



بخش آموزش رسانه تفریحی سنتر

کلیک کنید  www.tafrihicenter.ir/edu

 نمونه سوال  گام به گام

 امتحان نهایی  جزوه

 دانلود آزمون های آزمایشی

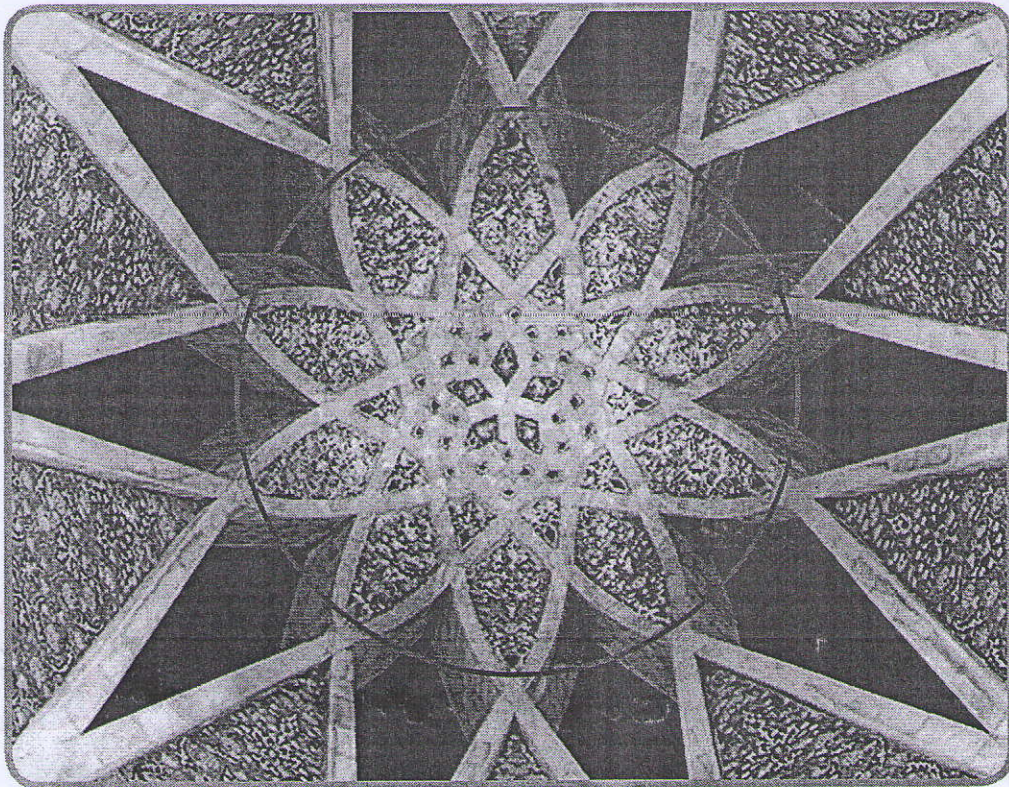
متوسطه اول : هفتم ... هشتم ... نهم

متوسطه دوم : دهم ... یازدهم ... دوازدهم

www.tafrihicenter.ir

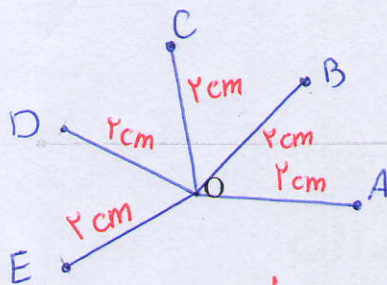
دایره‌ها

فصل ۹



زاویه‌های محاطی و مرکزی و ارتباط آنها با کمان‌ها در دایره کاربرد بسیاری در طراحی نقش فرش‌ها و دیگر صنایع دستی و معماری دارد.

در تصویر بالا نمای داخلی سقف آرامگاه حکیم خیام نیشابوری را مشاهده می‌کنید. خیام، فیلسوف، ریاضی‌دان، ستاره‌شناس و رباعی‌سرای ایرانی قرن پنجم هجری شمسی است. یکی از برجسته‌ترین کارهای وی اصلاح گاهشماری ایران در زمان وزارت خواجه نظام الملک در دوره سلجوقی است.



خط و دایره

فعالیت

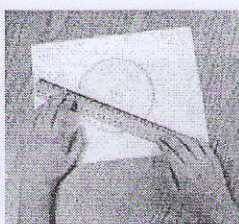


۱- پنج نقطه پیدا کنید که فاصله هر کدام از نقطه O، ۲ سانتی متر باشد.

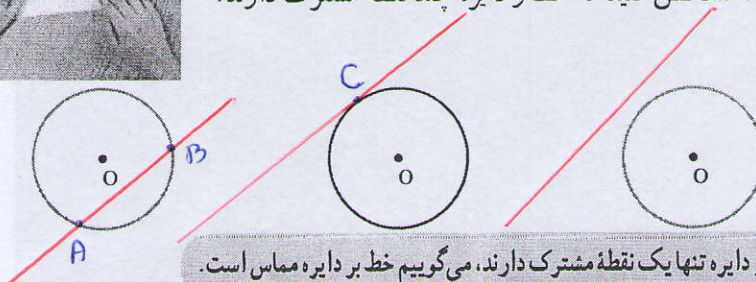
اگر این نقطه ها را بیشتر و بیشتر کنیم، چه شکلی ایجاد می شود؟ **دایره**

۲- دو خط یا موازی اند یا متقاطع؛ یعنی، یا نقطه مشترکی ندارند یا در یک نقطه یکدیگر را قطع می کنند.

تعریف خط موازی



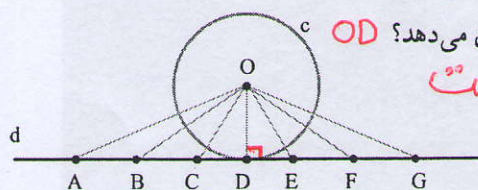
حالا سه وضعیت مختلف یک خط و یک دایره را رسم کنید و در هر حالت، مشخص کنید که خط و دایره چند نقطه مشترک دارند.



در حالتی که خط و دایره تنها یک نقطه مشترک دارند، می گوئیم خط بر دایره مماس است.

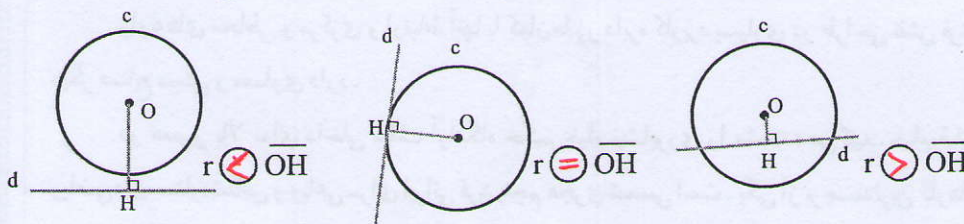
تعریف مماس

۳- فاصله یک نقطه از یک خط، طول کوتاه ترین پاره خطی است که آن نقطه را به خط وصل می کند. خط d بر دایره c به مرکز O و شعاع r مماس است.

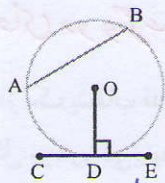
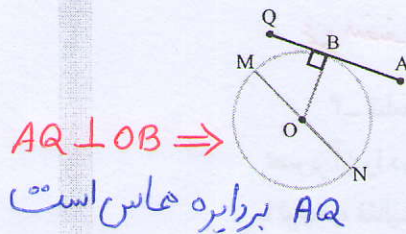


کدام پاره خط فاصله مرکز دایره از خط d را نشان می دهد؟ **OD**
اندازه این پاره خط را با r مقایسه کنید. **برابر است**

۴- در هر یک از شکل های زیر دایره ای به شعاع r رسم کرده ایم. فاصله مرکز دایره از خط d را $\overline{OH}$ بنامید و بدون اندازه گیری، رابطه های زیر را با علامت $>$ ، $=$ یا $<$ کامل کنید.



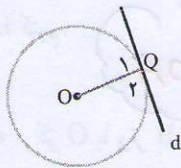
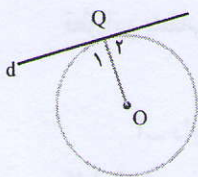
شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس عمود است.



کار در کلاس



۱- در هر شکل، کدام پاره خط بر دایره مماس است؟

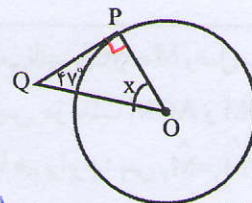
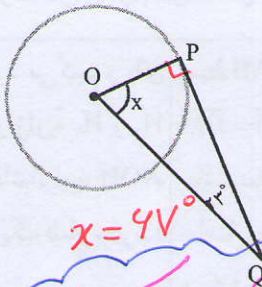
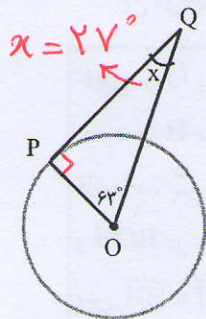


۲- در هر شکل، خط بر دایره مماس است.

زاویه Q چه نوع زاویه ای است؟ قائمه

$$\hat{Q}_1 = 90^\circ$$

۳- در هر شکل، PQ بر دایره مماس است. اندازه زاویه خواسته شده را پیدا کنید.

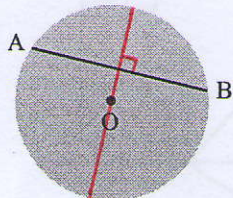


پیدا کردن مرکز دایره

فعالیت



۱- مانند شکل، روی یک ورق کاغذ دایره ای رسم کنید. سپس، صفحه



دایره ای شکل را با قیچی جدا کنید. دو نقطه A و B را روی دایره قرار دهید.

A را به B وصل کنید. این پاره خط وتر دایره نامیده می شود.

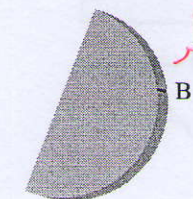
دایره را طوری تا کنید که نقاط A و B روی هم قرار بگیرند.

تای کاغذ را باز کنید.

روی خط تا را با مداد پر رنگ کنید. در هندسه به این پاره خط چه می گویند؟ قطر

روی دایره، وتر دیگری رسم کنید و همین مراحل را برای آن تکرار کنید.

دو پاره خط رسم شده یکدیگر را در چه نقطه ای قطع می کنند؟ مرکز

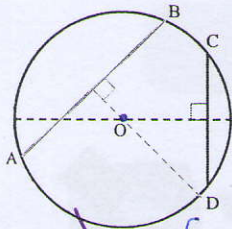


۱۳۹

نکته: قطری که AB را نصف می کند بر آن عمود است

نکته: اگر عمود نصف دو وتر دلخواه غیر موازی را رسم کنیم یکدیگر را در مرکز دایره قطع می کنند

وتر: پاره خطی که دو نقطه ای متمایز از یک دایره را به هم وصل می کند را وتر می نامیم



۲- نتیجه فعالیت (۱) را به کمک شکل روبه رو توضیح دهید.

برای پیدا کردن مرکز یک دایره، کافی است نقطه‌ای برخورد عمود منصف های دو وتر غیر موازی آن را پیدا کنیم

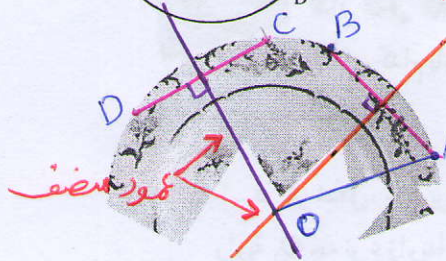
۳۳

۳- قطعه‌ای از یک بشقاب قدیمی پیدا شده است.

تصویر آن را در شکل روبه رو می بینید.

با توجه به فعالیت های قبل، توضیح دهید که چگونه می توانیم

قطر این بشقاب را پیدا کنیم.



۲۵A = قطر

۴- دایره‌ای به مرکز O با وتر AB داریم. دو متن زیر را بخوانید و نتیجه هر یک از آنها را

کامل کنید.

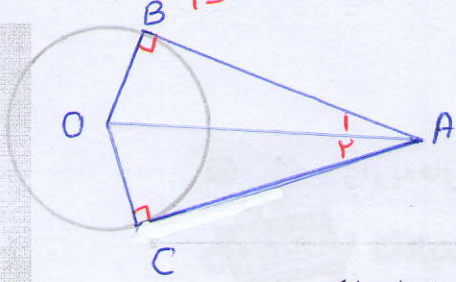
این دو چه تفاوتی دارند؟ درباره آن با دوستانتان گفت و گو کنید.

خطی از O بر AB عمود می کنیم و پای عمود را H می نامیم. دو زاویه H_1 و H_2 قائمه اند. پس دو مثلث قائم الزاویه AOH و BOH در حالت وتر و یک ضلع برابرند؛ پس $\overline{AH} = \overline{BH}$	وسط AB را M می نامیم و O را به M وصل می کنیم. پس دو مثلث AOM و BOM در حالت سه ضلع با هم برابرند؛ پس $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ و چون حاصل جمع این دو زاویه 180° درجه است، پس هر کدام از آنها 90° درجه است.

نتیجه: خطی که از مرکز دایره بر وتر عمود می شود، آن وتر را نصف می کند

و برعکس پاره خطی که مرکز دایره را به وسط وتر وصل می کند، بر آن عمود است

نکته: اگر از یک نقطه خارج دایره دو مماس بر دایره رسم کنیم طول دو مماس باهم برابر است و خطی که مرکز را به آن نقطه وصل می‌کنیم ساز زاویه بین این دو خط مماس است.

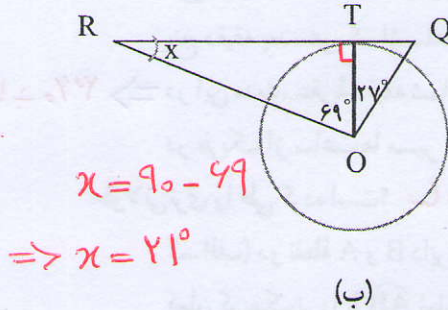


$$\Rightarrow \begin{cases} AB = AC \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \end{cases}$$

کار در کلاس



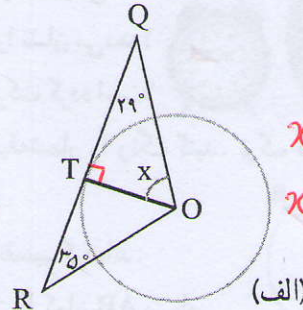
۱- در هر شکل، RQ بر دایره مماس است. اندازه زاویه مجهول را پیدا کنید.



$$x = 90 - 69$$

$$\Rightarrow x = 21^\circ$$

(ب)



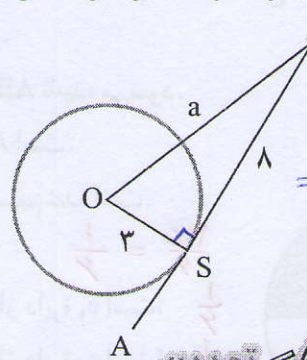
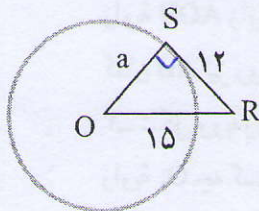
$$x = 90 - 29$$

$$x = 61$$

(الف)

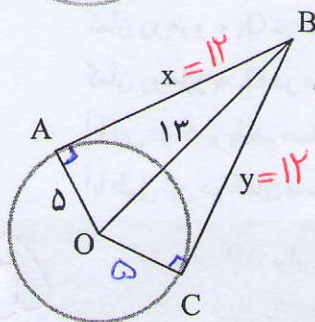
۲- در هر شکل، SR بر دایره مماس است. طول پاره خط a را به دست آورید.

$$a^2 = 15^2 - 12^2 \Rightarrow a^2 = 81 \Rightarrow a = 9$$



$$a^2 = 3^2 + 8^2 = 9 + 64$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{73}$$



$$x = 12$$

$$y = 12$$

۱- نقطه B در فاصله ۱۳ سانتی متری مرکز دایره‌ای به شعاع ۵ سانتی متر قرار دارد.

از این نقطه دو مماس بر دایره رسم کرده‌ایم.

فاصله B از هر یک از نقاط تماس را به دست آورید.

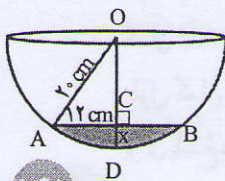
۲- از نقطه O' خارج دایره‌ای به مرکز O دو مماس بر دایره رسم کنید و نقاط تماس را A و B بنامید.

شکل بکشید و دلیل هر یک از موارد زیر را بنویسید.

$$\begin{cases} \triangle O'A \cong \triangle O'B \\ \Rightarrow \begin{cases} O'A = O'B \\ \hat{A'O'O} = \hat{B'O'O} \end{cases} \end{cases}$$

(الف) چرا $O'A = O'B$ ؟

(ب) چرا $\hat{A'O'O} = \hat{B'O'O}$ ؟



۳- در کاسه روبه‌رو مقداری آب ریخته‌ایم.

AB برابر ۲۴ سانتی متر شده است. حداکثر عمق آب چقدر است؟

$$OC^2 = 20^2 - 12^2 \Rightarrow OC^2 = 400 - 144 \Rightarrow OC^2 = 256 \Rightarrow OC = 16$$

$$x = 20 - 16 = 4 \text{ cm}$$

۱۴۱

زاویه‌های مرکزی

فعالیت



10:15

10:10



۳۰ درجه

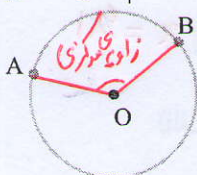
۱- ساعت‌های روبه‌رو چه زمانی را نشان می‌دهند؟

پنج دقیقه بعد، هریک از ساعت‌ها چه زمانی را نشان می‌دهد؟

در این مدت، عقربه دقیقه‌شمار چند درجه حرکت کرده است؟ $\Rightarrow 30 = 12 \div 360$

در هریک از ساعت‌ها مسیر حرکت عقربه دقیقه‌شمار را رنگ کنید. نوک کدام عقربه مسیر

طولانی‌تری را طی کرده است؟ **ساعت دیواری**



۲- الف) دو نقطه A و B دایره را به دو کمان تقسیم کرده‌اند.

کمان کوچک‌تر را با $\widehat{AB}$ نمایش می‌دهیم و آن را کمان AB می‌نامیم.

آیا ممکن است دو نقطه، دایره را به دو کمان مساوی تقسیم کنند؟ توضیح دهید.

ب) مرکز دایره را به دو سر کمان وصل کنید.

زاویه AOB زاویه مرکزی روبه‌رو به کمان AB نامیده می‌شود.

کمان AB نیز روبه‌رو به زاویه مرکزی AOB است.

۳- شکل روبه‌رو به شش قسمت مساوی تقسیم شده است.

زاویه O_1 چه کسری از 360° درجه است؟ $\frac{1}{6} = \frac{60}{360}$

کمان روبه‌رو به O_1 در دایره C_1 چه کسری از دایره C_1 است؟ $\frac{1}{6}$

کمان روبه‌رو به O_1 در دایره C_2 چه کسری از دایره C_2 است؟ $\frac{1}{6}$

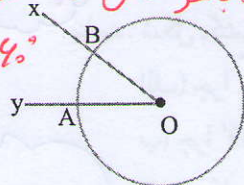
آیا این دو کسر با هم مساوی‌اند؟ **بله**

آیا طول این دو کمان مساوی است؟ **خیر** اولی $\frac{1}{6}$ از دایره C_1 و دومی $\frac{1}{6}$ از دایره C_2 است

اندازه کمان AB برابر است با اندازه زاویه مرکزی روبه‌رو به آن. بنابراین، ممکن است دو

کمان با اندازه‌های مساوی، طول‌های متفاوتی داشته باشند.

۴- چرا در فعالیت (۳) اندازه کمان روبه‌رو به O_1 در هریک از دایره‌های C_1 و C_2 برابر 60° درجه است؟ **هر دایره با هر شعاعی 360° است و این روی 6° می‌باشند**



۵- در شکل رو به رو زاویه XOY برابر 36° درجه است.

کمان AB چند درجه است؟ $\widehat{AB} = 36^\circ$

طول کمان AB چه کسری از دایره است؟ $\frac{36}{360} = \frac{1}{10}$

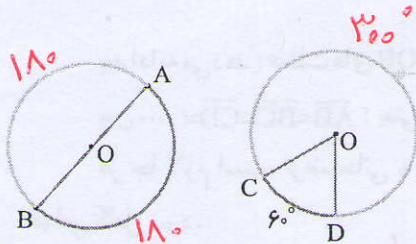
برای پاسخ دادن به این پرسش از تساوی روبه‌رو کمک بگیرید.

طول کمان AB = $\frac{\text{اندازه کمان AB}}{\text{محیط دایره}} = \frac{36^\circ}{360^\circ}$

کار در کلاس



۱- هر دایره به دو کمان تقسیم شده است.
اندازه هر کمان را پیدا کنید و بنویسید.



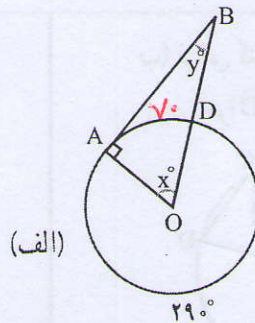
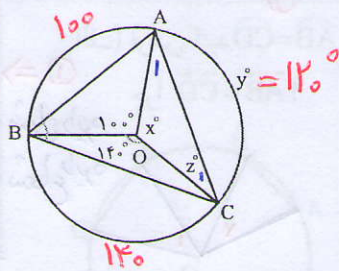
۲- اندازه کمان و زاویه های مجهول را پیدا کنید.

$$y = 360 - (100 + 140) = 120$$

$$\Rightarrow y = 120^\circ \Rightarrow x = 120^\circ$$

$$OA = OC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 = 30$$

$$\hat{A}_1 + \hat{C}_1 = 180 - 120 = 60 \quad (ب)$$

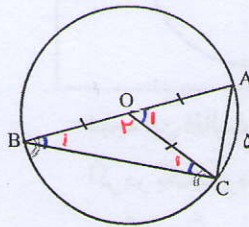


$$x = \widehat{AD} \Rightarrow$$

$$x = 70 \Rightarrow y = 90 - 70$$

$$\Rightarrow y = 20^\circ$$

۳- در شکل روبه رو، AB قطر دایره است.
زاویه B چند درجه است؟



$$\hat{O}_1 = \widehat{AC} = 50^\circ$$

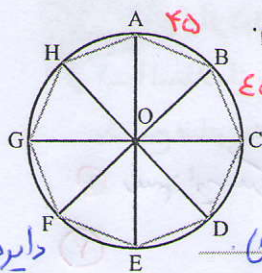
$$\Rightarrow \hat{O}_2 = 180 - 50 = 130^\circ$$

$$OB = OC \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C}_1 = 25$$

$$\hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 180 - 130 = 50 \quad \uparrow$$



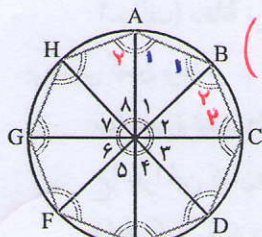
$$360 \div 8 = 45$$



۱- محیط دایره روبه رو را به هشت کمان مساوی تقسیم کرده ایم.
می خواهیم بدانیم چرا هشت ضلعی ABCDEFGH منتظم است.
رضا برای اثبات این مطلب دلایل زیر را بیان می کند:
(مثلث های AOB, BOC, COD و ... متساوی الساقین اند.)

دایره من باشند

چرا؟ $\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \hat{O}_3 = \dots$ پس همه زاویه های سبز رنگ با هم برابرند.



چرا؟ $(\hat{O}_1 = 45, OA = OB) \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1 = 47.5^\circ$
پس همه زاویه های هشت ضلعی با هم برابرند. چرا؟

آرش می گوید: «ولی این تنها برابری زاویه ها را نشان می دهد
و ما باید دلایلی هم برای مساوی بودن ضلع های هشت ضلعی
پیدا کنیم تا بتوانیم بگوییم که هشت ضلعی ABCDEFGH منتظم است.»

$$(\hat{O}_2 = 45, OB = OC) \Rightarrow \hat{B}_2 = \hat{C}_2 = 47.5^\circ$$

پس تمام زاویه های سبز رنگ با هم مساوی می باشند

$$A = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 \Rightarrow \hat{A} = 2 \times 47.5 = 95$$

به همین ترتیب داریم $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \dots = \hat{H} = 95$

ارامه

بعد ادامه می دهد: «مثلث های $\triangle AOB$ ، $\triangle BOC$ ، $\triangle COD$ و ... هم نهشت اند. در چه حالتی؟ (من، ذهن)

پس $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \dots$ ؛ یعنی ضلع های هشت ضلعی هم مساوی اند.

هر جا لازم است، توضیحاتی به دلایل رضا و آرش اضافه کنید تا دلیل منتظم بودن هشت

ضلعی کامل شود.

۲- برای هر مورد دلیل بیاورید. کلامی

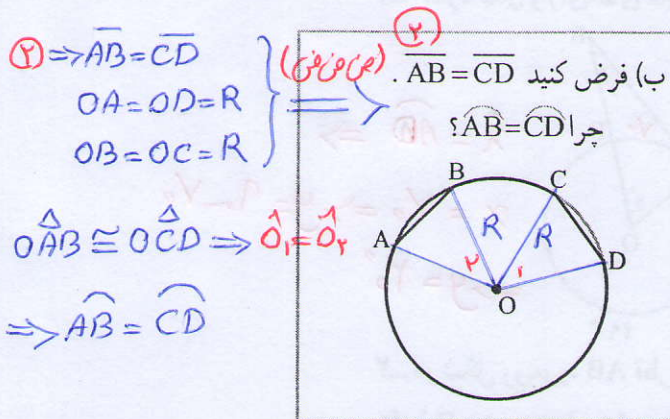
② $\Rightarrow \overline{AB} = \overline{CD}$

$OA = OD = R$

$OB = OC = R$

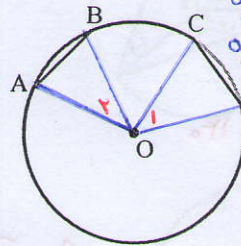
$\triangle OAB \cong \triangle OCD \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2$

$\Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD}$



الف) فرض کنید $\overline{AB} = \overline{CD}$.

چرا $\overline{AB} = \overline{CD}$ ؟



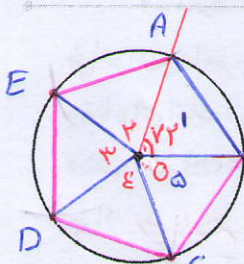
① $\Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2$
 $\Rightarrow \triangle AOB \cong \triangle COD$
 $\Rightarrow \overline{AB} = \overline{CD}$

نتیجه این فعالیت را در دو جمله بنویسید.

اگر در یک دایره، اندازه دو کمان برابر باشد، اندازه وترهای نظیر آن ها نیز با هم برابر خواهد بود.

به عکس، اگر در یک دایره اندازه دو وتر برابر باشد، اندازه کمان های نظیر آن ها نیز با هم برابر است.

کار در کلاس



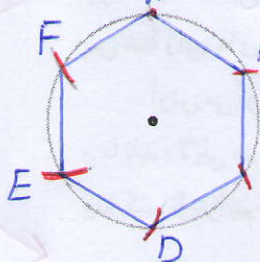
۱- با استفاده از خط کش و نقاله، در دایره روبه رو یک پنج ضلعی منتظم رسم کنید. اندازه هر کمان 72° است.

رسم زاویه مرکزی 72° درج

$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \dots = \hat{O}_5 = 72^\circ$

۲- الف) دهانه پرگار را به اندازه شعاع دایره زیر باز کنید. از یک نقطه دایره، شروع کنید و

بی دربی کمان بزنید.



ب) بدین ترتیب، دایره به چند کمان تقسیم می شود؟ 60°

ج) چرا این کمان ها با هم مساوی اند؟ زیرا $AB = BC = \dots = AF$

د) هر کمان چند درجه است؟ 60°

ه) چند کمان 120° درجه در شکل دیده می شود؟ 5

$\widehat{AC} = \widehat{BD} = \widehat{CE} = \widehat{DF} = \widehat{EA} = \widehat{FB} = 120^\circ$

زیرا اگر در یک دایره اندازه وترها مساوی باشد آن گاه کمان های نظیر آن ها

نیز با هم مساوی هستند

$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \hat{O}_3 = \hat{O}_4 \Rightarrow \widehat{BC} = \widehat{AC} = \widehat{AD} = \widehat{BC} \quad ①$$

جواب سؤال ۴ الف

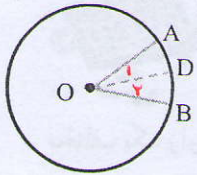
اگر دوازدهی مرکزی برابر باشند یان‌های نظیرشان نیز با هم برابر است

ب) بله، می‌دانیم اگر چند کمان با هم مساوی باشند آن‌گاه وترهای نظیر آن کمان‌ها نیز با هم مساوی‌اند

$$① \Rightarrow \widehat{BC} = \widehat{AC} = \widehat{AD} = \widehat{BC}$$

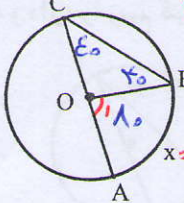
$$(\hat{O}_1 = 90^\circ, OB = OC) \Rightarrow \vec{B}_1 = \vec{C}_1 = 45^\circ \Rightarrow \hat{C} = 90^\circ \Rightarrow \vec{A} = \vec{B} = \vec{D} = 45^\circ$$

$$(\hat{O}_2 = 90^\circ, OA = OC) \Rightarrow \vec{A}_2 = \vec{C}_2 = 45^\circ$$



۱- OD نیمساز زاویه مرکزی AOB است و $\angle AOB = 36^\circ$

اندازه هر یک از کمان‌های AD و BD چند درجه است؟ 18°
 $36 \div 2 = 18 \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2 = 18^\circ \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{DB} = 18^\circ$



۲- کمان AB برابر x درجه است. اندازه زاویه AOB را بر حسب x به دست آورید. $x = 180^\circ$

اندازه زاویه ACB را بر حسب x به دست آورید. $x = 180^\circ$

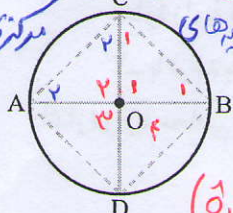
۳- متحرکی از نقطه A روی دایره‌ای به شعاع یک سانتی متر شروع به حرکت می‌کند. در هر

شکل، کمان طی شده مشخص شده است. جدول را کامل کنید.

شکل					
کسر طی شده از دایره	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$
اندازه کمان طی شده	90°	120°	180°	270°	360°
طول تقریبی کمان طی شده	$\frac{2\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{2} = \pi$	$\frac{3}{4} \times 2\pi = \frac{3\pi}{2}$	2π

۴- قطرهای AB و CD بر هم عمودند. $\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \hat{O}_3 = \hat{O}_4 \Rightarrow \widehat{BC} = \widehat{BD} = \widehat{AD} = \widehat{AC}$

الف) چرا کمان‌های AC، CB، BD و DA با هم مساوی‌اند؟ چون زاویه‌های مرکزی برابرند

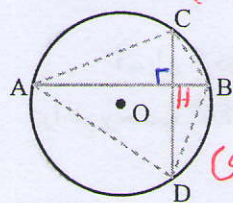


ب) آیا وترهای AC، CB، BD و DA نیز با هم مساوی‌اند؟ بله

ج) آیا زاویه‌های چهارضلعی ADCB با هم مساوی‌اند؟ چرا؟ بله

$$(\hat{O}_1 = 90^\circ, OC = OB) \Rightarrow \vec{B}_1 = \vec{C}_1 = 45^\circ \Rightarrow \vec{C}_2 = \vec{A}_2 = 45^\circ \Rightarrow \hat{C} = \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \vec{A} = \vec{D} = 90^\circ$$



د) در شکل روبه‌رو وترهای AB و CD بر هم عمودند.

الف) آیا کمان‌های AC، CB، BD و DA با هم مساوی‌اند؟ خیر

ب) پاسختان را با پاسخ تمرین قبل مقایسه کنید.

این دو تمرین چه تفاوتی دارند؟ در تمرین قبل دو وتر قطرهای

دایره بودند و در مرکز یکدیگر را قطع کردند ولی اینجا وترها قطر نیستند

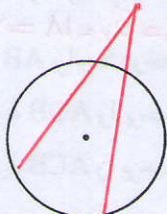
و زاویه‌ی $\hat{H}$ یک زاویه‌ی مرکزی نیست

زاویه های محاطی

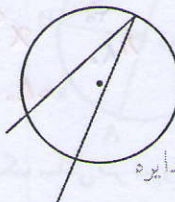
فعالیت



۱- مانند نمونه رسم شده (الف)، در شکل های زیر نمونه ای از هر یک از وضعیت های مختلف یک زاویه و دایره را رسم کنید.



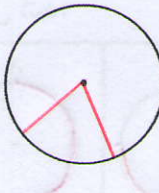
ب) رأس زاویه خارج دایره



الف) رأس زاویه روی دایره



د) رأس زاویه داخل دایره در نقطه ای غیر از مرکز

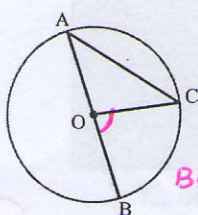


ج) رأس زاویه در مرکز دایره

(ج)

در کدام وضعیت زاویه مرکزی نشان داده شده است؟
به زاویه ای که در شکل «الف» مشاهده می کنید، زاویه محاطی گفته می شود. رأس این زاویه روی دایره است و ضلع های آن، دایره را قطع کرده اند.

زاویه محاطی

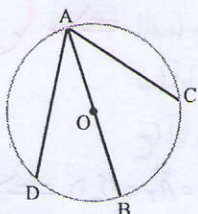


۲- اندازه زاویه مرکزی BOC را بر حسب $\widehat{BC}$ بنویسید: $\widehat{BOC} = \widehat{BC}$

چرا زاویه های A و C در مثلث AOC با هم برابرند؟ $OA = OC$

چه ارتباطی میان زاویه BOC و این دو زاویه وجود دارد؟ $\widehat{BOC} = \widehat{A} + \widehat{C}$

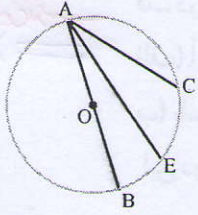
اندازه زاویه محاطی BAC را بر حسب $\widehat{BC}$ بنویسید. $\widehat{BAC} = \frac{\widehat{BC}}{2}$



۳- با توجه به فعالیت قبل، با پر کردن جاهای خالی

اندازه زاویه محاطی DAC را بر حسب $\widehat{DC}$ بنویسید.

$$\widehat{DAC} = \widehat{DAB} + \widehat{BAC} = \frac{\widehat{BD}}{2} + \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{\widehat{DC}}{2}$$



۴- با پر کردن جاهای خالی، اندازه زاویه محاطی EAC را هم بر حسب $\widehat{EC}$ بنویسید.

$$\widehat{EAC} = \widehat{BAC} - \widehat{BAE} = \frac{\widehat{BC}}{2} - \frac{\widehat{BE}}{2} = \frac{\widehat{EC}}{2}$$

۵- پاسخ فعالیت‌های (۲)، (۳) و (۴) را با هم مقایسه کنید. آیا در این سه فعالیت، همه

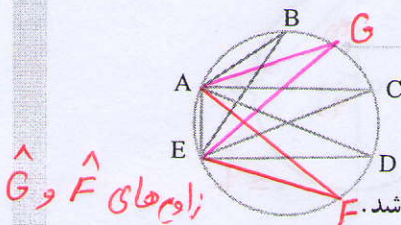
حالت‌های زاویه محاطی بررسی شده‌اند؟ عبارت زیر را کامل کنید. **بله**

اندازه هر زاویه محاطی برابر است با **نصف کمان مقابل به آن**

کار در کلاس



۱- با توجه به شکل روبه‌رو،



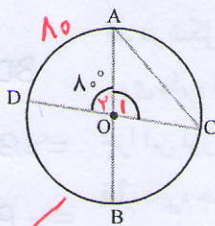
الف) زاویه‌های محاطی مقابل به $\widehat{AE}$ را پیدا کنید. $\hat{D}, \hat{C}, \hat{B}$

ب) دو زاویه محاطی دیگر رسم کنید که $\widehat{AE}$ کمان مقابل به آنها نیز باشد. **زاویه‌های $\hat{F}$ و $\hat{G}$**

۲- در شکل روبه‌رو، اندازه زاویه محاطی C را تعیین کنید.

دو دانش‌آموز به این سؤال جواب داده‌اند.

راه‌حل‌های آنها را توضیح دهید. **کلامی**



فاطمه
 $\hat{O} = 80^\circ \rightarrow \widehat{AD} = 80^\circ$
زاویه مرکزی $\widehat{AD}$ مقابلش برابر است
 $\hat{C} = \frac{\widehat{AD}}{2} = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ$
زاویه محاطی نصف کمان مقابل به آن می‌باشد

زهره
 $\hat{O}_1 = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$

$\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$

$\hat{A} = \hat{C} = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ$

$\hat{O}$ مکمل $\hat{O}_1$ است

مجموع زاویه‌ها در مثلث 180° است

مثلث OAC متساوی الساقین است

زاویه $\hat{O}_1 = 100^\circ$ است

فعالیت



۱- یک زاویه محاطی مقابل به کمان AB رسم کنید.

سه زاویه محاطی دیگر مقابل به همین کمان رسم کنید.

فکر می‌کنید چند زاویه دیگر می‌توان رسم کرد؟ چرا؟

آیا همه این زاویه‌های رسم شده با هم برابرند؟ چرا؟

بله، زیرا هر یکی روی یک کمان می‌باشند پس نصف کمان AB می‌باشند

۲- قطر AB دایره را به دو کمان تقسیم کرده است.

اندازه هر کمان چند درجه است؟ چرا؟ **180°**

$360^\circ \div 2 = 180^\circ$

چند زاویه محاطی مقابل به کمان AB رسم کنید.

چند زاویه محاطی می‌توان رسم کرد؟ چرا؟

اندازه این زاویه‌های محاطی مقابل قطر چند درجه است؟ چرا؟

نود (۹۰) درج زیرا نصف کمان مقابلش می‌باشد

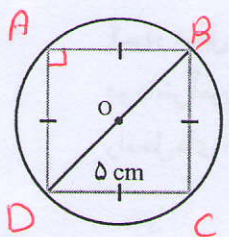
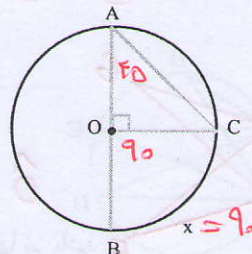
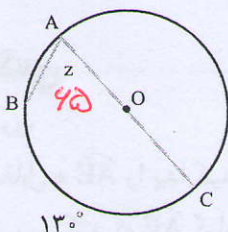
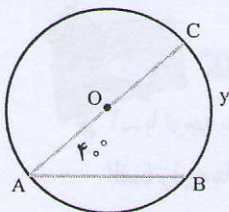
$\widehat{AB} = 180^\circ \Rightarrow \text{زاویه محاطی مقابل به آن} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$

کار در کلاس



۱- اندازه زاویه‌ها و کمان‌های خواسته شده را پیدا کنید.

$$y = 10$$



۲- در شکل روبه‌رو، همه رأس‌های یک لوزی به ضلع ۵ سانتی‌متر روی دایره قرار دارد.

$$BD \text{ قطر} \Rightarrow \widehat{BD} = 180$$

چرا این لوزی، مربع است؟

قطر دایره چند سانتی‌متر است؟

$$\Rightarrow \widehat{A} = \frac{180}{2} = 90$$

$$BD^2 = 5^2 + 5^2$$

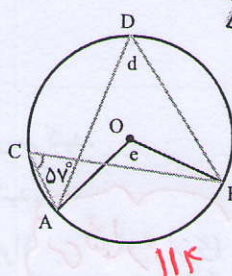
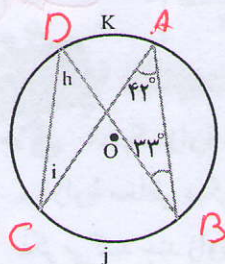
$$\Rightarrow BD = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2}$$

$$\Rightarrow BD = 5\sqrt{2}$$

لوزی که یک زاویه قائمه داشته باشد مربع است.



۱- اندازه زاویه‌ها و کمان‌های مجهول را پیدا کنید.



$$j = 2 \times 42 = 84$$

$$h = \widehat{A} = 42$$

$$k = 2\widehat{B} = 44$$

$$i = \widehat{B} = 33$$

$$d = c = 57$$

$$e = \widehat{AB} = 114$$

۲- در شکل زیر زاویه مرکزی AOB برابر با ۷۲ درجه است. اندازه کمان AB چند درجه

$$\widehat{AB} = \widehat{O} = 72$$

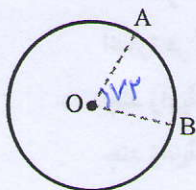
است؟

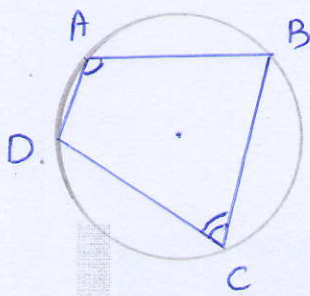
اگر، دهانه پرگار را به اندازه AB باز کنیم و با شروع

از نقطه B، بی‌دری کمان‌هایی بزنیم، به این ترتیب

چند کمان مساوی روی دایره جدا می‌شود؟

$$360 \div 72 = 5$$





$$\left. \begin{aligned} \hat{A} &= \frac{\widehat{BCD}}{2} \\ \hat{C} &= \frac{\widehat{BAD}}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{A} + \hat{C} = \frac{\widehat{BCD} + \widehat{BAD}}{2} = \frac{360}{2} = 180$$

$$\hat{B} + \hat{D} = 180$$

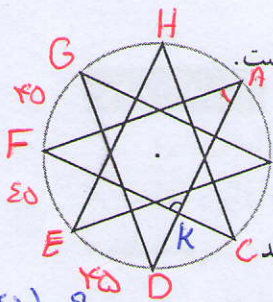
نتیجه: مجموع دو زاویه مقابل هر دو ضلعی مخالف برابر ۱۸۰ درجه است

$$360 \div 8 = 45$$

$$\hat{A} = \frac{\widehat{FD}}{2} = 45$$

$$\hat{F} = 45$$

$$K = 180 - (45 + 45) = 90$$



۳- در شکل روبه‌رو، دایره‌ای به هشت قسمت مساوی تقسیم شده است.

الف) شکل چند خط تقارن دارد؟ **۱ خط تقارن**

ب) اندازه دو زاویه مشخص شده روی شکل را پیدا کنید و بنویسید.

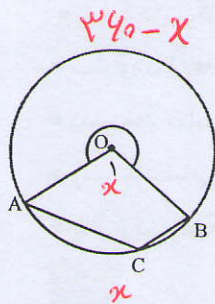
$$\hat{A} = 45, K = 90$$

۴- دایره‌ای بکشید. سپس، چهارضلعی ABCD را طوری رسم کنید

که هر چهار رأس آن روی دایره باشد.

چرا مجموع دو زاویه روبه‌رو به هم در چهارضلعی ABCD برابر ۱۸۰ درجه است؟

بالا



۵- در شکل روبه‌رو اندازه کمان AB برابر x درجه است.

الف) اندازه زاویه O₁ را بر حسب x بنویسید. **x درجه**

ب) اندازه کمان قرمز رنگ را بر حسب x بنویسید. **360 - x**

ج) اندازه زاویه C را بر حسب x بنویسید.

$$\hat{C} = \frac{360 - x}{2} = 180 - \frac{x}{2}$$

۶- در شکل زیر، پره‌ها دوازده کمان مساوی روی محیط چرخ ایجاد کرده‌اند.

شعاع چرخ ۳۰ سانتی متر است.

$$360 \div 12 = 30$$

الف) طول TX چقدر است؟ **۹۰ cm (قطر دایره)**

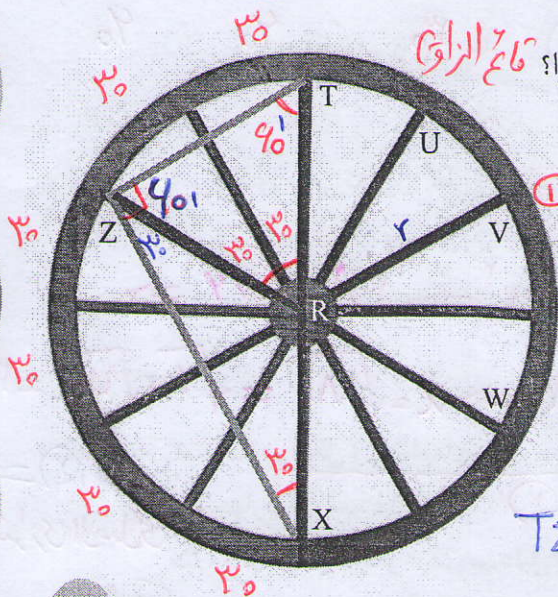
مساوی الاضلاع

ب) مثلث ZRT چه نوع مثلثی است؟ چرا؟

ج) طول ZT چقدر است؟ **۹۰ cm**

د) مثلث XTZ چه نوع مثلثی است؟ چرا؟ **مثلث الزاویه**

ه) طول ZX چقدر است؟



$$\hat{T}_1 = \hat{Z}_1 = \hat{TRZ} = 40 \Rightarrow$$

مثلث TRZ مساوی الاضلاع است

$$\Rightarrow TZ = r = 30 \text{ cm}$$

$$\hat{TZX} = \frac{\widehat{TX}}{2} = \frac{180}{2} = 90 \quad (\text{چون TX قطر است})$$

$$\Rightarrow ZX^2 = TX^2 - TZ^2 \Rightarrow ZX^2 = 90^2 - 30^2 = 3600 - 900$$

$$\Rightarrow ZX = \sqrt{2700} = \sqrt{9 \times 100 \times 3} = 30\sqrt{3}$$

●●●●● مرور فصل ۹ ●●●●●

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند، مطمئن شوید که می‌توانید با جمله‌های خود، آنها را تعریف کنید و برای هر کدام مثالی بزنید.

- خط مماس
- زاویه مرکزی
- زاویه محاطی

در این فصل، روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند، با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود خلاصه درس را بنویسید.

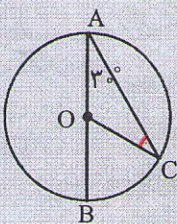
- پیدا کردن مرکز دایره
- تساوی کمان‌ها و وترهای متناظر
- رسم خط مماس بر دایره
- رسم چندضلعی منتظم به کمک زاویه مرکزی
- پیدا کردن زاویه محاطی با توجه به کمان روبه‌روی آن

کاربرد

رسم چندضلعی‌های منتظم به کمک مفاهیم زاویه مرکزی یکی از کاربردهای مهم این درس در طراحی شکل‌های تزیینی و معماری است.

تمرین‌های ترکیبی

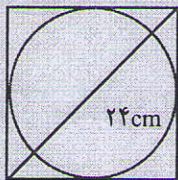
۱- با توجه به شکل روبه‌رو، اندازه زاویه‌ها و کمان‌های زیر را بنویسید.



$$\hat{C} = 30^\circ, \hat{COB} = 40^\circ, \widehat{BC} = 40^\circ$$

$$\hat{COB} = \hat{A} + \hat{C}$$

۲- کاغذی مربعی شکل به قطر ۲۴ سانتی‌متر داریم. مطابق شکل، بزرگ‌ترین دایره‌ای را که می‌توانستیم روی آن رسم کردیم. قطر این دایره را حساب کنید.



$$x^2 + x^2 = 24^2 \Rightarrow 2x^2 = 576 \Rightarrow$$

$$x^2 = 288 \Rightarrow x = \sqrt{288} = \sqrt{2} \times \sqrt{144} = 12\sqrt{2}$$

۳- الف) در شکل زیر ضلع‌های روبه‌رو به هم در چهارضلعی با هم برابرند.

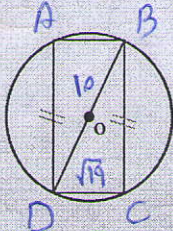
ABCD مستطیل $\Rightarrow$ (۱)، (۲)

چرا چهارضلعی مستطیل است؟ (۳) $A = \frac{BD}{2} = \frac{10}{2} = 5$

ب) شعاع دایره برابر ۵ و عرض مستطیل برابر $\sqrt{19}$ سانتی‌متر است.

طول مستطیل را به دست آورید.

است - زیر مترازی اضلاع
که زاویه قائم دارد مستطیل است



$$BC^2 = 10^2 - \sqrt{19}^2 \Rightarrow BC^2 = 100 - 19 = 81$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{81} = 9$$

اضلاع
چهارضلعی مترازی
است