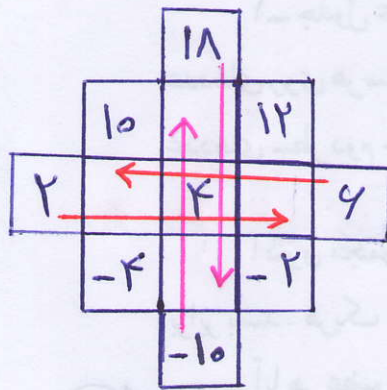
الف) $\left\{5, -3, \frac{2}{5}, 4, \frac{9}{3}\right\} = \left\{\frac{2}{5}, 3, \frac{-\sqrt{144}}{(-2)^2}, 4, \sqrt{25}\right\}$

$\sqrt{25} = 5, \frac{9}{3} = 3, \frac{-\sqrt{144}}{(-2)^2} = \frac{-12}{4} = -3$

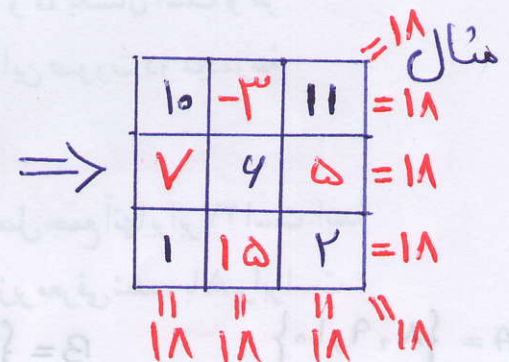
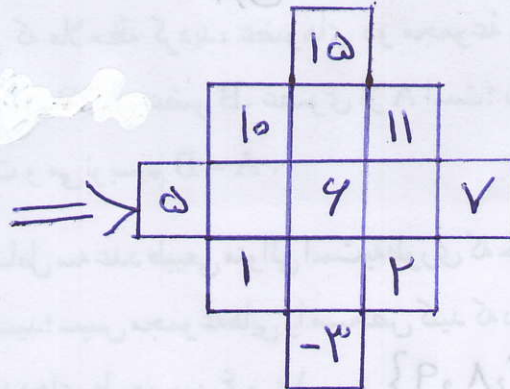
فعالیت ۱

$(-10, -4, 2), (-2, 4, 10), (4, 12, 18)$
 $(-10) + (-4) + (2) + (-2) + 4 + 10 + 4 + 12 + 18 = 36$
 $36 \div 3 = 12$

مجموع هر سطر



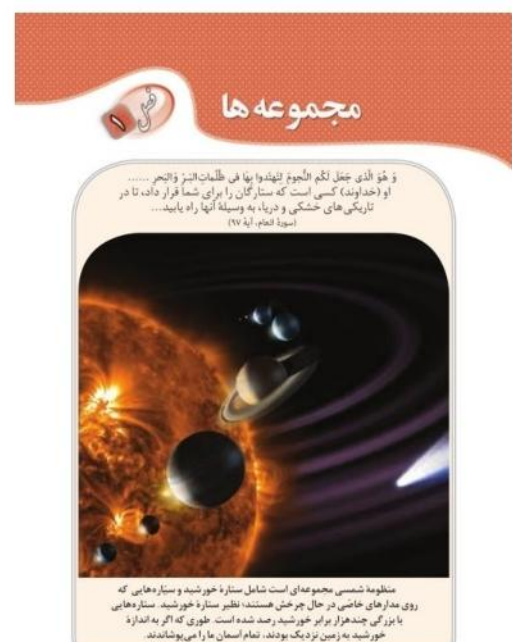
$(15, 11, 7), (15, 4, 2), (5, 1, -3)$
 $(15) + (11) + (7) = 33$
 $(15) + (4) + (2) = 21$
 $(5) + (1) + (-3) = 3$



تهیه کننده : سعید جعفری صرمی

سرای ریاضی (خانه ی ریاضی)

<http://www.math-home.ir>



$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}, \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}, -\frac{1}{2} = -0.5, \frac{425}{1000} = \frac{5}{8}$$

$$\left\{ 7, \frac{4}{10}, \sqrt{\frac{4}{9}}, -\frac{1}{2}, -2, 0.625 \right\} = \left\{ \frac{2}{3}, \frac{2}{5}, -0.5, \frac{5}{8}, \checkmark, -2 \right\} \quad (ب)$$

۲- دو مجموعه به نام‌های A و B مانند سؤال بالا طرح کنید. پاسخ خود را با دوستانتان مقایسه کنید.

$$A = \left\{ \sqrt{25}, \frac{21}{15}, 2^3, \frac{-\sqrt{36}}{-\sqrt{9}} \right\}$$

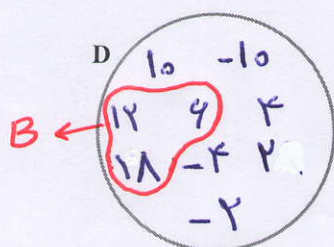
$$B = \left\{ \sqrt[3]{125}, 8, -\frac{4}{2}, \frac{7}{5} \right\}$$

زیر مجموعه

$$\begin{aligned} 2^3 &= 8 \\ \sqrt{25} &= \sqrt{125} \\ \frac{21}{15} &= \frac{7}{5}, \quad \frac{-\sqrt{36}}{-\sqrt{9}} = -\frac{4}{2} \end{aligned}$$

فعالیت

زیر مجموعه



مجموعه عددهای جدول فعالیت قبل را D بنامید؛ سپس عضوهای

مجموعه D را در نمودار ون روبه‌رو بنویسید:

در نمودار بالا، عضوهایی را که بر ۳ بخش‌پذیر است با یک منحنی بسته مشخص کنید و B بنامید.

آری

$$C = \{4, 12, 18\}$$

مجموعه B را بنویسید. آیا هر عضو B، عضوی از D نیز هست؟

در مجموعه D، عددهای زوج را مشخص کنید و آن را C بنامید؛ آیا D = C؟

همان‌طور که دیدید، عضوهای مجموعه B همگی در D هست؛ یعنی هر عضو B، عضوی از D است؛ در این صورت مجموعه B زیر مجموعه D است و می‌نویسیم $B \subseteq D$.

آیا مجموعه C زیر مجموعه D است؟ **بله**، چون هر عضو C، عضوی از D می‌باشد.

با توجه به تعریف زیر مجموعه، واضح است که هر مجموعه، زیر مجموعه خودش

هست؛ یعنی اگر A مجموعه‌ای دلخواه باشد، داریم: $A \subseteq A$.

اکنون زیر مجموعه‌ای از D را مشخص کنید که عضوهای آن عددهای فرد باشد؛ نام دیگر این

مجموعه چیست؟ $\emptyset = \{ \}$ تهی

آیا عبارت $\{10, 4, -6, 2\} \subseteq D$ درست است؟ چرا؟ **بله**، چون هر عضو مجموعه، عضوی از مجموعه D می‌باشد.

اگر بتوانیم عضوی در B بیابیم که در A نباشد، می‌گوییم B زیر مجموعه A نیست و می‌نویسیم $B \not\subseteq A$.

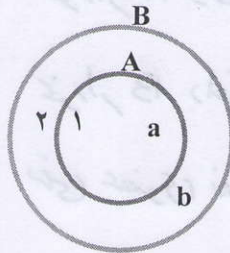
آیا در مجموعه تهی عضوی هست که در مجموعه دلخواهی مانند A نباشد؟ **خیر**

مجموعه تهی زیر مجموعه هر مجموعه‌ای دلخواه مانند A است؛ یعنی: $\emptyset \subseteq A$.

مثال : دلیل درستی رابطه‌های زیر مشخص شده است.

الف) $\{a,b,d\} \not\subseteq \{a,b,c,e\}$ ؛ زیرا در مجموعه سمت چپ، d هست که در مجموعه سمت راست نیست.

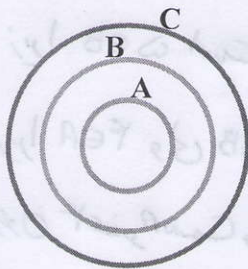
ب) $\{-1, 2, 1, 0, 3\} \subseteq \{4, 3, 0, 1, -1, 2\}$ ؛ زیرا هر عضو مجموعه سمت چپ، عضوی از مجموعه سمت راست است.



$$A \subseteq B, B \not\subseteq A$$

ج) با توجه به شکل مقابل $A \subseteq B$ درست است؛ زیرا همه عضوهای A در B قرار دارد و $B \not\subseteq A$ درست است؛ زیرا عضوی در B مانند 2 می‌توان یافت که در A وجود ندارد.

کار در کلاس



۱- با توجه به نمودار مقابل، دلیل درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر

را مشخص کنید:

$C \not\subseteq A$ ✓, $B \subseteq A$ ✗, $A \not\subseteq C$ ✗
 $A \subseteq B$ ✓, $B \subseteq C$ ✓, $\emptyset \subseteq A$ ✓

۲- مجموعه‌های A، B و C را در نظر بگیرید؛ سپس درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را

مشخص کنید (با ذکر دلیل):

$$A = \{1, 3, 6, 4\}, B = \{5, 1, 3\}, C = \{2, 5, 1, 3, 6\}$$

$$B \not\subseteq A$$
 ✓, $3 \subseteq B$ ✗, $A \subseteq B$ ✗, $B \subseteq C$ ✓, $A \not\subseteq C$ ✓, $2 \in A$ ✗

$$\{1, 4\} \in A$$
 ✗, $6 \notin A$ ✗, $\{5, 6\} \subseteq C$ ✓, $5 \in C$ ✓, $0 \subseteq A$ ✗

مثال : همه زیرمجموعه‌های $A = \{a, b, c\}$ در زیر نوشته شده است :

$$\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$$

۳- مانند مثال قبل، تمام زیرمجموعه‌های هریک از مجموعه‌های زیر را بنویسید :

$$B = \{a, b, c, d\}$$
 (ب)

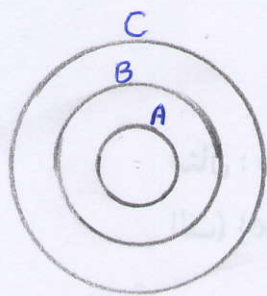
الف) مجموعه عددهای طبیعی بین ۹ و ۱۲.

$$A = \{10, 11\}$$

نمایش مجموعه‌های اعداد

در سال‌های گذشته با عددهای طبیعی آشنا شده‌اید؛ از این عددها برای شمارش استفاده می‌کنیم.

کار در طلاس ①



$C \neq A$ ✓ مجموعه A داخل مجموعه C است پس مجموعه C زیرمجموعه A نیست
 $B \subseteq A$ ✗ مجموعه A مجموعه B را در خودش دارد لذا B زیرمجموعه A نیست

$A \not\subseteq C$ ✗ نمودار A داخل نمودار C است پس $A \subseteq C$ می باشد

$A \subseteq B$ ✓ نمودار A داخل نمودار B است پس $A \subseteq B$ می باشد

$B \subseteq C$ ✓ نمودار B داخل نمودار C است پس $B \subseteq C$ می باشد

$\emptyset \subseteq A$ هر عضو ندارد و زیرمجموعه تمام مجموعه ها می باشد.

②

$$A = \{1, 3, 4, 5\} \quad B = \{5, 1, 3\} \quad C = \{2, 5, 1, 3, 4\}$$

$B \neq A$ ✓ زیرا $5 \in B$ ولی $5 \notin A$
 $3 \subseteq B$ ✗ 3 یک مجموعه نیست

$A \subseteq B$ ✗ زیرا $4 \in A$ ولی $4 \notin B$
 $B \subseteq C$ ✓ تمام اعضای B در مجموعه C موجود می باشد

$A \not\subseteq C$ ✓ چون 4 عضو A است ولی عضو C نیست
 $2 \in A$ ✗ عدد 2 در مجموعه A نیست

$\{1, 4\} \in A$ ✗ اعضای مجموعه A یک مجموعه نیست و چون $\{1, 4\}$ عضو مجموعه A وجود دارد ولی مجموعه A نیست

$4 \notin A$ ✗ عدد 4 عضو A می باشد
 $\{5, 4\} \subseteq C$ ✓ اعضای مجموعه C یک مجموعه نیست و چون $\{5, 4\}$ در مجموعه C وجود دارد

$5 \in C$ ✓ عدد 5 عضو C می باشد
 $0 \subseteq A$ ✗ 0 یک مجموعه نیست

$$A = \{10, 11\} \xrightarrow{\text{زیرمجموعه ها}} \emptyset, \{10\}, \{11\}, \{10, 11\}$$

$$B = \{a, b, c, d\} \xrightarrow{\text{زیرمجموعه ها}} \emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}$$

$$\{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}$$

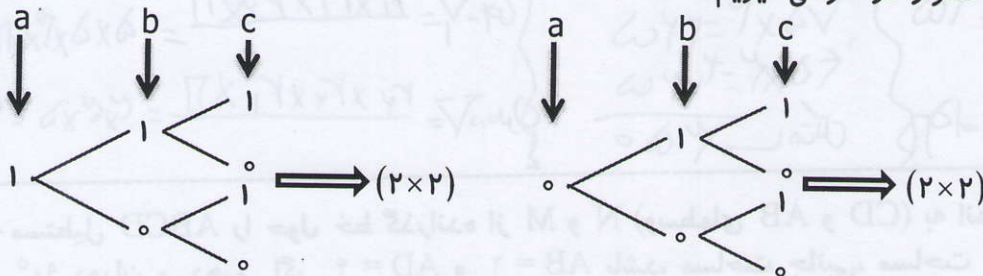
$$\{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}$$

$$\{a, b, c, d\}$$

تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه ی Π عضوی:

مثال : تمام زیر مجموعه های، مجموعه ی $A = \{a, b, c\}$ را بنویسید.

هر کدام از اعضای مجموعه A می توانند در زیر مجموعه باشند یا نباشند. یعنی برای هر عضو دو حالت داریم برای بودن عدد یک و برای نبودن عدد صفر را در نظر می گیریم.



کل زیر مجموعه های این مجموعه برابر است با : $2 \times (2 \times 2) = 8$

نتیجه: تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه ی K عضوی برابر است با:

عضوها $\rightarrow a_1, a_2, a_3, \dots, a_k$
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

حالت ها $\rightarrow 2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2 = 2^k$

نکته: تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه ی K عضوی برابر 2^K می باشد.

مثال: مجموعه ی $A = \{a, b, c, d, e\}$ چند زیر مجموعه ی دو عضوی دارد؟

فرض کنیم مجموعه ی $B = \{\square, \square\}$ یک زیر مجموعه ی دو عضوی دل خواه از مجموعه ی A باشد که دو خانه خالی دارد که حتما باید پر شود

خانه ی دوم	خانه ی اول
a	a
b	b
c	c
d	d
e	e

* برای پر کردن خانه اول ما هیچ محدودیتی نداریم و به ۵ حالت ممکن می توانیم خانه اول را پر کنیم.

** ولی برای پر کردن خانه دوم ما نمی توانیم عضوی را که در خانه اول قرار دادیم

در خانه دوم نیز قرار دهیم پس برای پر کردن این خانه ۴ حالت ممکن می باشد.

*** در کل می توانیم این دو خانه را به $5 \times 4 = 20$ حالت ممکن پر کنیم ولی با توجه به این که جابجایی اعضاء در مجموعه ها تاثیری ندارد یعنی $\{a, b\} = \{b, a\}$ پس نصف حالت ها حذف می شوند لذا تعداد زیر مجموعه های دو

عضوی یک مجموعه ی ۵ عضوی برابر است با : $\frac{5 \times (5-1)}{2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$

نکته: تعداد زیر مجموعه های دو عضوی یک مجموعه ی Π عضوی برابر است با: $\frac{n \times (n-1)}{2}$

مثال : مجموعه ی $A = \{a, b, c, d, e\}$ چند زیر مجموعه ی سه عضوی دارد؟

فرض کنیم مجموعه ی $B = \{\square, \square, \square\}$ یک زیر مجموعه ی سه عضوی دل خواه از مجموعه ی A باشد که سه خانه خالی دارد که حتما باید پر شود

خ سوم	خ دوم	خ اول
a	a	a
b	b	b
c	c	c
d	d	d
e	e	e

* برای پر کردن خانه اول ما هیچ محدودیتی نداریم و به ۵ حالت ممکن می توانیم خانه اول را پر کنیم.

** ولی برای پر کردن خانه دوم ما نمی توانیم عضوی را که در خانه اول قرار دادیم در خانه دوم نیز قرار دهیم پس برای پر کردن این خانه ۴ حالت ممکن می باشد.

*** برای پر کردن خانه ی سوم، دو تا محدودیت داریم و دو عضو قبلی را نمی توانیم انتخاب کنیم پس برای پر کردن خانه سوم فقط سه انتخاب ممکن می باشد.

**** در مجموع می توانیم این سه خانه را به $5 \times 4 \times 3 = 60$ حالت ممکن پر کنیم ولی با توجه به این که جابجایی اعضاء در مجموعه ها تاثیری ندارد یعنی $\{a, b, c\} = \{a, c, b\} = \{b, a, c\} = \{b, c, a\} = \{c, a, b\} = \{c, b, a\}$ پس $\frac{1}{6}$ حالت ها باقی می ماند و بقیه حذف می شوند، لذا تعداد زیر مجموعه های سه عضوی یک مجموعه ی ۵ عضوی برابر است با:

$$\frac{5 \times (5-1) \times (5-2)}{6} = \frac{5 \times 4 \times 3}{6} = 10$$

نکته: وقتی با سه عضو a, b, c می خواهیم سه خانه ممکن را پر کنیم این کار به $(3 \times 2 \times 1 = 6 = 3!)$ ممکن هست.

نکته: تعداد زیر مجموعه های سه عضوی یک مجموعه ی n عضوی برابر است با:

$$\begin{aligned} \text{تعداد کل حالت ها} &\rightarrow \frac{n \times (n-1) \times (n-2)}{1 \times 2 \times 3} \\ \text{تعداد تکرار هر حالت} &\rightarrow \end{aligned}$$

نکته: تعداد زیر مجموعه های ۴ عضوی یک مجموعه ای n عضوی برابر است با:

$$\begin{aligned} \text{تعداد کل حالت ها} &\rightarrow \frac{n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3)}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \\ \text{تعداد تکرار هر حالت} &\rightarrow \end{aligned}$$

نکته: تعداد زیر مجموعه های ۲ عضوی یک مجموعه ای n عضوی از فرمول $\frac{n!}{r! \times (n-r)!}$ بدست می آید. که مقدار $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$ و اثبات فرمول بالا را در سال های بعد خواهید آموخت.

توجه مهم: قرار داد $0! = 1$

مثال: تعداد زیر مجموعه های دو عضوی و ۸ عضوی یک مجموعه ی ۱۰ عضوی را بدست آورید.

جواب:

$$\frac{10!}{2! \times (10-2)!} = \frac{10!}{2! \times 8!} = \frac{\cancel{10}! \times \cancel{9} \times \cancel{8}}{\cancel{2}! \times \cancel{8}!} = 45, \quad \frac{10!}{8! \times (10-8)!} = \frac{10!}{8! \times 2!} = \frac{\cancel{10}! \times \cancel{9} \times \cancel{8}}{\cancel{8}! \times \cancel{2}!} = 45$$

مثال: مجموعه ی $A = \{a, b, c, d, e\}$ چند زیر مجموعه دارد که شامل a باشد ولی e در آن ها نباشد؟

عضوها $\rightarrow a, b, c, d, e$
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

جواب: عضو a باید در تمام زیر مجموعه ها باشد پس فقط یک حالت دارد

و عضو e هم تو هیچ کدام از مجموعه ها نیست، پس فقط یک حالت دارد. $1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 = 2^3 = 8 \rightarrow$ حالت ها

ولی برای بقیه اعضا، دو حالت وجود دارد (بودن و نبودن)

نکته: تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه ی n عضوی که p تا از اعضای آن در زیر مجموعه هستند و q از اعضای آن در

زیر مجموعه نیستند برابر است با: $2^{n-(p+q)}$

مثال: مجموعه ی $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ چند زیر مجموعه دارد. که شامل 1 و 2 باشند ولی اعداد 7 و 8 و 9 را شامل نشود.

حل: تعداد زیر مجموعه ها برابر است با: $2^{10-(2+3)} = 2^5 = 32$

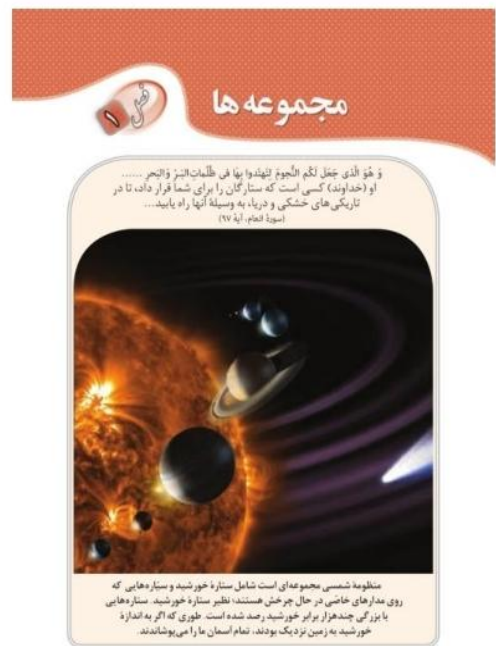
زیر مجموعه های محض: همه ی زیر مجموعه های یک مجموعه به جزء خود مجموعه را زیر مجموعه های محض آن مجموعه می نامند.

نکته: تعداد زیر مجموعه های محض یک مجموعه ی n عضوی برابر است با: $2^n - 1$

تهیه کننده : سعید جعفری صرمی

سرای ریاضی (خانه ی ریاضی)

<http://www.math-home.ir>



مجموعه عددهای طبیعی را با N نمایش می‌دهیم و آن را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

نمایش توصیفی

تاکنون مجموعه‌ها را با اعضاها و نمودار ون مشخص کردیم. یک روش دیگر برای نمایش مجموعه‌ها استفاده از نمادهای ریاضی است؛ برای مثال: مجموعه عددهای طبیعی زوج $E = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$ را در نظر بگیرید. می‌دانیم عضوهای این مجموعه خاصیت مشترکی دارد؛ یعنی همگی آنها مضرب ۲، است و از قبل می‌دانیم که هر عدد زوج طبیعی به صورت $2k$ قابل نمایش است که در آن $k \in N$ ، پس می‌نویسیم:

$E = \{2k | k \in N\}$ ← مجموعه عددهای طبیعی زوج

و می‌خوانیم E برابر است با مجموعه عددهایی به شکل $2k$ به طوری که k متعلق به مجموعه عددهای طبیعی است. در مجموعه E علامت « $|$ » خوانده می‌شود «به طوری که». در زیر چند مجموعه را با نمادهای ریاضی نوشته ایم:

الف) مجموعه عددهای طبیعی فرد: $O = \{2k - 1 | k \in N\}$

ب) $A = \{7, 8, 9, 10\}$ یا $A = \{x \in N | 7 \leq x \leq 10\}$ یا $A = \{x \in N | 6 < x < 11\}$

ج) زیرمجموعه‌ای از N که عضوهای آن همگی بر ۳ بخش پذیر است: $\{3k | k \in N\}$

مثال: مجموعه $A = \{5n + 3 | n \in N\}$ را با عضوهایش مشخص کنید:

برای این منظور جدول زیر را کامل کنید و در هر مرحله به جای n یک عدد طبیعی در $5n + 3$ قرار دهید.

n	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	...
$5n + 3$	$\frac{5(1) + 3}{8}$	$\frac{5(2) + 3}{13}$	$\frac{5(3) + 3}{18}$	$\frac{5(4) + 3}{23}$	۲۸	۳۳	۳۸	...

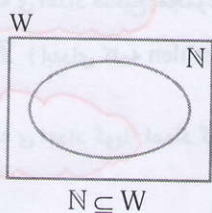
بنابراین داریم: $A = \{8, 13, 18, 23, 28, 33, 38, \dots\}$

مجموعه عددهای حسابی را با W نمایش می‌دهند: $W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

مجموعه عددهای حسابی را می‌توان با نمادهای ریاضی به صورت

$$W = \{k - 1 | k \in N\}$$

نوشت.

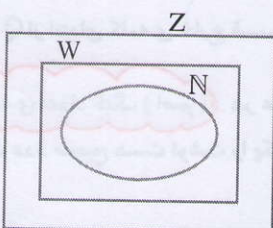


هر عدد طبیعی یک عدد حسابی است؛ یعنی $N \subseteq W$

مجموعه عددهای صحیح را با Z نمایش می‌دهیم:

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

همه عددهای طبیعی و حسابی، عضو Z هم هست؛ پس: $N \subseteq W \subseteq Z$



مجموعه های بی پایان معروف عبارت اند از :

مجموعه اعداد طبیعی : $\mathbb{N}$	مجموعه ی اعداد حسابی : $\mathbb{I}$ یا $\mathbb{W}$	مجموعه اعداد صحیح : $\mathbb{Z}$
مجموعه ی اعداد طبیعی زوج : $\mathbb{E}$	مجموعه ی اعداد طبیعی فرد : $\mathbb{O}$	مجموعه ی اعداد گویا: $\mathbb{Q}$
مجموعه ی اعداد اول : $\mathbb{p}$	مجموعه ی اعداد حقیقی: $\mathbb{R}$	مجموعه ی اعداد گنگ (اصم) : $\mathbb{Q}'$

مجموعه ی اعداد طبیعی: اعداد طبیعی اعدادی هستند که برای شمارش (Counting Numbers) به کار می روند.

در ریاضیات، مجموعه اعداد طبیعی را با نماد $\mathbb{N}$ یا $\mathbb{N}$ نمایش می دهند. این حرف از آغاز واژه انگلیسی Natural Numbers، به معنای اعداد طبیعی، گرفته شده است. $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ ، به اعداد طبیعی اعداد صحیح مثبت (positive integers) نیز می گویند.

مجموعه ی اعداد حسابی : اعداد حسابی همان اعداد طبیعی هستند که صفر هم به آنها اضافه شده است. به این اعداد، اعداد کامل (Whole Numbers) نیز گفته می شود. مجموعه اعداد حسابی عبارت اند از $\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ اعداد حسابی اعداد صحیح نا منفی (non-negative integers) می باشند.

مجموعه ی اعداد طبیعی زوج: مجموعه ی اعداد طبیعی زوج را با نماد $\mathbb{E}$ نمایش می دهیم.

$$\mathbb{E} = \{2, 4, 6, \dots\} = \{2k \mid k \in \mathbb{N}\}$$

مجموعه ی اعداد طبیعی فرد: مجموعه ی اعداد طبیعی فرد را با نماد $\mathbb{O}$ نمایش می دهیم.

$$\mathbb{O} = \{1, 3, 5, 7, \dots\} = \{2k - 1 \mid k \in \mathbb{N}\}$$

مجموعه ی اعداد صحیح: مجموعه ی اعداد صحیح، مجموعه ای شامل اعداد طبیعی، صفر و قرینه ی اعداد طبیعی می باشد و این مجموعه را در ریاضی معمولاً با $\mathbb{Z}$ یا $\mathbb{Z}$ (ابتدای کلمه zahlen که در زبان آلمانی به معنی اعداد است) نشان می دهند.

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

مجموعه ی اعداد گویا: اعداد گویا، اعداد کسری هستند که از حاصل تقسیم دو عدد صحیح بدست می آیند، به شرطی که عدد دوم صفر (مخرج) نباشد. یا هر عدد کسری که صورت و مخرج آن یک عدد صحیح باشد و مخرج آن مخالف صفر باشد یک عدد گویا می باشد.

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

حرف $\mathbb{Q}$ از ابتدای کلمه ی خارج قسمت "quotient" گرفته شده در واقع هر عدد گویا خارج قسمت تقسیم دو عدد صحیح می باشد.

مجموعه ی اعداد گنگ (اصم): هر عدد حقیقی که گویا نباشد را یک عدد گنگ می نامیم. هر عددی که نتوان آن را به صورت یک کسر که صورت و مخرج آن یک عدد صحیح هست نوشت را یک عدد گنگ می نامیم.

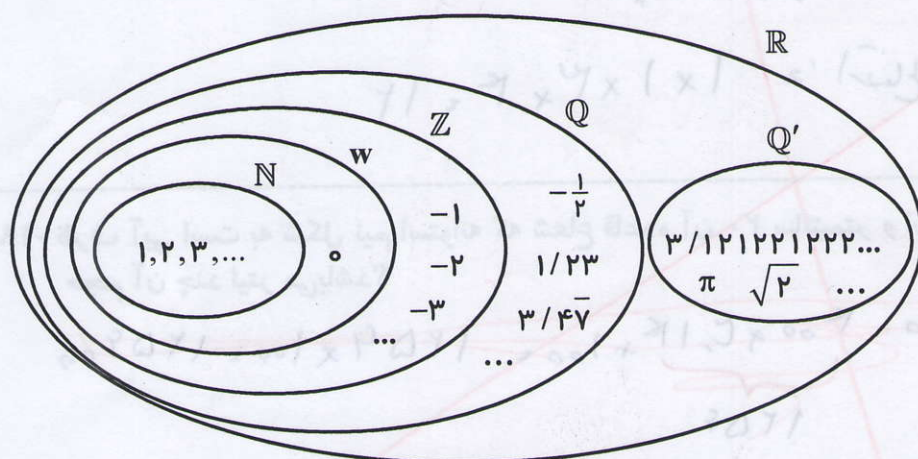
$$Q' = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x \notin Q\}$$

مجموعه ی اعداد حقیقی: مجموعه ای که شامل تمام اعداد گویا و گنگ می باشد را مجموعه ی اعداد حقیقی می نامیم. مجموعه ی اعداد حقیقی (Real numbers) را با حرف $\mathbb{R}$ نمایش می دهیم.

زیر مجموعه (Subset): مجموعه ی A را زیر مجموعه ی B گوئیم هر گاه هر عضو مجموعه ی A ، عضوی از مجموعه ی B باشد. و آن را با نماد $A \subset B$ نمایش می دهیم.

مجموعه ی اعداد طبیعی زیر مجموعه ی مجموعه ی اعداد حسابی می باشد و مجموعه ی اعداد حسابی زیر مجموعه ی اعداد صحیح می باشد و مجموعه ی اعداد صحیح زیر مجموعه ی اعداد گویا می باشد.

و مجموعه ای اعداد گویا زیر مجموعه ی مجموعه ی اعداد حقیقی می باشد. $N \subset W \subset Z \subset Q \subset \mathbb{R}$, $Q' \subset \mathbb{R}$



$$C = \{ \dots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots \}$$

$$A = \{ -5, -4, -3, \dots, 4 \}$$

کار در کلاس

مجموعه‌های زیر را با اعضاها مشخص کنید:

الف) مجموعه عددهای صحیح فرد C (ب) $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, -5 \leq x < 5\}$

$$B = \{ \dots, -7, -4, -1, 2, 5, 8, \dots \} \quad B = \{3k+2 | k \in \mathbb{Z}\} \quad \text{ج}$$

مجموعه عددهای گویا را با Q نمایش می‌دهیم. چون اولین عدد گویای بزرگ‌تر از هر عدد گویا مشخص نیست، نمی‌توان این مجموعه را با اعضاها مشخص کرد؛ به همین دلیل مجموعه عددهای

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

گویا را با نمادهای ریاضی تعریف می‌کنیم: $a = \frac{a}{1}$ داریم: توجه کنید که هر عدد صحیح، عددی گویا است؛ یعنی برای هر عدد صحیح a داریم:

$$\mathbb{Z} \subseteq Q$$

تمرین

۱- مجموعه $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ را در نظر بگیرید. کدام یک از مجموعه‌های زیر با هم

برابر است؟

صفحه ۱۰/۱

$$B = \{x | x \in A, x^2 \leq 2\}, \quad C = \{x | x \in A, -1 \leq x \leq 1\}, \quad D = \{x | x \in A, x^2 = 1\}$$

۲- سه مجموعه مانند A ، B و C بنویسید به طوری که $A \subseteq B$ و $B \subseteq C$. آیا می‌توان نتیجه

گرفت $A \subseteq C$ ؟

بله

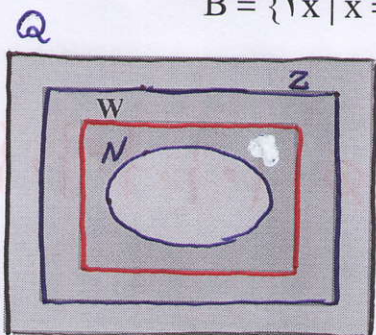
صفحه ۱۰/۱

۳- تمام زیرمجموعه‌های هریک از مجموعه‌های زیر را بنویسید:

صفحه ۱۰/۱

$$B = \{2x | x = 0, 2, 3\} \quad \text{ب}$$

$$A = \{x | x \in \mathbb{N}, 2x+1=3\} \quad \text{الف}$$



۴- نمودار روبه‌رو، وضعیت مجموعه‌های Q ، W ، N و $\mathbb{Z}$

را نسبت به هم نشان می‌دهد؛ آنها را نام‌گذاری و با علامت $\subseteq$ با هم

$$N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q$$

مقایسه کنید.

۵- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را با ذکر دلیل مشخص

کنید:

✓ (ب) هر عدد حسابی عددی گویا است.

✗ الف) هر عدد گویا عددی حسابی است.

✓ (د) بعضی از عددهای گویا، عدد صحیح است.

✓ ج) هر عدد صحیح عددی گویا است.

$$A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$B = \{x \mid x \in A, x^2 \leq 2\} = \{-1, 0, 1\}$$

$$(-2)^2 = 4 \Rightarrow -2 \notin B, \quad (-1)^2 = 1 \leq 2 \Rightarrow -1 \in B, \dots$$

$$C = \{x \mid x \in A, -1 \leq x \leq 1\} = \{-1, 0, 1\}$$

$$-2 < -1 \Rightarrow -2 \notin C, \quad 2 > 1 \Rightarrow 2 \notin C$$

$$D = \{x \mid x \in A, x^4 = 1\} \Rightarrow D = \{-1, 1\}$$

$$x^4 = 1 \Rightarrow x = \pm \sqrt[4]{1} \Rightarrow x = \pm 1 \quad \text{و} \quad (-2)^4 = 16 \Rightarrow -2 \notin D, \dots$$

$$A = \{1\}, \quad B = \{1, 2\}, \quad C = \{1, 2, 3\} \Rightarrow A \subseteq B \subseteq C$$

بنابراین داریم $A \subseteq C$ است زیرا تمام اعضای مجموعه A در مجموعه B وجود دارد ($A \subseteq B$)

و تمام اعضای مجموعه B در مجموعه C موجود است ($B \subseteq C$). بنابراین تمام اعضای مجموعه A در مجموعه C موجود است لذا داریم $A \subseteq C$

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 2x+1=3\} \Rightarrow 2x+1=3 \xrightarrow{-1} 2x=2 \xrightarrow{\div 2} x=1$$

$$\Rightarrow A = \{1\} \xrightarrow{\text{زیرمجموعه ها}} \emptyset, \{1\}$$

$$B = \{2x \mid x = 0, 2, 3\} = \{0, 4, 6\} \xrightarrow{\text{زیرمجموعه ها}} \emptyset, \{0\}, \{4\}, \{6\}$$

$$\{0, 4\}, \{0, 6\}, \{4, 6\}, \{0, 4, 6\}$$

فعالیت

۱- در کلاس درس، علی و رضا عضو هر دو تیم والیبال و فوتبال هستند. سامان، احسان، فرشید و حسین فقط در تیم والیبال و محمد، حسن، کیوان و سبحان فقط در تیم فوتبال بازی می‌کنند. الف) اگر مجموعه دانش‌آموزان عضو تیم والیبال را با V و فوتبال را با F نشان دهیم، این مجموعه‌ها را با نمودار ون نمایش و سپس با عضوهایشان بنویسید. **مقی ۱۱/۱**

ب) مجموعه دانش‌آموزانی را که در هر دو تیم عضویت دارند، بنویسید.

ج) مجموعه دانش‌آموزانی را که حداقل در یکی از این دو تیم عضویت دارند، بنویسید.

۲- دو مجموعه $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 6\}$ و $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq x \leq 3\}$ را در نظر بگیرید و مجموعه‌های زیر را با عضوهایشان تشکیل دهید:

الف) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ب) $B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

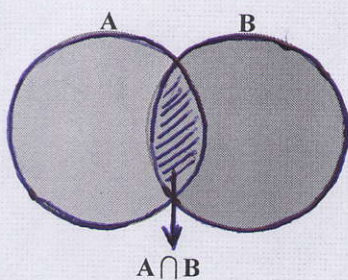
ج) $\{1, 2, 3\} =$ مجموعه عددهایی که در هر دو مجموعه A و B هست

(این مجموعه را اشتراک A و B می‌نامیم و با نماد $A \cap B$ نشان می‌دهیم).

د) $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\} =$ مجموعه عددهایی که حداقل در یکی از دو مجموعه A و B هست

(این مجموعه را اجتماع A و B می‌نامیم و با نماد $A \cup B$ نشان می‌دهیم).

اشتراک دو مجموعه: اشتراک دو مجموعه A و B ، مجموعه‌ای شامل



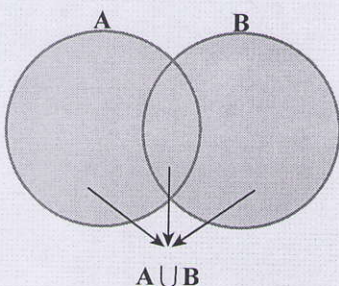
همهٔ عضوهای است که هم عضو مجموعه A و هم عضو مجموعه B است. این مجموعه را با نماد $A \cap B$ نشان می‌دهیم. در نمودار روبه‌رو قسمت هاشور خورده اشتراک دو مجموعه را نشان می‌دهد.

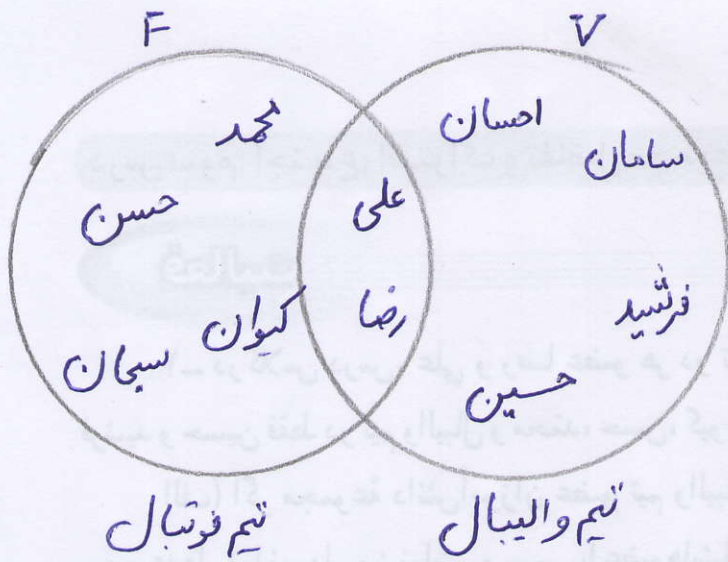
$$A \cap B = \{x \mid x \in A, x \in B\}$$

اجتماع دو مجموعه: اجتماع دو مجموعه A و B ،

مجموعه‌ای است شامل همهٔ عضوهای که حداقل در یکی از دو مجموعه A و B باشد. این مجموعه را با نماد $A \cup B$ نشان می‌دهیم. در نمودار، قسمت هاشور خورده، اجتماع دو مجموعه را نشان می‌دهد:

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ یا } x \in B\}$$





فعالیت ① الف

$$F = \{ \text{رضا، علی، کیوان، سیمان، حسن، محمد} \}$$

$$V = \{ \text{رضا، علی، حسین، فرشید، سامان، احسان} \}$$

ب $A = \{ \text{رضا، علی} \}$

ج $B = \{ \text{رضا، علی، کیوان، سیمان، حسن، محمد، حسین، فرشید، سامان، احسان} \}$

$n(B) = 10$, $n(A) = 2$, $n(V) = 6$, $n(F) = 6$

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 4\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq x \leq 3\} = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

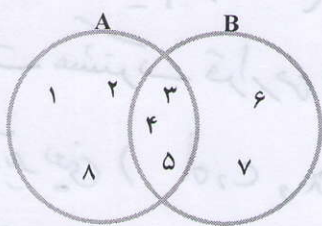
$$A \cap B = \{1, 2, 3\} \quad , \quad A \cup B = \{-2, -1, 0, \dots, 6\}$$

تهیه کننده : سعید جعفری صرمی

سرای ریاضی (خانه ی ریاضی)

<http://www.math-home.ir>





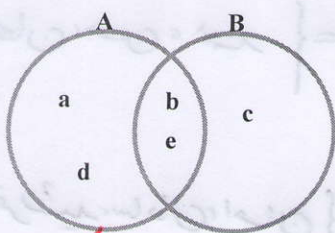
مثال : با توجه به نمودار زیر ابتدا مجموعه‌های A و B را با عضوهایشان می‌نویسیم و سپس $A \cap B$ و $A \cup B$ را تشکیل می‌دهیم :

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 8\} \text{ و } B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$A \cap B = \{3, 4, 5\} \text{ , } A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

فعالیت

۱- دو مجموعه $A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$ و $A \cap B = \{b, e\}$ را در نظر بگیرید. از دانش‌آموزان یک کلاس خواسته شده است که با توجه به این دو مجموعه، مجموعه‌های A و B را با نمودار و نمایش دهند. پاسخ چهار دانش‌آموز این کلاس را در زیر می‌بینید :

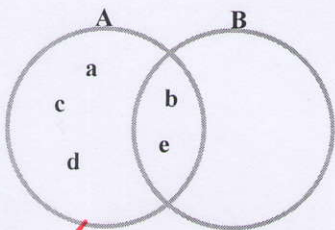


✓ پاسخ حمیده

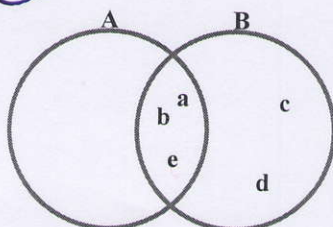
الف) دربارهٔ درستی یا نادرستی پاسخ این دانش‌آموزان بحث کنید و برای درستی یا نادرستی آنها دلیل بیاورید.

$$A \cap B = \{a, b, e\} \text{ پاسخ زهرا نادرست است زیرا}$$

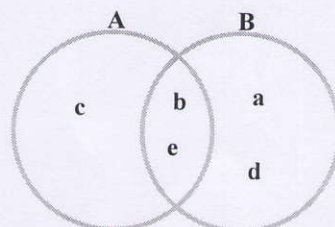
$$\text{در صورتیکه } A \cap B = \{b, e\} \text{ می‌باشد و بقیه جواب‌ها صحیح می‌باشد}$$



✓ پاسخ ریحانه



✗ پاسخ زهرا



✓ پاسخ حنانه

ب) آیا شما هم می‌توانید جواب درست دیگری به این سؤال بدهید؟ پاسخ خود را با پاسخ هم‌کلاسی‌های خود مقایسه کنید.

۱۲/۱ صفر

۲- با توجه به اولین فعالیت این درس و ورزشکاران دو تیم والیبال و فوتبال مجموعه‌ای تشکیل دهید که هر عضو آن عضو تیم والیبال باشد، ولی عضو تیم فوتبال نباشد (فقط در تیم والیبال بازی کند). این مجموعه را «V منهای F» می‌نامیم و با نماد $V - F$ نمایش می‌دهیم :

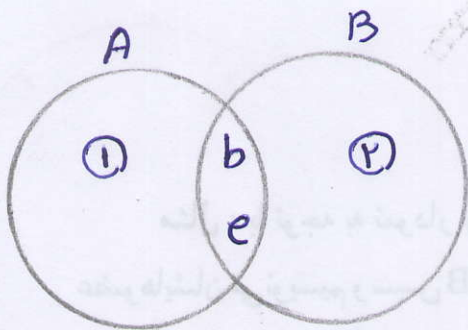
۱۲/۱ صفر

$$V - F = \{ \quad \quad \quad \} \quad F - V = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$F - V = \{ \text{سبحان , کیوان , حسن , محمد} \}$$

$$V - F = \{ \text{حسین , فرشید , سامان , احسان} \}$$

① فعالیت



با توجه به اینکه داریم $A \cap B = \{b, e\}$ است، این دو عضو

را در قسمت مشترک قرار می دهیم

۳ عضو دیگر یعنی (a, c, d) داریم که هر کدام می توانند در ناحیه ۱ یا ۲ قرار بگیرند پس برای هر کدام (۲ حالت) داریم بنابراین در مجموع $(2 \times 2 \times 2 = 8)$ حالت داریم

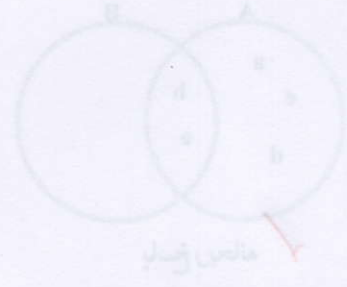
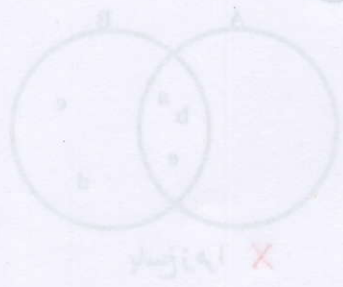
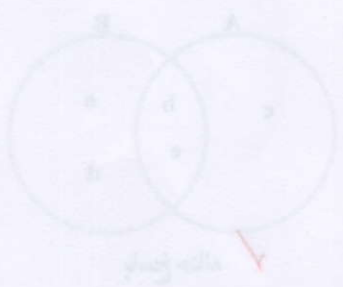
②

برای نوشتن اعضای مجموعه $F-V$ ، ابتدا تمام اعضای مجموعه F را می نویسیم سپس اعضای مشترک یعنی $(V \cap F)$ را حذف می کنیم

$$F - V = \{ \text{کیوان، ساجان، حسن، محمد، رضا، علی، کیوان، ساجان، حسن، محمد} \} = \{ \text{رضا، علی} \}$$

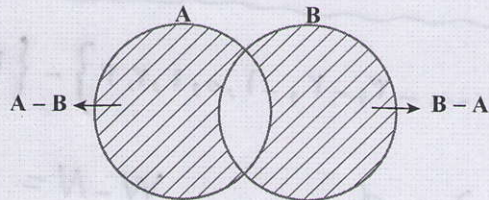
مشترکها

$$V - F = \{ \text{حسین، فریید، سامان، احسان، حسین، فریید، سامان، احسان، رضا، علی} \} = \{ \text{حسین، فریید، سامان، احسان} \}$$



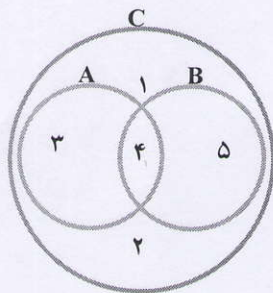
تفاضل دو مجموعه: مجموعه $A - B$ (A منهای B) مجموعه‌ای است شامل همه عضوهایی که عضو مجموعه A هستند ولی عضو مجموعه B نیستند. در شکل زیر مجموعه‌های $A - B$ و $B - A$ هاشور خورده است:

$$A - B = \{x \mid x \in A, x \notin B\}$$



مثال: اگر $A = \{a, b, c, d, e, k\}$ و $B = \{c, d, k, f, s, t\}$ در این صورت:
 $A - B = \{a, b, e\}$ و $B - A = \{f, s, t\}$

کار در کلاس



۱- با توجه به نمودار زیر کدام عبارت، درست و کدام نادرست

است؟

- الف) $A \subseteq C$ ✓ ب) $B \subseteq C$ ✓ ج) $C \subseteq (A \cup B)$ ✗
 د) $(A \cup B) \subseteq C$ ✓ هـ) $2 \in (A \cup B)$ ✗ و $4 \notin (A \cap B)$ ✗
 ز) $A \cup B = A$ ✗ ح) $5 \in (A \cup B)$ ✓ ط) $4 \in (A \cup B)$ ✓

۲- مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد ۱۲ را A و مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد ۱۸ را B

صفحه ۱۳/۱

بنامید. ابتدا A و B را تشکیل و سپس به سؤالات زیر پاسخ دهید:

الف) مجموعه‌ای تشکیل دهید که هر عضو آن، شمارنده ۱۸ باشد ولی شمارنده ۱۲ نباشد.

ب) مجموعه‌ای تشکیل دهید که عضوهای آن، هم شمارنده ۱۲ و هم شمارنده ۱۸ باشد.

صفحه ۱۳/۱

۳- مجموعه‌های $(\mathbb{Z} - \mathbb{N})$ ، $(\mathbb{N} - \mathbb{Z})$ و $(\mathbb{W} - \mathbb{N})$ را تشکیل دهید.

قرارداد: تعداد عضوهای هر مجموعه مانند A را با $n(A)$ نمایش می‌دهیم؛ به

عنوان مثال، اگر A مجموعه‌ای k عضوی باشد، می‌نویسیم $n(A) = k$.

مثلاً اگر $A = \{2, 4, 6, 7\}$ در این صورت $n(A) = 4$.

س کا، در کلاس

$$A = \{1, 2, 3, 4, 9, 12\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 9, 18\}$$

$$B - A = \{9, 18\} \text{ (الف)}$$

$$A \cap B = \{1, 2, 3, 4\} \text{ (ب)}$$

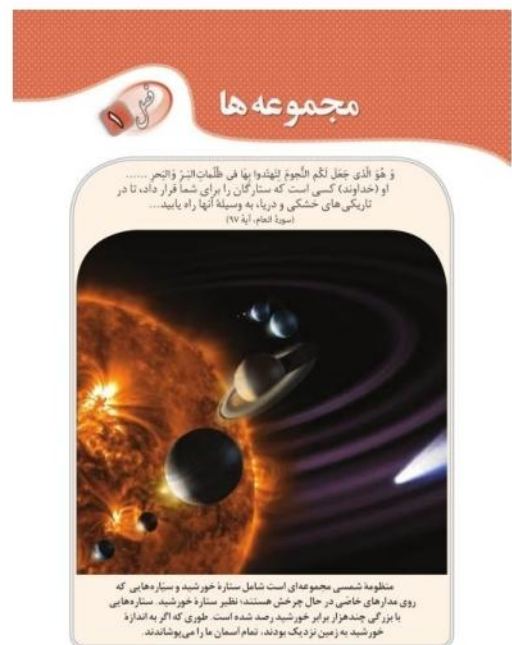
$$\mathbb{Z} - \mathbb{N} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\} - \{1, 2, 3, \dots\} = \{\dots, -3, -2, -1, 0\}$$

$$\mathbb{N} - \mathbb{Z} = \{\} = \emptyset, \quad \mathbb{W} - \mathbb{N} = \{0\}$$

تهیه کننده : سعید جعفری صرمی

سرای ریاضی (خانه ی ریاضی)

<http://www.math-home.ir>



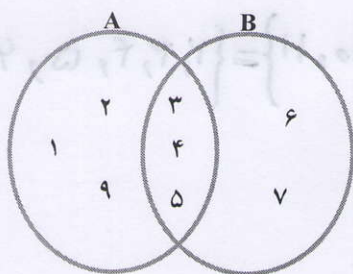
تمرین

۱- مجموعه‌های $A = \{2, 4, 6, 8, 9\}$ و $B = \{1, 5, 7, 3, 9\}$ و $C = \{1, 7, 8, 10, 11\}$ را در نظر بگیرید؛ سپس هریک از مجموعه‌های زیر را با عضوهایشان مشخص کنید:

- | | | | |
|-----------------|-----------------------|---------------------------|-----------------------|
| الف) $A \cup B$ | ب) $B \cup C$ | ج) $A \cup C$ | د) $A \cap B$ |
| هـ) $A - B$ | و) $C - B$ | ز) $(A - C) \cup (B - C)$ | ح) $(A \cup B) - C$ |
| ط) $A \cap A$ | ی) $A \cap \emptyset$ | ک) $B \cup B$ | ل) $C \cup \emptyset$ |

صحیح ۱۴/۱

۲- با توجه به نمودار زیر، عبارت‌های درست را با $\checkmark$ و گزاره‌های نادرست را با $\times$ مشخص کنید:



الف) $\checkmark$ $B - A = \{6, 7\}$ (ب) $\checkmark$ $(A - B) \cup (A \cap B) = A$

ج) $\times$ $(A - B) \cup (B - A) = \{1, 2, 6\}$

د) $\checkmark$ $n(A \cup B) = 8$

صحیح ۱۴/۱

هـ) $\times$ $A - B = B - A$ (و) $\times$ $n(A - B) = n(B - A)$

۳- کلمات و مجموعه‌های داده شده زیر را در جاهای خالی قرار دهید:

۱) B ۲) A ۳) اجتماع

۴) زیرمجموعه ۵) $(A \cup B)$

الف) اشتراک دو مجموعه، زیر مجموعه اجتماع همان دو مجموعه است.

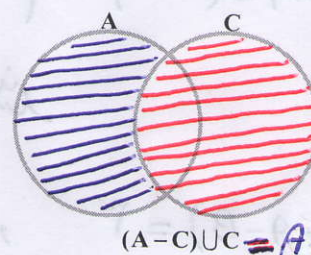
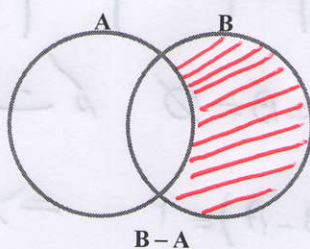
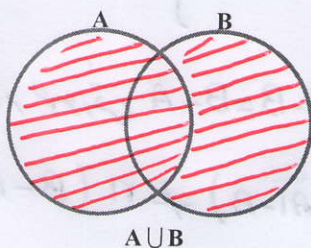
ب) هریک از دو مجموعه A و B زیرمجموعه $A \cup B$ است.

ج) اشتراک دو مجموعه A و B زیرمجموعه هریک از دو مجموعه A و B است.

د) مجموعه $A - B$ زیرمجموعه مجموعه A است.

هـ) اجتماع دو مجموعه $(B - A)$ و $(A \cap B)$ با مجموعه B مساوی است.

۴- در هریک از شکل‌های زیر مجموعه مورد نظر را هاشور بزنید.



$A - C =$ آبی ۱۴

$C =$ قرمز

حل تمرين

سؤال 1

$$الف) A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \Rightarrow n(A \cup B) = 9$$

$$ب) B \cup C = \{1, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11\} \Rightarrow n(B \cup C) = 8$$

$$ج) A \cup C = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11\} \Rightarrow n(A \cup C) = 10$$

$$د) A \cap B = \{9\} \Rightarrow n(A \cap B) = 1$$

$$هـ) A - B = \{2, 4, 6, 8\} \Rightarrow n(A - B) = 4$$

$$و) C - B = \{8, 10, 11\} \Rightarrow n(C - B) = 3$$

$$ز) (A - C) \cup (B - C) = \{2, 4, 6, 9\} \cup \{3, 5, 9\} = \{2, 3, 4, 5, 6, 9\}$$

$$ح) (A \cup B) - C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} - \{1, 7, 8, 10, 11\} = \{2, 3, 4, 5, 6, 9\}$$

$$ب) A \cap A = \{2, 4, 6, 8, 9\} \Rightarrow A \cap A = A$$

$$ج) A \cap \emptyset = \{ \} \Rightarrow A \cap \emptyset = \emptyset$$

$$د) B \cup B = \{1, 5, 7, 9, 9\} \Rightarrow B \cup B = B$$

$$هـ) C \cup \emptyset = \{1, 7, 8, 10, 11\} \Rightarrow C \cup \emptyset = C$$

$$ب) (A - B) \cup (A \cap B) = \{1, 2, 9\} \cup \{3, 4, 5\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 9\} = A$$

$$(A - B) \cup (A \cap B) = A$$

ثلاثة

$$ج) (A - B) \cup (B - A) = \{1, 2, 9\} \cup \{4, 7\} = \{1, 2, 4, 7, 9\}$$

هـ) $A - B = B - A$ است $A = B = \emptyset$ باشه

$$و) n(A - B) = 3, n(B - A) = 2 \Rightarrow n(A - B) \neq n(B - A)$$

درس چهارم: مجموعه‌ها و احتمال

در سال گذشته برای محاسبه احتمال هر پیشامد از دستور زیر استفاده کردیم:

$$\text{احتمال رخ دادن یک پیشامد} = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد همه حالت‌های ممکن}}$$

اکنون با توجه به آشنایی و شناخت شما نسبت به مجموعه‌ها و نمادگذاری‌ها، تا حدودی راحت‌تر می‌توان این فرمول را نوشت و به کار برد.

اگر مجموعه شامل همه حالت‌های ممکن را S ، مجموعه شامل همه حالت‌های مطلوب را A و احتمال رخ دادن پیشامد A را با نماد $P(A)$ نشان دهیم، دستور بالا به صورت $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ نوشته می‌شود.

یادآوری

مثال: اگر تاسی را بیندازیم، احتمال هر یک از پیشامدهای زیر را به دست آورید:



(الف) عدد رو شده مضرب ۳ باشد.

(ب) عدد رو شده اول باشد.

(ج) عدد رو شده از ۶ بزرگ‌تر باشد.

(د) عدد رو شده از ۷ کمتر باشد.

حل: (الف) پیشامد مطلوب یعنی رو شدن مضرب ۳ را A می‌نامیم؛ در این صورت داریم:

$$A = \{3, 6\}, S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}; n(A) = 2, n(S) = 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(ب) $B = \{2, 3, 5\}; n(B) = 3$; پیشامد رو شدن عدد اول: B

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

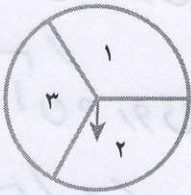
(ج) $C = \emptyset \rightarrow n(\emptyset) = 0$; پیشامد رو شدن عدد بزرگ‌تر از ۶: C

$$P(C) = P(\emptyset) = \frac{0}{6} = 0 \Rightarrow \text{احتمال رخ دادن آن صفر است}$$

(د) $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = S$; پیشامد رو شدن عدد کمتر از ۷: D

$$P(D) = P(S) = \frac{n(S)}{n(S)} = \frac{6}{6} = 1 \Rightarrow \text{احتمال رخ دادن آن حتی است}$$

فعالیت



۱- با توجه به چرخنده مقابل، همه حالت‌های ممکن را که عقربه می‌تواند بایستد و عددی را نمایش دهد، مجموعه S بنامید. S را با عضوهایش نمایش دهید و به سؤال‌های زیر پاسخ دهید: $S = \{1, 2, 3\} \Rightarrow n(S) = 3$

الف) مانند نمونه برای هر مجموعه با بیان یک جمله، یک پیشامد تعریف کنید:

$A = \{3, 1\}$ (عقربه روی ناحیه ۱ یا ۳ بایستد) یا (عقربه روی عدد فرد بایستد)

$B = \{1, 2\}$ - عقربه روی اعداد کوچک‌تر از ۳ بایستد

$C = \{2, 3\}$ - عقربه روی اعداد اول بایستد $D = \{2\}$ - عقربه روی عدد زوج بایستد

پاسخ خود را با پاسخ هم‌کلاسی‌هایتان مقایسه کنید.

ب) هریک از زیرمجموعه‌های S را پیشامد تصادفی می‌نامیم. احتمال رخداد هریک از این پیشامدها را به دست آورید. چه تعداد از این پیشامدها هم‌شانس است؟ پاسخ‌های خود را با پاسخ هم‌کلاسی‌هایتان مقایسه کنید.

صفحه ۱۶۱

ج) همه زیرمجموعه‌های S را تشکیل دهید.

کار در کلاس

۱۰ کارت یکسان با شماره‌های ۱ تا ۱۰ را داخل جعبه‌ای قرار می‌دهیم و تصادفی یک کارت بیرون می‌آوریم.



الف) مجموعه همه حالت‌های ممکن $S = \{1, 2, \dots, 10\}$ است. پیشامد A را به این صورت تعریف می‌کنیم که «عدد روی کارت خارج شده از ۵ کمتر باشد». مجموعه A را تشکیل دهید و احتمال رخداد پیشامد آن را به دست آورید.

ب) مجموعه یا پیشامدی تعریف کنید که احتمال رخ دادن آن پیشامد، $\frac{4}{10}$ باشد.

ج) اگر B پیشامد خارج شدن عدد اول و C پیشامد خارج شدن عدد زوج باشد، مجموعه‌های B و

C را تشکیل دهید و احتمال رخداد هریک را محاسبه کنید. آیا پیشامدهای B و C هم‌شانس است؟ چرا؟

$$B = \{2, 3, 5, 7\} \Rightarrow n(B) = 4 \Rightarrow P(B) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

۱۶

$$C = \{2, 4, 6, 8, 10\} \Rightarrow n(C) = 5 \Rightarrow P(C) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

فعالیت قسمت ب

۱- پیشامد آن که روی ۱ بایستد $E = \{1\} \Rightarrow n(E) = 1 \Rightarrow P(E) = \frac{1}{3}$

۲- پیشامد آن که روی ۲ بایستد $D = \{2\} \Rightarrow n(D) = 1 \Rightarrow P(D) = \frac{1}{3}$

۳- پیشامد آن که روی ۳ بایستد $F = \{3\} \Rightarrow n(F) = 1 \Rightarrow P(F) = \frac{1}{3}$

۴- پیشامد آن که کوچکتر از ۳ بایستد $B = \{1, 2\} \Rightarrow n(B) = 2 \Rightarrow P(B) = \frac{2}{3}$

۵- پیشامد آن که عقربه روی عدد فرد بایستد $A = \{1, 3\} \Rightarrow n(A) = 2 \Rightarrow P(A) = \frac{2}{3}$

۶- عقربه روی اعداد اول بایستد $C = \{2, 3\} \Rightarrow n(C) = 2 \Rightarrow P(C) = \frac{2}{3}$

۷- پیشامد آن که روی ۱ یا ۲ یا ۳ بایستد $G = \{1, 2, 3\} \Rightarrow n(G) = 3 \Rightarrow P(G) = \frac{3}{3} = 1$

۸- پیشامد آن که روی هیچ کدام نبایستد $H = \{\} = \emptyset \Rightarrow n(\emptyset) = 0$

$$\Rightarrow P(H) = \frac{0}{3} = 0$$

$$P(E) = P(D) = P(F) = \frac{1}{3}$$

$$P(A) = P(B) = P(C) = \frac{2}{3}$$

(ج) $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$

کارد، کلاس (الف) $n(S) = 10$ $A = \{1, 2, 3, 4\} \Rightarrow n(A) = 4$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

(ب) عدد روی کارت اول باشد $B = \{2, 3, 5, 7\} \Rightarrow n(B) = 4$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

عدد خارج شد کوچکتر از ۷ و بزرگتر از ۲ باشد $E = \{3, 4, 5, 6\} \Rightarrow P(E) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad A = \{2, 4, 6\} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$B = \{4, 6\} \Rightarrow P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}, \quad C = \{2\} \Rightarrow P(C) = \frac{1}{6}$$

$$D = \{1, 2\} \Rightarrow P(D) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

تمرین

۱- اگر تاسی را بیندازیم، چقدر احتمال دارد:

الف) عدد رو شده زوج باشد. **A** (ب) عدد رو شده زوج و از ۲ بزرگ تر باشد. **B**

ج) عدد رو شده زوج و اول باشد. **C** (د) عدد رو شده از ۳ کمتر باشد. **D**

۲- اگر خانواده‌ای دارای سه فرزند باشد، اولاً مجموعه همه حالت‌های ممکن را تشکیل دهید

(هر عضو این مجموعه را به طور مثال به صورت (د، د، پ) نمایش دهید). ثانیاً چقدر احتمال دارد این

خانواده دارای دو دختر (یعنی دقیقاً دو دختر) باشد؟

صفحه ۱۷/۱

۳- در جعبه‌ای ۳ مهره قرمز و ۴ مهره آبی و ۵ مهره سبز وجود دارد. اگر ۱ مهره را تصادفی

از این جعبه خارج کنیم، چقدر احتمال دارد:

صفحه ۱۷/۱

$$\frac{3+4}{3+4+5} = \frac{7}{12}$$

الف) این مهره آبی باشد. $\Rightarrow \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ (ب) این مهره سبز نباشد.

ج) این مهره قرمز یا سبز باشد. $\frac{5}{12} + \frac{3}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

۴- اگر تاسی را دو بار بیندازیم (یا دو تاس آبی و قرمز را با هم بیندازیم)، چقدر احتمال دارد:

صفحه ۱۷/۱

(اگر مجموعه همه حالت‌های ممکن را S بنامیم، $n(S) = 36$)

الف) هر دو بار، عدد اول رو شود. **A** (ب) دو عدد رو شده، مثل هم باشد. **B**

ج) دو عدد رو شده، مضرب ۳ باشد. **C** (د) مجموع دو عدد، ۷ باشد. **D**

خواباندنی

در بسیاری از کتاب‌های ریاضی، از مجموعه به عنوان گروهی (یا دسته‌ای) از

اشیا نام برده شده است. غافل از آنکه اگر بگوییم مجموعه گروهی از اشیا است، باید

بگوییم گروه چیست؟! آیا می‌توانیم گروه را تعریف کنیم؟

درواقع چاره‌ای نیست جز آنکه مانند سیمورلیپ‌شوتز (ریاضی‌دان معاصر)

بگوییم: در همه شاخه‌های ریاضی مجموعه یک مفهوم بنیادی است. به عبارت

دیگر مجموعه جزء نخستین تعریف نشده‌ها است، مانند مفاهیمی چون نقطه و خط در

هندسه، که برای آنها تعریف دقیقی نداریم ولی آنها را با اثر خود می‌شناسیم.

سؤال ۲

تقرین

$$S = \{ (پ, پ, پ), (د, پ, پ), (پ, د, پ), (د, د, پ), (پ, پ, د), (د, پ, د), (پ, د, د), (د, د, د) \}$$

$$n(S) = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

برای هر کدام از فرزندان ۲ حالت وجود دارد (دختر یا پسر)

دختر یا پسر
دختر یا پسر
دختر یا پسر

$$A = \{ (پ, د, د), (د, پ, د), (پ, د, د) \} \Rightarrow n(A) = 3 \Rightarrow p(A) = \frac{3}{8}$$

الف) $B \Rightarrow n(B) = 4 \Rightarrow p(B) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

سؤال ۳

$$S \Rightarrow n(S) = 2 + 3 + 5 = 12$$

ب) $p(G) = \frac{5}{12} \Rightarrow p(G') = 1 - p(G) = 1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$

ج) $p(R) + p(G) = \frac{3}{12} + \frac{5}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

احتمال قرمز آمدن

احتمال سبز آمدن

تاس اول

$$n(S) = 4 \times 4 = 16$$

حالت

الف)

$$A = \{ (2, 2), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (5, 2), (5, 3), (5, 5) \} \Rightarrow n(A) = 9$$

$$\text{تعداد حالت ها} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = 9 \Rightarrow p(A) = \frac{9}{16} = \frac{1}{4}$$

ب)

$$B = \{ (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6) \} \Rightarrow n(B) = 6 \Rightarrow p(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

ج) $C = \{ (3, 3), (3, 4), (4, 3), (4, 4) \} \Rightarrow n(C) = 4 \Rightarrow p(C) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

د) $D = \{ (1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 3), (5, 2), (6, 1) \} \Rightarrow n(D) = 6 \Rightarrow p(D) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

۱۷/۱



مجموعه ها

وَهُوَ الَّذِي جَعَلَ لَكُمُ النُّجُومَ لِتَهْتَدُوا بِهَا فِي ظُلُمَاتِ الْبَرِّ وَالْبَحْرِ
او (خداوند) کسی است که ستارگان را برای شما قرار داد، تا در
تاریکی های خشکی و دریا، به وسیله آنها راه یابید...
(سوره انعام، آیه ۹۷)



منظومه شمسی مجموعه ای است شامل ستاره خورشید و سیاره هایی که
روی مدارهای خاصی در حال چرخش هستند؛ نظیر ستاره خورشید. ستاره هایی
با بزرگی چند هزار برابر خورشید رصد شده است. طوری که اگر به اندازه
خورشید به زمین نزدیک بودند، تمام آسمان ما را می پوشانند.

۱

تهیه کننده : سعید جعفری صرمی