



بخش آموزش رسانه تفریحی سنتر

کلیک کنید  www.tafrihicenter.ir/edu

 نمونه سوال  گام به گام

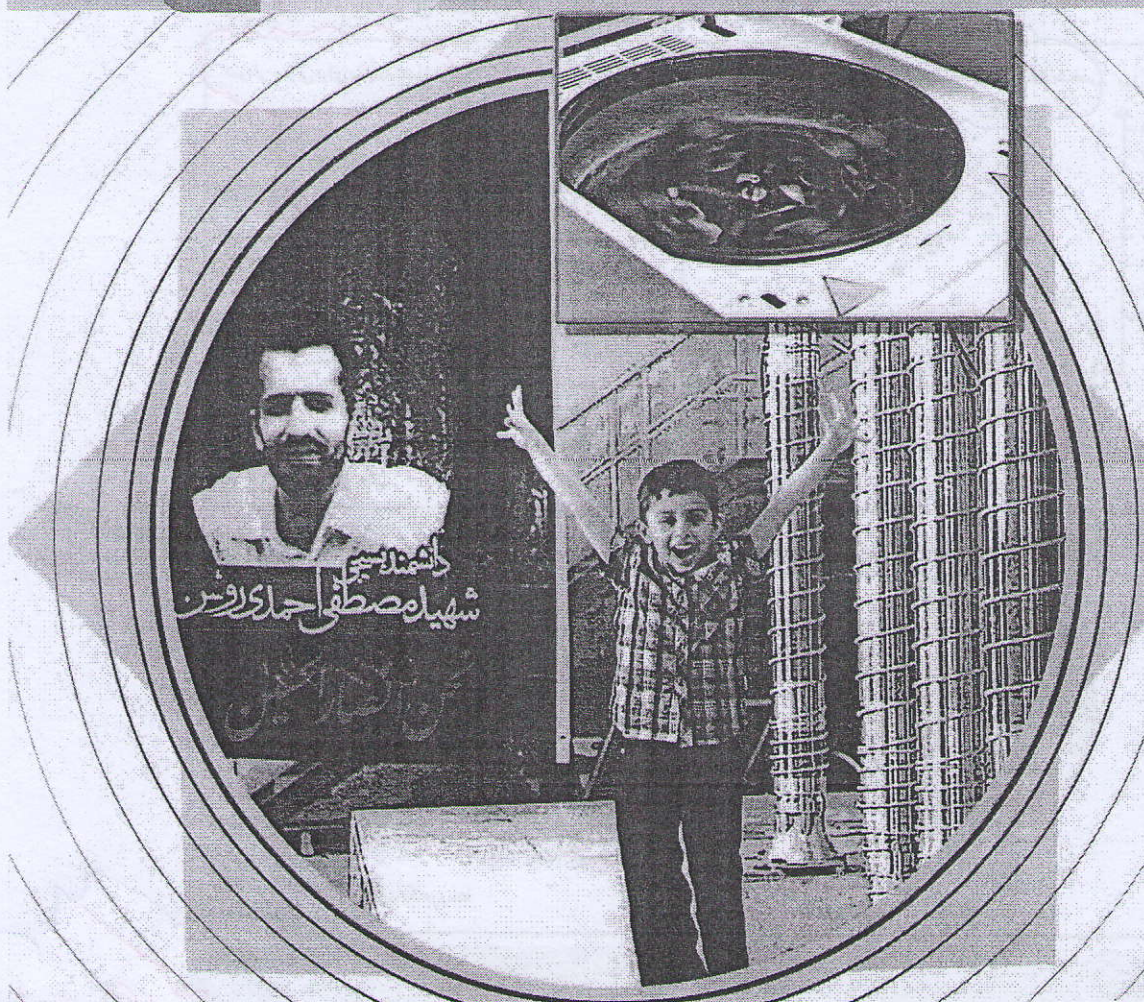
 امتحان نهایی  جزوه

 دانلود آزمون های آزمایشی

متوسطه اول : هفتم ... هشتم ... نهم

متوسطه دوم : دهم ... یازدهم ... دوازدهم

www.tafrihicenter.ir



بررسی خواص یک گاز با استفاده از آمار و احتمال، هم کاری ساده است و هم منجر به نتایج قابل قبول و عملی می‌شود. مثلاً با استفاده از آمار و احتمال می‌توان تعداد دفعاتی را برآورد کرد که باید مقداری گاز دارای اورانیوم را غنی کنیم تا به درجه خلوص مورد نیاز برسد.

علم آمار

دسته بندی داده ها

در سال های پیش با علم آمار، که علم جمع آوری، سازماندهی و تحلیل و تفسیر اطلاعات (داده ها) است، آشنا شدید. داده ها را با چوب خط، سرشماری و در جدول سازماندهی کردید. سپس، با توجه به موضوع و هدف آمارگیری، نمودار آن اطلاعات را رسم کردید. در زیر، چهار نوع نمودار و کاربرد هر کدام یادآوری شده است.



اگر داده های جمع آوری شده زیاد و پراکنده باشند، بررسی آنها طولانی می شود. برای اینکه بتوانیم آسان تر و بهتر نتیجه بگیریم، داده ها را متناسب با موضوع آماری دسته بندی و سازماندهی می کنیم.

دسته بندی باید هدفمند باشد که تجربه تحلیل و تفسیر اطلاعات شود

چهار دسته بندی مهم

نکته

< ← یعنی شامل خود عدد نمی شود
 ≤ ← شامل خود عدد می شود

دامنه تغییرات

$$\text{طول هر دسته} = \frac{\text{تعداد دسته ها}}{\text{دامنه تغییرات}}$$

$145 < x \leq 130$ داده های کم بزرگ تر یا مساوی عدد ۱۳۰ است و کوچک تر از ۱۴۵ است

$$145 < x \leq 130 \Rightarrow 130 \leq x < 145$$

 فعالیت ۱۵



در زیر، داده های جمع آوری شده درباره اندازه قد ۴۰ نفر از مردان ساکن یک شهر کوچک بر حسب سانتی متر مشخص شده است. (n=40)

- ۱۶۴ ۱۶۸ ۱۷۳ ۱۸۵ ۱۵۳ ۱۷۲ ۱۷۸ ۱۹۲ ۱۵۰ ۱۷۵ ۱۶۷ ۱۸۴ ۱۴۷ ۱۸۱
 ۱۵۱ ۱۶۲ ۱۶۷ ۱۷۳ ۱۴۲ ۱۶۳ ۱۳۸ ۱۶۵ ۱۳۷ ۱۷۱ ۱۹۳ ۱۶۸ ۱۷۰
 ۱۶۵ ۱۸۳ ۱۵۷ ۱۷۹ ۱۷۶ ۱۵۹ ۱۷۰ ۲۰۵ ۱۵۸ ۱۷۳ ۱۹۰ ۱۴۳

Min ۱۳۰
 Max ۲۰۵
 کمترین و بیشترین داده را مشخص کنید.

دامنه تغییرات $D = \text{Max} - \text{Min}$

دامنه تغییرات

به فاصله بین این دو عدد دامنه تغییرات می گویند. دامنه تغییرات داده ها را پیدا کنید.
 در یک تولیدی شلوار مردانه می خواهیم با توجه به داده های جمع آوری شده بالا اندازه های مختلف را طراحی کنیم. برای این کار، داده ها را دسته بندی می کنیم. هر دسته یک معنای مشخصی دارد. برای مثال، افراد مختلف را می توانیم به صورت زیر تقسیم بندی کنیم:

قد بلند، بلندتر از متوسط، متوسط، کوتاه تر از متوسط و قد کوتاه

به این ترتیب، داده های ما به ۵ دسته تقسیم می شوند. می توانیم فاصله این دسته ها را مساوی در نظر بگیریم. به همین دلیل، برای رسیدن به حدود دسته ها دامنه تغییرات را بر ۵ تقسیم می کنیم تا طول دسته ها به طور تقریبی معلوم شود. به این ترتیب، می توانیم محدوده دسته ها را مشخص کنیم و در یک جدول بنویسیم.

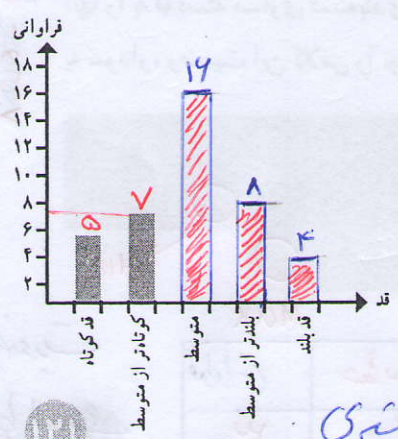
در جدول زیر معنای $130 \leq x < 145$ را توضیح دهید. < و ≤ چه تفاوتی دارند؟

بالا

با توجه به حدود دسته ها، با استفاده از چوب خط تعداد داده های هر دسته را، که به آن فراوانی می گویند، تعیین کنید.

فراوانی

فراوانی	چوب خط	حدود دسته ها
۵	#####	$130 \leq x < 145$
۷	#####	$145 \leq x < 160$
۱۶	#####	$160 \leq x < 175$
۸	#####	$175 \leq x < 190$
۴	####	$190 \leq x \leq 205$



آخرین داده باید در دسته
 آخری باشد

جواب (۲): مردم این روستا دارای قد طبیعی و نرمال هستند

جواب (۳): با توجه به اینکه غرض از مقایسه (نمودار ستونی) متوسط قد مردان این روستا در دسته وسط (دسته سوم) قرار دارد

دسته سوم

با توجه به فعالیت صفحه قبل به سؤال های زیر پاسخ دهید.

۱- قد اکثر افراد در چه محدوده ای است؟ $140 \leq x < 175$

۲- با توجه به نمودار ستونی متوجه چه چیزی می شوید؟ بیشترین فراوانی در دسته سوم و کمترین فراوانی در دسته دوم است

بالا

۳- فکر می کنید میانگین قد مردان این شهر در کدام دسته قرار می گیرد؟ در دسته سوم $140 \leq x < 175$

۴- به نظر شما این آمار و اطلاعات و نمودار چه کاربردهای دیگری دارند؟

استعدادیابی برای تیم های ورزشی، این شهر می تواند تیم والیبال و بسکتبال قوی داشته باشد - بهر است فروشگاه های این شهر لباس های سایز بزرگ تهیه کنند

کاردر کلاس

۱- میانگین دمای هوا در روزهای مختلف یک منطقه به صورت زیر گزارش شده است.

+2	+2	+2	+5	+6	0	-1	-2	0	-3	-7	-2	-1	0	0
-1	-3	-6	-7	-8	+8	+7	+8	+7	+6	+3	+1	+2	+3	+2
+2	+2	-2	-2	-1	0	-5	-3	0	0	+1	+1	+2	+6	+7



جدول فراوانی داده ها را بر اساس سؤال های زیر مشخص کرده و نموداری ستونی رسم کنید.

● دامنه تغییرات چقدر است؟ $8 - (-8) = 16$ (دسته اول) $-8 \leq x < -4$

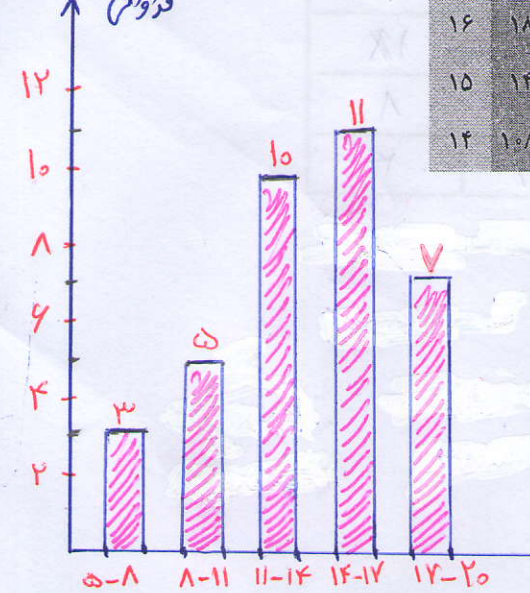
● داده ها را به چهار دسته تقسیم می کنیم؛ طول هر دسته چقدر است؟ (دسته دوم) $-4 \leq x < 0$

طول هر دسته $16 \div 4 = 4$ (دسته سوم) $0 \leq x < 4$

۲- نمره های ریاضی دانش آموزان یک کلاس به صورت زیر است. با توجه به دامنه تغییرات،

آنها را به ۵ دسته مساوی دسته بندی کنید. پس از رسم جدول، نمودار ستونی را رسم کنید و با توجه

به نمودار، وضعیت این کلاس را توصیف کنید. طول هر دسته $15 \div 5 = 3$ (دسته چهارم) $4 \leq x \leq 8$

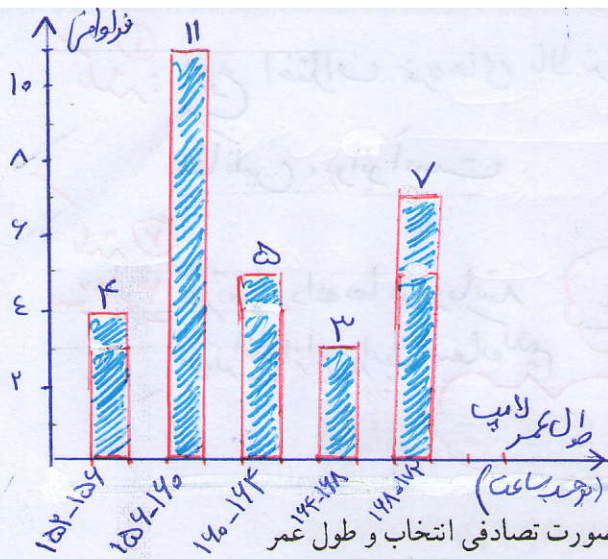


16	18	15	10/5	12/5	12	12	13/5	12	11	13	9	8
15	12	19	18/5	17	15/5	16/5	11	8/5	7	5	13	15
14	10/5	11/5	15	18	17	14	6	12/5	20			

Max

فراوانی	حداستان	حدود دسته ها
3	///	$5 \leq x < 8$
5	////	$8 \leq x < 11$
10	////	$11 \leq x < 14$
11	////	$14 \leq x < 17$
7	////	$17 \leq x \leq 20$

با توجه به نمودار وضعیت این کلاس متوسط است چون ۱۸ فقره نمرات کم تر از ۱۴ گرفته اند



فراوانی	خط نشان	دوره دسته‌ها
4	////	$152 \leq x < 154$
11	#####/	$152 \leq x < 140$
5	#####	$140 \leq x < 144$
3	///	$144 \leq x < 148$
7	#####//	$148 \leq x \leq 172$



۱- در یک کارگاه تولید لامپ، ۳۰ لامپ به صورت تصادفی انتخاب و طول عمر آنها بر حسب ساعت اندازه‌گیری شده است. داده‌ها را به ۵ دسته تقسیم کنید و جدول

فراوانی و نمودار ستونی آن را رسم کنید.

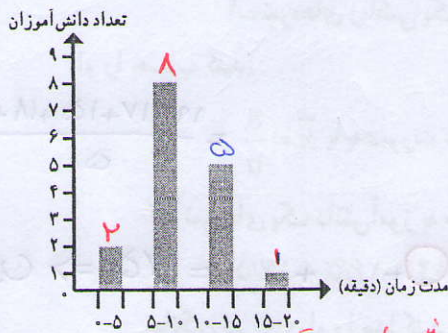
دامنه تغییر = $172 - 152 = 20$

طول هر دسته = $20 \div 5 = 4$

Max

156	159	165	163	161	157	152	157	168	172	163	158	157	161	171
163	168	167	159	152	153	158	157	169	170	153	169	158	165	156

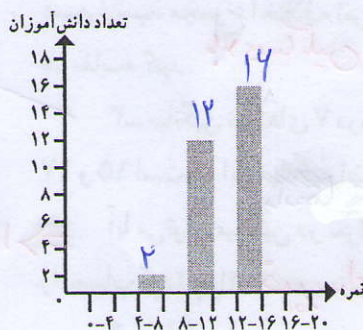
Min



۲- از دانش‌آموزان یک کلاس درباره مدت زمانی که طول می‌کشد تا آنها از خانه به مدرسه بروند، سؤال شده و پس از دسته‌بندی این داده‌ها نمودار ستونی مقابل رسم شده است. چند دانش‌آموز فاصله خانه تا مدرسه را در بیشتر از ۱۰ دقیقه طی می‌کنند؟ این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

نفر $5 + 1 = 6$: بیش از ۱۰ دقیقه

نفر $2 + 8 + 5 + 1 = 16$: تعداد کل دانش‌آموزان



۳- در اینجا نمودار نمره‌های دانش‌آموزان یک کلاس را می‌بینید.

۱- این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟ ۳۰ نفر

۲- آیا این دسته‌بندی مناسب است؟ چرا؟

۳- آیا این کلاس وضعیت خوبی دارد؟ چرا؟

باز پاسخ است →

دامنه تغییر = $20 - 0 = 20$

طول هر دسته = $20 \div 5 = 4$

اجازه دهیم دانش‌آموزان نظر دهند. پیشنهاد می‌دهیم به خواسته‌ها می‌تواند مناسب و یا غیر مناسب باشد

۱۳۳

این کلاس دانش‌آموزان خیلی قوی ندارد، دانش‌آموزان خیلی ضعیف هم کم می‌باشد

۲) بله، زیرا تمام حالت‌ها را برای این کلاس در نظر گرفته‌ام - خیر، زیرا برخی از دسته‌ها خالی است

۳) بله، زیرا این کلاس دانش‌آموز خیلی ضعیف ندارد (کم است) - خیر، زیرا دانش‌آموز قوی ندارد

نکته ۱: مجموع اختلاف نمره‌های بالاتر از میانگین با میانگین و نمرات پایین‌تر از میانگین با

میانگین برابر است

$$S_1 = x_1 \cdot n, S_2 = \bar{x}_2 \cdot n, \bar{x} = \frac{S_1 + S_2}{2n}$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{\bar{x}_1 \cdot n + \bar{x}_2 \cdot n}{2n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2}{2}$$

میانگین داده‌ها

پس از اینکه داده‌های آماری در جدول سازماندهی می‌شوند و به کمک نمودارها درک بهتری از داده‌ها به دست می‌آید، می‌توان از میانگین داده‌ها نیز برای کامل‌تر شدن نتایج حاصل از داده‌ها و تحلیل و تفسیر بهتر آنها استفاده کرد. شما در دوره ابتدایی با میانگین گرفتن آشنا شده‌اید. میانگین تعدادی داده عددی، از تقسیم مجموع آنها بر تعدادشان به دست می‌آید.

برای تحلیل و تفسیر داده‌هایی توان از دانستن

تغییرات و میانگین در کنار هم استفاده کنیم



۱- نمره‌های ریاضی یک دانش‌آموز ۱۷، ۱۸، ۱۵، ۱۷ و ۱۹ است. میانگین نمره‌های

او را حساب کنید.

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}}$$

$$\bar{x} = \frac{S}{n} = \frac{19+17+15+18+17}{5} = \frac{86}{5} = 17.2$$

۲- نمره‌های یک دانش‌آموز به صورت زیر است:

$$16 + 15.5 + 16 + 15 + 17 + 19 + 18.5 + 14 + 16.5 + 17.5 = 145 \Rightarrow \text{میانگین} = \frac{145}{10} = 14.5$$

میانگین نمره‌های او را پیدا کنید. چند نمره بالاتر از میانگین و چند نمره پایین‌تر از میانگین قرار

می‌گیرند؟ آیا این دو تعداد مساوی است؟ ۴ نمره بالاتر و ۵ نمره پایین‌تر خیر

اختلاف نمره‌های بالای میانگین را با میانگین حساب کنید. حاصل جمع آنها را پیدا کنید. به

همین ترتیب، مجموع اختلاف نمره‌های پایین‌تر از میانگین با میانگین را هم پیدا کنید. نتایج بالا را با

$$2 + 1.5 + 0.5 + 1 + 0.5 = 5 \quad 1.5 + 1.5 + 2 + 1 = 5 \quad \text{بالای میانگین} \quad \text{پایین میانگین}$$

۳- میانگین نمره‌های ۷ درس یک دانش‌آموز ۱۶/۵ است. اگر نمره‌های دو درس دیگر او، که

$$15 \text{ و } 17 \text{ است، به این میانگین اضافه شود، میانگین جدید را پیدا کنید: } 11.5 + 15 + 17 = 43.5$$

$$\frac{43.5}{9} = 4.83 \quad \text{مجموع نمرات ۷ درس}$$

$$\frac{147.5}{9} = 16.38 \quad \text{میانگین جدید}$$

۴- میانگین نمره‌های زیر را به دست آورید. بین این عددها چه رابطه‌ای وجود دارد؟ فاصله

هر عدد تا میانگین چقدر است؟

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 11 & 12 & 12 & 13 & 13 & 13 & 14 & 14 & 15 \end{array}$$

$$\bar{x} = \frac{117}{9} = 13$$

بین اعداد و میانگین تقارن وجود دارد

نکته: اگر داده‌ها را مرتب کنیم (در صورتی که تعداد داده‌ها فرد باشد) و مجموع اختلاف اعداد سمت چپ با اعداد سمت راست برابر باشد، آن داده دانه

وسط برابر میانگین خواهد بود

$$\left. \begin{aligned} \text{سوال ۱} \Rightarrow & 10 = (10-15) + (17-15) + (17-15) + (17-15) = \text{مجموع اختلاف رده‌های سمت راست با وسطی} \\ & 10 = (15-14) + (15-13) + (15-12) + (15-11) = \text{مجموع اختلاف رده‌های سمت چپ با داده وسطی} \end{aligned} \right\}$$

پس داده وسطی با میانگین برابر است

$$a \leq x < b \Rightarrow \text{مرکز دسته} = \frac{a+b}{2}$$

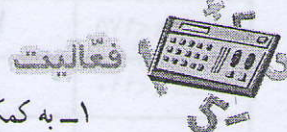
نکته سوال ۲

کار در کلاس
 ۴ ۳ ۲ ۱ ۱ ۲ ۲ ۵
 ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۷، ۱۷، ۲۰
 با توجه به رابطه‌ای که پیدا کرده‌اید، میانگین عددی زیر را به دست آورید.

۱۷ ۱۴ ۱۱ ۱۵ ۱۲ ۲۰ ۱۷ ۱۳ ۱۶

اگر تعداد داده‌ها زیاد باشد و داده‌ها دسته‌بندی شده باشند، می‌توان میانگین داده‌ها را با تقریب بسیار خوب به دست آورد.

$$\bar{x} = \frac{135}{9} = 15$$



۱- به کمک ماشین حساب، میانگین قد ۴۰ نفر را که در درس قبل مطرح شده

$$\bar{x} = \frac{4479}{40} \approx 111.975$$

است، پیدا کنید.

۲- برای به دست آوردن مرکز دسته‌ای مانند دسته $130 \leq x < 145$ ، ابتدا مجموع عددهای ۱۳۰ و ۱۴۵ را به دست می‌آوریم و سپس، حاصل را بر ۲ تقسیم می‌کنیم.

$$\text{مرکز دسته} = \frac{130 + 145}{2} = 137.5$$

۳- اکنون تمام داده‌ها را در این قسمت می‌بینید. مرکز هر دسته را به جای داده‌های آن دسته قرار دهید. برای مثال، چون عدد ۱۹۲ در دسته $190 \leq x < 205$ قرار دارد؛ به جای آن عدد ۱۹۷/۵ را، که مرکز این دسته است، قرار دهید.

۱۹۷/۵	۱۹۷/۵	۱۹۷/۵	۱۸۲/۵	۱۹۲	۱۵۰	۱۷۵	۱۶۷	۱۸۴	۱۴۷	۱۸۱
۱۶۴	۱۶۸	۱۷۳	۱۸۵	۱۵۳	۱۷۴	۱۷۸	۱۷۸	۱۹۲	۱۵۰	۱۷۵
۱۵۱	۱۶۲	۱۶۷	۱۷۳	۱۴۲	۱۶۳	۱۳۸	۱۶۵	۱۳۷	۱۷۱	۱۹۳
۱۶۵	۱۸۳	۱۵۷	۱۷۹	۱۷۶	۱۵۹	۱۷۰	۲۰۵	۱۵۸	۱۷۳	۱۹۰
							۱۹۷/۵	۱۹۷/۵	۱۹۰	۱۴۳

۴- چرا در عددهای تغییر یافته ۴ تا ۱۹۷/۵ وجود دارد؟ چون مقدار داده‌های این دسته ۴ تا بود

۵- با توجه به عددهای بالا، میانگین ۴۰ عدد جدید را پیدا کنید.

$$4485 \div 40 = 112.125$$

چگونه برای پیدا کردن مجموع داده‌ها از ضرب استفاده می‌کنید؟ این ضرب‌ها چه رابطه‌ای با

فراوانی‌های جدول دارند؟ چون تمام داده‌های هر دسته به میانگین آن دسته (مرکز هر دسته) تبدیل می‌شود

۶- میانگین به دست آمده را با میانگین واقعی، که با ماشین حساب پیدا کردید، مقایسه کنید.
 مقدار خطای این روش چقدر است؟

$$112.125 - 111.975 = 0.15$$

۱۲۵

نکته: هر چه قدر طول دسته‌ها کمتر باشد خطای کمتر است

با مقایسه میانگین واقعی و این میانگین به این نتیجه می‌رسیم که اختلاف بسیار ناچیز است و با این روش می‌توانیم تقریب خوبی از میانگین واقعی داده‌ها را به دست آوریم

مرکز دسته × فراوانی	مرکز دسته‌ها	فراوانی	حدود دسته‌ها
$5 \times (-6) = -30$	$\frac{-8 + (-6)}{2} = -6$	5	$-8 \leq x < -6$
-22	-2	11	$-6 \leq x < 0$
+34	+2	17	$0 \leq x < 4$
+72	+4	12	$4 \leq x \leq 8$
54		جمع	

$$= \frac{+35}{45} = +0.778 = \text{میانگین واقعی}$$

$$= \frac{+54}{45} = +1.2 = \text{میانگین تقریبی}$$

جواب سوال ۱

کاردر کلاس



با توجه به فعالیت صفحه قبل، با کامل کردن جدول زیر میانگین داده‌ها را دوباره محاسبه کنید.

مرکز دسته × فراوانی	مرکز دسته	فراوانی	حدود دسته‌ها
417.5	137.5	5	$130 \leq x < 145$
1047.5	152.5	7	$145 \leq x < 160$
2480	147.5	14	$160 \leq x < 175$
1490	182.5	8	$175 \leq x < 190$
790	197.5	4	$190 \leq x < 205$
4415		40	مجموع

$$\text{میانگین} = \frac{4415}{40} = 110.375$$

مرکز دسته × فراوانی	مرکز دسته	فراوانی	حدود دسته‌ها
417.5	137.5	5	$130 \leq x < 145$
1047.5	152.5	7	$145 \leq x < 160$
2480	147.5	14	$160 \leq x < 175$
1490	182.5	8	$175 \leq x < 190$
790	197.5	4	$190 \leq x < 205$
4415		40	مجموع

۱- میانگین دمای هوا مربوط به کار در کلاس صفحه ۱۲۲ و میانگین ساعت‌های عمر

لامپ مربوط به تمرین ۱ صفحه ۱۲۳ را به دست آورید. از جدول فراوانی استفاده کنید. **بالا**

۲- جدول زیر را کامل و میانگین را حساب کنید.

مرکز × فراوانی	مرکز دسته	فراوانی	خط نشان
۱۲	۲	۶	### /
۲۴	۶	۴	////
۸۰	۱۰	۸	#### ///
۲۳۸	۱۴	۱۷	#### #### //
۱۴۲	۱۸	۹	#### ////
۵۱۴		۴۴	جمع

$$\text{میانگین} = \frac{514}{44} \approx 11.68$$

$$\begin{aligned} \text{میانگین واقعی} &= \frac{514}{44} = 11.68 \\ \text{میانگین تقریبی} &= \frac{485}{40} \approx 12.125 \end{aligned}$$

نکته: داده‌هایی که فاصله زیادی تا میانگین دارند تأثیر زیادی روی میانگین دارند
 برای مثال ۳۵ فاصله زیادی تا ۱۷/۲۵ دارد و اگر آن را حذف کنیم میانگین
 به صورت محسوسی اضافه می‌شود

۳- میانگین نمره‌های ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس ۳۰ نفره ۱۷/۲۵ شده است. یکی از دانش‌آموزان در این امتحان نمره ۳/۵ گرفته است؛ در حالی که بقیه آنها نمره بالای ۱۵ گرفته‌اند.

الف) اگر این دانش‌آموز را از کلاس کنار بگذاریم، معدل کلاس چند می‌شود؟ از این سؤال چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

$$\text{مجموع نمرات کلاس} = ۳۰ \times ۱۷/۲۵ = ۵۱۷/۵$$

$$\text{مجموع نمرات ۲۹ نفر} = ۵۱۷/۵ - ۳/۵ = ۵۱۴$$

$$\text{نتیجه: نمرات بالا روی این تأثیر زیادی روی میانگین دارند} \quad ۵۱۴ \div ۲۹ = ۱۷/۷۲$$

ب) حالا فرض کنید همه دانش‌آموزان کلاس نمره کمتر از ۱۴ گرفته‌اند؛ به جز یک نفر که ۲۰ گرفته است، معدل این کلاس ۳۰ نفره ۱۰/۲۵ شده است. اگر دانش‌آموزی را که نمره ۲۰ گرفته است کنار بگذاریم، معدل کلاس چند می‌شود؟

$$\text{معدل جدید برای ۲۹ نفر} \approx ۹/۹۱ = \frac{۳۰ \times ۱۰/۲۵ - ۲۰}{۲۹} = \frac{۳۰۷/۵ - ۲۰}{۲۹}$$

●●● خواندنی

ایده اولیه احتمال، مبتنی بر بازی‌های شانسی است. این گونه بازی‌ها از زمان‌های بسیار قدیم رایج بوده‌اند، زیرا در حفاری‌های باستان‌شناسی، برخی وسایل و آثار مربوط به بازی‌های شانسی مشاهده شده‌اند؛ از جمله مکعبی استخوانی که روی وجه‌های آن عددهایی از ۱ تا ۶ نقش شده است.

در روزگار کنونی در مواردی که به راحتی نتوان یک انتخاب را بر انتخاب دیگر ترجیح داد، از شانس استفاده می‌شود. برای مثال، در شروع بازی فوتبال از پرتاب سکه استفاده می‌کنند یا برای قبول یارد یک موضوع، از قرعه کمک می‌گیرند. همچنین بانک‌ها برای اختصاص دادن جایزه به مشتریان دارای حساب قرض الحسنه، از قرعه کشی استفاده می‌کنند.

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = \text{احتمال زوج بودن} \Rightarrow 2, 4, 6 : \text{اعداد زوج}$$

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = \text{احتمال فرد آمدن} \Rightarrow 1, 3, 5 : \text{اعداد فرد}$$

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = \text{احتمال اول آمدن} \Rightarrow 1, 2, 3, 5 : \text{اعداد اول}$$

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = \text{احتمال غیر اول آمدن} \Rightarrow 4, 6 : \text{اعداد غیر اول}$$

احتمال یا اندازه گیری شانس ابتدا در یک بازی آسان و احتمال هفتم تدریس شود



اعداد اول : ۱۱, ۱۳, ۱۷, ۱۹ مرکب : ۱۲, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۸, ۲۰

۱- ده کارت هم اندازه و هم شکل داریم و روی آنها عدد های ۱۱ تا ۲۰ را نوشته ایم.

کارت ها را به پشت روی میز قرار می دهیم و به طور تصادفی، یکی از آنها را بر می داریم.

احتمال اینکه روی این کارت عددی اول باشد بیشتر است یا احتمال اینکه عددی مرکب باشد؟

$$\frac{4}{10} = \text{احتمال اول بودن} > \frac{6}{10} = \text{احتمال مرکب بودن}$$



وقتی یک سکه را می اندازیم، قبل از آنکه به زمین برسد

نمی دانیم چه پیش می آید؛ یعنی روی سکه می آید یا پشت آن!

اما می دانیم که دو حالت ممکن است پیش آید: روی سکه یا

پشت سکه! از آنجا که این دو حالت مشابه اند، پس امکان اینکه

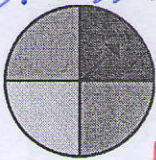
روی سکه یا پشت آن بیاید، برابر است و چون در یک حالت

از این دو حالت ممکن، روی سکه می آید، پس احتمال اینکه

روی آن بیاید $\frac{1}{2}$ است. به همین ترتیب، احتمال اینکه پشت

سکه هم بیاید، $\frac{1}{2}$ است.

(۴) احتمال هر یک از رنگ های آبی، قرمز، زرد و سبز



۲- در هر یک از موارد زیر، حالت های هم شانس را بنویسید.

الف) عقربه چرخنده را می چرخانیم.

ب) تاسی را می اندازیم. هر کدام از اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶

۳- معلم از دانش آموزان پرسید: «یک مهره را به طور تصادفی از کیسه ای که در آن سه مهره

سبز و یک مهره سفید است، بیرون می آوریم. چند حالت هم شانس می تواند رخ دهد؟»

احتمال اینکه مهره سبز خارج شود بیشتر است یا اینکه مهره سفید است

بلافاصله شایان پاسخ داد: «دو حالت: سبز، سفید»

سپس علی برای آنکه بتواند پاسخ سؤال را بدهد،

مهره های سبز را شماره گذاری کرد و پاسخ داد:

«چهار حالت: سبز ۱، سبز ۲، سبز ۳، سفید»

به نظر شما پاسخ کدام یک درست است؟ چرا؟

جواب علی درست است، حالت سبز و سفید هم شانس نیست

ولی اگر مهره ها را شماره گذاری کنیم احتمال اینکه هر کدام خارج شود

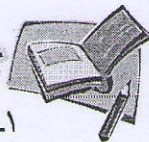
$$\frac{1}{4} = \text{احتمال هر کدام} \text{ برابر است}$$

- ۴- در آزمایش مربوط به فعالیت ۱ با توجه به اینکه ۱۰ کارت داریم پس بیرون آمدن هر یک از عددهای روی کارت‌ها هم شانس هستند حالا به سؤال‌ها پاسخ دهید:
- الف) در چند تا از آنها عدد روی کارت، اول است؟ $\frac{4}{10}$
- ب) در چند تا از آنها عدد روی کارت، مرکب است؟ $\frac{6}{10}$
- ج) احتمال هر یک از اتفاق‌ها (پیشامد)های زیر را پیدا کنید:
- $\frac{4}{10}$ = احتمال آنکه عدد روی کارت، اول باشد. $\frac{6}{10}$ = احتمال آنکه عدد روی کارت، مرکب باشد.

برای اینکه احتمال رخ دادن یک پیشامد را بیابیم، تعداد حالت‌های منجر به آن اتفاق را بر تعداد کل حالت‌ها تقسیم می‌کنیم:

$$\text{احتمال رخ دادن یک پیشامد} = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد همه حالت‌های ممکن}}$$

کارد در کلاس



- ۱- پنج توپ کوچک با شماره‌های ۱ تا ۵ را داخل یک جعبه ریخته‌ایم. احمد یکی از آنها را به طور تصادفی از جعبه خارج می‌کند. قرار است اگر عدد توپ زوج بود، جایزه بگیرد. احتمال اینکه احمد جایزه بگیرد چقدر است؟ $\frac{2}{5}$ = احتمال زوج بودن
- ۲- حمید می‌داند دوستش در خرداد به دنیا آمده است اما نمی‌داند چه روزی! احتمال اینکه دوست حمید در روز ۱۵ خرداد به دنیا آمده باشد، چقدر است (خرداد ۳۱ روز دارد).؟ $\frac{1}{31}$
- ۳- برای هر یک از موارد زیر یک مثال بنویسید.
- الف) پیشامدی که احتمال رخ دادن آن صفر باشد. **یک تاس را بیندازید، عددی بزرگتر از ۶ بیاید** $\frac{0}{6}$
- ب) پیشامدی که احتمال رخ دادن آن کمتر از $\frac{1}{4}$ باشد. **یک تاس را بیندازید، عددی مرکب بیاید** $\frac{2}{6}$
- ج) پیشامدی که احتمال رخ دادن آن $\frac{1}{4}$ باشد. **یک تاس را بیندازید، عددی زوج بیاید** $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
- د) پیشامدی که احتمال رخ دادن آن بیشتر از $\frac{1}{4}$ باشد. **یک تاس را بیندازید، عددی بزرگتر از دو بیاید** $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
- ه) پیشامدی که احتمال رخ دادن آن یک باشد. **یک تاس را بیندازید، عددی کوچک‌تر از ۶ بیاید** $\frac{5}{6}$

عبارت زیر را بخوانید؛ درستی یا نادرستی آن را مشخص کنید و دلیل این تشخیص را در چند جمله بنویسید.

«احتمال رخ دادن یک پیشامد برابر با صفر، یک یا عددی بین صفر و یک است.» **درست**

۱۲۹

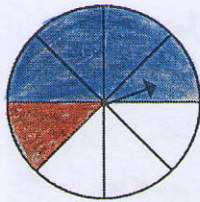
به هیچ وجه رخ ندهد برابر صفر است
اگر حتماً رخ دهد برابر یک است
و بقیه حالت‌ها هم عددی بین صفر و یک است

$$1 = \text{احتمال رخ ندادن آن اتفاق} + \text{احتمال رخ دادن یک اتفاق}$$



۱- الف) عقره چرخنده زیر را می چرخانیم. احتمال هریک از حالت های زیر را پیدا کنید و در جدول بنویسید.

نایستد	بایستد	
$\frac{7}{8}$	$\frac{1}{8}$	عقره روی نارنجی
$\frac{4}{8}$	$\frac{4}{8}$	عقره روی آبی
$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{8}$	عقره روی سفید



هم سانس

$$\frac{7}{8} + \frac{1}{8} = 1$$

$$\frac{4}{8} + \frac{4}{8} = 1$$

$$\frac{5}{8} + \frac{3}{8} = 1$$

ب) حاصل جمع دو عدد هر سطر جدول را به دست آورید. چرا حاصل جمع ها با هم برابرند؟ چون کل حالت های موجود را در بر می گیرند

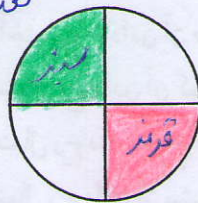
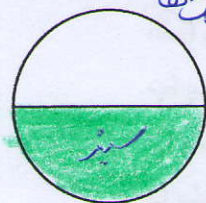
ج) احتمال رخ دادن یک پیشامد $\frac{3}{10}$ است. احتمال رخ ندادن آن چقدر است؟ چرا؟

$$1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10} \quad \text{احتمال رخ ندادن آن}$$

۲- الف) هر یک از چرخنده های زیر را طوری رنگ کنید که احتمال ایستادن عقره

روی رنگ سفید برابر $\frac{1}{4}$ باشد.

$$\text{احتمال} = \frac{\text{تعداد قسمت های سفید}}{\text{تعداد کل قسمت ها}}$$



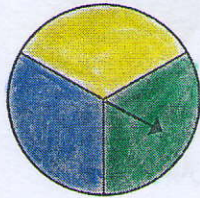
$$\frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$$

ب) بین این فعالیت و تساوی کسرها چه ارتباطی وجود دارد؟

۳- از یک کیسه حاوی ۵ مهره، مهره ای را به طور تصادفی بیرون می آوریم. احتمال

سبز بودن مهره، $\frac{3}{10}$ است.

$$\frac{3 \times 5}{10 \times 5} = \frac{15}{50} \Rightarrow \text{۱۵ مهره سبز داریم}$$



۱- عقربه شکل چرخنده روبه رو را ۳۰۰ بار می چرخانیم.
عبارت های درست را با ✓ و عبارت های نادرست را با × مشخص کنید.

(الف) عقربه ۱۰۰ بار روی زرد می ایستد. **نادرست** ×

(ب) انتظار داریم عقربه تقریباً ۱۰۰ بار روی آبی بایستد. **درست** ✓

(ج) انتظار داریم تعداد دفعاتی که عقربه روی هر یک از این سه رنگ می ایستد، دقیقاً برابر باشد. **نادرست** ×
۲- تاسی را می اندازیم؛ احتمال هر یک از پیشامدهای زیر را حساب کنید.

(الف) مضرب ۵ بیاید. $\frac{1}{6}$

(ب) شمارنده ۶ بیاید. $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

(ج) ۷ یا بیشتر بیاید. **صفر**

۱، ۲، ۳، ۴

۳- سی مهره با شماره های ۱ تا ۳۰ را در گردونه ای ریخته ایم. مهره ای را به طور تصادفی از گردونه خارج می کنیم. احتمال هریک از حالت های زیر را به دست آورید:

(الف) فرد بودن عدد روی مهره $\frac{15}{30} = \frac{1}{2}$

(ب) مضرب ۵ بودن عدد روی مهره $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$

(ج) اول بودن عدد روی مهره $\frac{4}{30} = \frac{2}{15}$

۴- احتمال هر یک از پیشامدهای زیر را با توجه به چرخنده زیر به دست آورید.



(الف) عقربه چرخنده روی سبز بایستد. $\frac{3}{8}$

(ب) عقربه چرخنده روی آبی بایستد. $\frac{3}{8}$

(ج) عقربه چرخنده روی قرمز بایستد. $\frac{2}{8}$

۵- در یک کیسه تعدادی مهره رنگی وجود دارد. می خواهیم مهره ای را به طور تصادفی از آن بیرون بیاوریم. می دانیم احتمال سبز بودن مهره $\frac{3}{8}$ است.

(الف) احتمال سبز نبودن مهره را حساب کنید. $\frac{5}{8}$
(ب) آیا می توانید تعداد مهره های درون پاکت را پیدا کنید؟ چرا؟ **خیر** $8 - 3 = 5$

۶- یک سکه در چهار پرتاب پشت سر هم رو آمده است. فکر می کنید اگر بار پنجم آن را

بیندازیم، چه می آید؟ چرا؟ **رو یا پشت** چون اگر سکه ای را پرتاب کنیم

احتمال رو آمدن و پشت آمدن هر کدام $\frac{1}{2}$ است

$$S = \{(پ, پ), (پ, ر), (ر, پ), (ر, ر)\}$$

بررسی حالت های ممکن

	هر دو، رو	یکی رو، یکی پشت
در ۲۰ آزمایش	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
در ۸۰ آزمایش	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

۱- سارا، ستاره و محدثه یک بازی طراحی کرده اند. آنها دو سکه را هم زمان می اندازند. اگر هر دو، رو آمد، سارا امتیاز می گیرد و اگر هر دو، پشت آمد، ستاره. اگر هم، یکی رو و یکی پشت آمد، محدثه امتیاز می گیرد.

فکر می کنید این بازی عادلانه است؟ یعنی شانس امتیاز گرفتن بازیکن ها با هم مساوی است؟ **خیر**

۲- دو سکه بردارید و ۲۰ بار آزمایش کنید.

نتایج ۲۰ آزمایش را با رسم چوب خط در جدول ثبت کنید.
نتایج آزمایش خودتان را با نتایج سه هم گروهی تان جمع کنید و با استفاده از نتایج مربوط به ۸۰ آزمایش، درستی فکرتان را بررسی کنید.

آیا نتیجه آزمایش ها، پاسخ شما به فعالیت ۱ را تأیید می کند؟ **بله**

۳- در جدول زیر، حالت های ممکن در پرتاب دو سکه نشان داده شده است. با توجه به این جدول، احتمال امتیاز گرفتن هر کدام از بازیکن ها را محاسبه کنید.

سکه دوم سکه اول		
	رو - رو	رو - پشت
	پشت - رو	پشت - پشت

$$\text{احتمال اینکه یک سکه رو بیاید و یک سکه پشت} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{احتمال اینکه هر دو سکه رو بیایند} = \frac{1}{4}$$

$$\text{احتمال اینکه هر دو سکه پشت بیایند} = \frac{1}{4}$$

حالا دوباره به سؤال فعالیت ۱ پاسخ دهید و برای پاسختان

دلیل بیاورید. **چون احتمال یک سکه رو و یکی پشت**

کار در کلاس **بیاید بیشتر است و منصفانه نیست**

محمد می خواست یک شاخه گل رز برای مادرش و یک شاخه هم برای پدرش بخرد. در گل فروشی تعداد زیادی گل رز به رنگ های سفید، قرمز و صورتی بود.

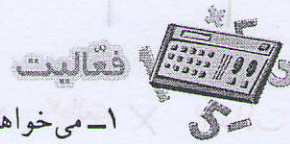
گل مادر گل پدر	سفید	قرمز	صورتی
سفید	س - س	س - ق	س - ص
قرمز	ق - س	ق - ق	ق - ص
صورتی	ص - س	ص - ق	ص - ص

او دو شاخه گل را به طور تصادفی و به ترتیب برای مادر و پدرش برداشت.

الف) همه حالت های ممکن را به کمک جدول پیدا کنید.

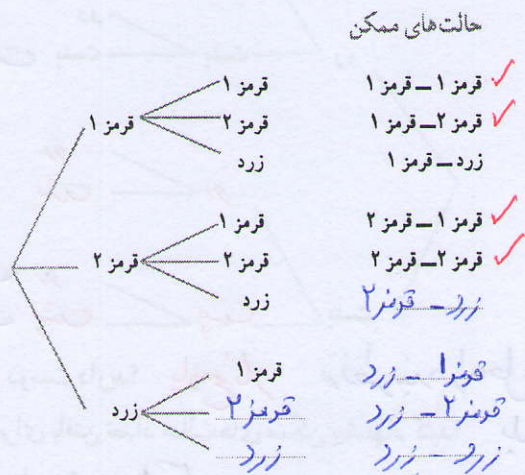
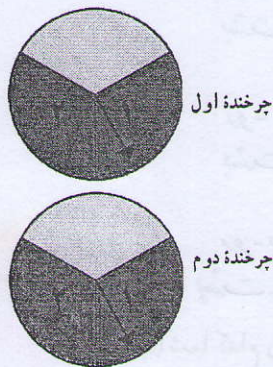
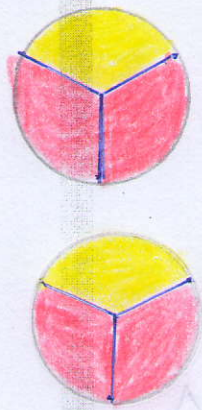
ب) در چند تا از این حالت ها دست کم یکی از گل ها سفید است؟

۱۳۳ **حالت**



۱- می خواهیم عقربه های دو چرخنده زیر را بچرخانیم و رنگی را که عقربه ها روی آن می ایستند، یادداشت کنیم.

الف) با کامل کردن نمودار درختی، همه حالت های ممکن را پیدا کنید.



کل حالت های ممکن $3 \times 3 = 9$

$\frac{4}{9}$

ب) احتمال اینکه هر دو عقربه روی رنگ قرمز بایستند، چقدر است؟
 ۲- سه سکه را هم زمان انداختیم. پارسا و عرفان هر کدام با یک روش، همه حالت های ممکن را نوشته و تعداد حالت ها را یافته اند.
 الف) راه حل هر دو را کامل کنید.

سکه اول \ سکه دوم		
	رو - رو	رو - پشت
	رو - رو - رو رو - رو - پشت	رو - پشت - رو رو - پشت - پشت
	پشت - رو - رو پشت - رو - پشت	پشت - پشت - رو پشت - پشت - پشت

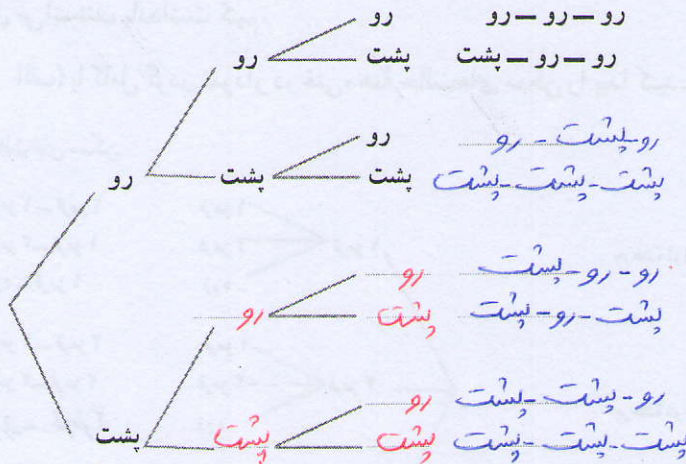
راه حل عرفان

۱۳۳

سکه سوم	سکه دوم	سکه اول	سکه سوم	سکه دوم	سکه اول
رو	رو	پشت	رو	رو	رو
پشت	رو	پشت	پشت	رو	پشت
رو	پشت	رو	پشت	پشت	پشت
پشت	پشت	پشت	پشت	پشت	پشت

راه حل پارسا

حالت های ممکن = ۸ $\times$ حالت ۳ $\times$ حالت ۲ $\times$ حالت ۲ = ۸



ب) شما کدام راه حل را بیشتر دوست دارید؟ **پارسا** به نظر بنده راه حل پارسا بهتر است

پارا

ج) آیا می توانید روش دیگری برای یافتن تعداد حالت های ممکن پیشنهاد کنید؟ بله

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

د) تعداد حالت های ممکن چند تا است؟ ۸

ه) احتمال اینکه هر سه سکه رو بیاید، چقدر است؟ $\frac{1}{8}$

و) احتمال اینکه دقیقاً دو سکه رو و یکی پشت بیاید، چقدر است؟ $\frac{3}{8}$

تمرین



۱- در یک کارخانه دوچرخه سازی دو مدل دوچرخه تولید می شود: دوچرخه جاده

و دوچرخه کوهستان. در این کارخانه هر نوع دوچرخه در سه رنگ (زرد، قرمز و آبی)

نوع دوچرخه

رنگ

اندازه

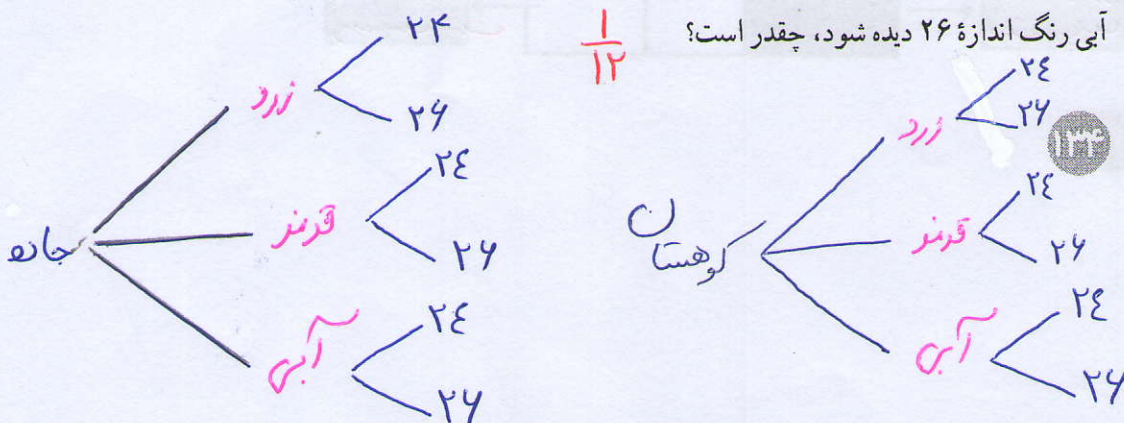
و دو اندازه (۲۴ و ۲۶) تولید می شود.

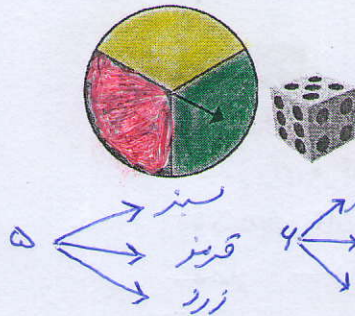
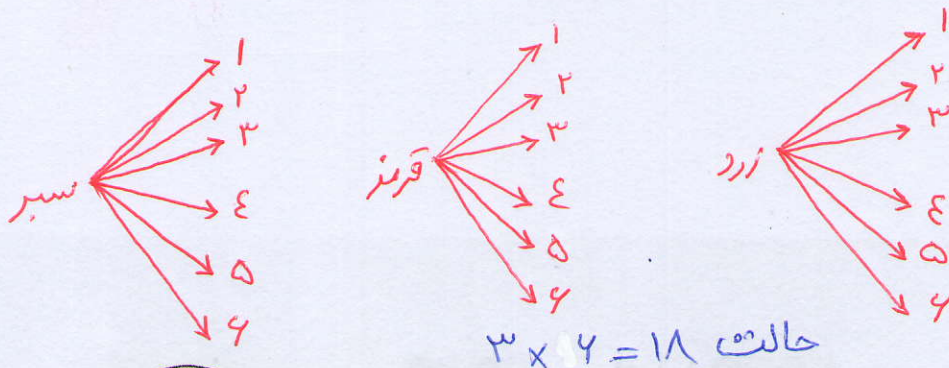
الف) چند نوع دوچرخه مختلف در این کارخانه تولید می شود؟ $2 \times 3 \times 2 = 12$

ب) در نشریه تبلیغاتی این کارخانه، در هر صفحه عکس یکی از این دوچرخه ها آمده است. علی

یکی از صفحه ها را به طور تصادفی انتخاب می کند. احتمال اینکه در این صفحه دوچرخه کوهستان

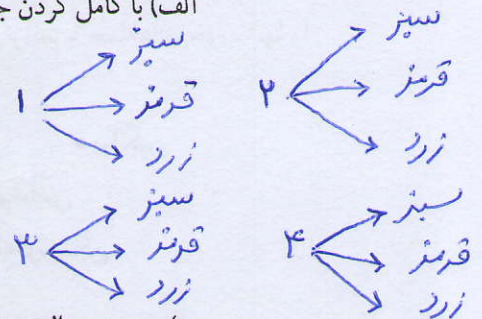
آبی رنگ اندازه ۲۶ دیده شود، چقدر است؟ $\frac{1}{12}$





۲- عقربه چرخنده مقابل را می چرخانیم و تاسی را می اندازیم.
الف) با کامل کردن جدول، همه حالت های ممکن را پیدا کنید.

تاس	۱	۲	۳	۴	۵	۶
چرخنده						
سبز						
قرمز						
زرد						



ب) در چند حالت عقربه روی قرمز ایستاده است و تاس عددی زوج را نشان می دهد؟ **سه حالت**

(قرمز، ۲) و (قرمز، ۴)

۳- قفلی داریم که رمز آن عددی یک رقمی است. (این رقم می تواند ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ یا ۹ باشد).

الف) احتمال اینکه با یک حدس بتوانیم رمز قفل را پیدا کنیم، چقدر است؟ $\frac{1}{10}$

ب) اگر یک رقم دیگر به رمز اضافه کنیم، این احتمال چه تغییری می کند؟ $\frac{1}{100}$

ج) اگر یک رقم دیگر به رمز اضافه کنیم، این احتمال چه تغییری می کند؟ $\frac{1}{1000}$

د) دو تاس را می اندازیم: **نکته: رمز دورقی شود**



حالت $4 \times 4 = 16$

باین

الف) با رسم جدول مناسب، همه ۳۶ حالت ممکن را پیدا کنید.

ب) احتمال اینکه یکی از تاس ها ۳ و تاس دیگر ۵ بیاید، چقدر است؟ $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

ج) احتمال اینکه هر دو تاس ۵ بیاید، چقدر است؟ $\frac{1}{36}$

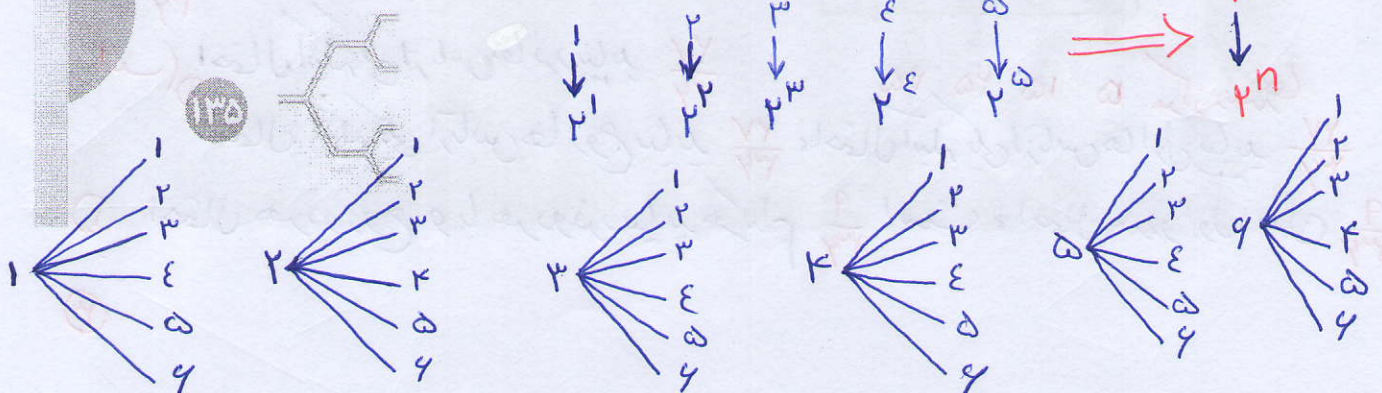
د) پاسخ قسمت های ب و ج را با هم مقایسه کنید و دلیل تفاوتشان را بنویسید.

در قسمت ب دو حالت و در قسمت ج یک حالت ممکن است اتفاق بیفتد

۵- دو سکه را می اندازیم. احتمال اینکه دست کم یکی از آنها رو بیاید، چقدر است؟ $\frac{3}{4}$

۶- لوله های انشعاب آب به هر قسمت که برسند، دوشاخه می شوند.

پس از طی کردن ۵ قسمت چند خروجی خواهیم داشت؟ با عدد توان دار نشان دهید. $2^5 = 32$



مرور فصل ۸

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند مطمئن شوید که می‌توانید با جمله‌های خود، آنها را تعریف کنید و برای هر کدام مثالی بزنید.

- دسته‌بندی داده‌ها
- مرکز دسته
- فراوانی
- میانگین
- آمار
- احتمال
- نمودار درختی
- حالت‌های هم‌شانس
- جدول حالت‌های ممکن

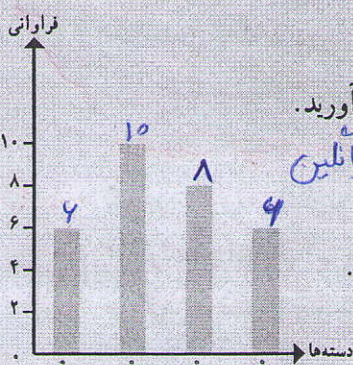
در این فصل، روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود خلاصه درس را بنویسید.

- دسته‌بندی داده‌های زیاد و پراکنده
- محاسبه میانگین داده‌های دسته‌بندی شده
- پیدا کردن احتمال یک پیشامد
- یافتن همه حالت‌های ممکن به کمک جدول
- یافتن همه حالت‌های ممکن به کمک نمودار درختی

کاربرد

آمار و احتمال در زندگی روزمره کاربرد وسیعی دارد. به کمک اطلاعات آماری و با درک مفهوم احتمال می‌توانیم وقوع رخدادهایی چون بارندگی، سیل و بارش برف را پیش‌بینی کنیم.

تمرین‌های ترکیبی



۱- با توجه به نمودار مقابل، میانگین داده‌ها را به دست آورید.

$$\bar{x} = \frac{۳۰ + ۱۵۰ + ۲۰۰ + ۲۱۰}{۳۰} = \frac{۵۹۰}{۳۰} \approx ۱۹.۶$$

۲- دو تاس را می‌اندازیم.

الف) تعداد حالت‌های هم‌شانس ممکن را به دست آورید.

ب) احتمال اینکه هر دو تاس ۱ بیاید، چقدر است؟

۳۶ حالت هم‌شانس $\Rightarrow$ *

$\rightarrow \frac{۱}{۳۶}$

الف) ۱) احتمال اینکه یکی از تاس‌ها فرد بیاید $\frac{۲۷}{۳۶}$

۲) احتمال اینکه یکی از تاس‌ها زوج بیاید $\frac{۲۷}{۳۶}$

۳) احتمال هر دو زوج و یا هر دو فرد بیاید هر کدام $\frac{۹}{۳۶}$ است، احتمال هر دو اول آمدن $\frac{۹}{۳۶}$

۳