



بخش آموزش رسانه تفریحی سنتر

کلیک کنید  www.tafrihicenter.ir/edu

 نمونه سوال  گام به گام

 امتحان نهایی  جزوه

 دانلود آزمون های آزمایشی

متوسطه اول : هفتم ... هشتم ... نهم

متوسطه دوم : دهم ... یازدهم ... دوازدهم

www.tafrihicenter.ir

دسته بندی داده ها

۲- جدول داده ها

۳- خوب خط

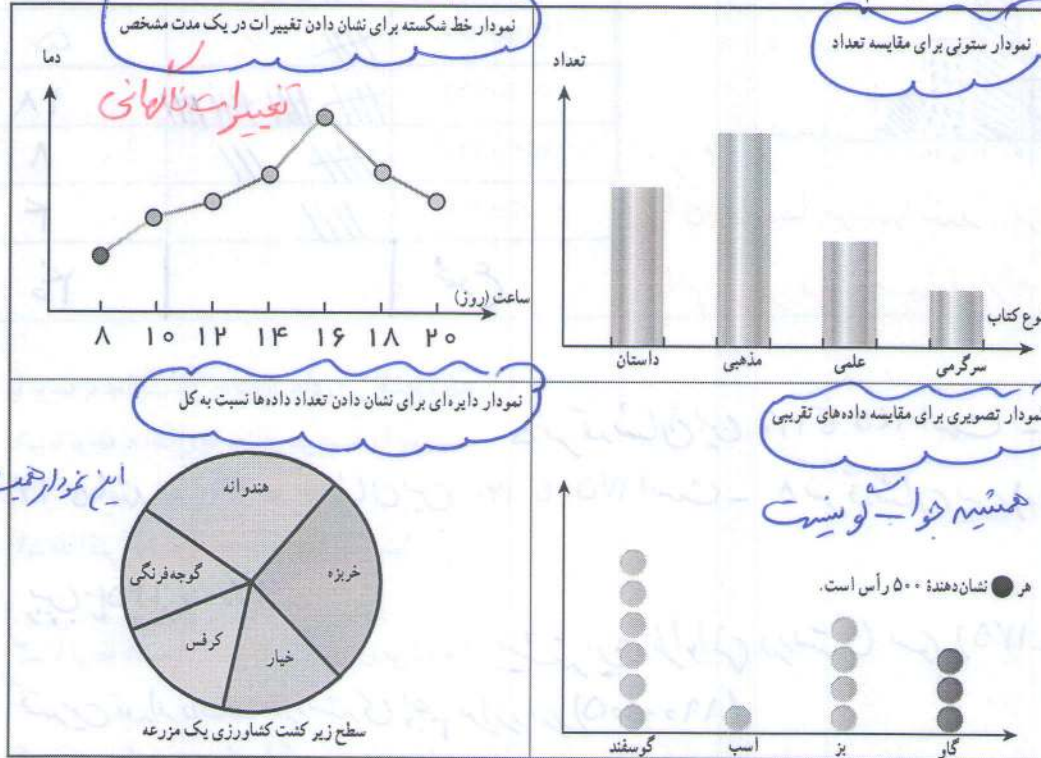
۴- انواع نمودارها

علم آمار

بررسی

در دوره دبستان با علم آمار که علم جمع آوری، سازمان دهی، تحلیل و تفسیر اطلاعات (داده ها) است، آشنا شدید. داده ها را با خوب خط سرشماری و در جدول سازمان دهی کردید. سپس با توجه به موضوع و هدف آمارگیری نمودار آن اطلاعات را رسم کردید. در

زیر ۴ نوع نمودار و کاربرد هر کدام یادآوری شده است:



نمودار میله ای

این نمودار همیشه جوابگو نیست

همیشه جوابگو نیست

اگر تعداد داده های جمع آوری شده زیاد باشند، بررسی آنها طولانی و غیر مفید می شود. به همین دلیل داده ها را دسته بندی می کنند و سازمان دهی جدیدی متناسب با آن موضوع آماری و برای کسب نتایج بهتر ارائه می کنند.

در زیر داده های جمع آوری شده در مورد اندازه قد ۴۰ نفر از مردان ساکن یک روستا برحسب سانتی متر مشخص شده

است. ($n=40$)

۱۶۴	۱۶۸	۱۷۳	۱۸۵	۱۵۳	۱۷۴	۱۷۸	۱۹۲	۱۵۰	۱۷۵	۱۶۷	۱۸۴	۱۴۷	۱۸۱
۱۵۱	۱۶۲	۱۶۷	۱۷۳	۱۴۲	۱۶۳	۱۳۸	۱۶۵	۱۳۷	۱۷۱	۱۹۳	۱۶۸	۱۷۰	۱۳۰
۱۶۵	۱۸۳	۱۵۷	۱۷۹	۱۷۶	۱۶۹	۱۷۰	۲۰۵	۱۶۸	۱۷۳	۱۹۰	۱۴۳	۱۳۰	Min

$$\text{دامنه تغییرات} = \text{Max} - \text{Min}$$

کمترین و بیشترین داده را مشخص کنید. به فاصله بین این دو عدد دامنه تغییرات می گویند.

برای دسته بندی داده ها با فاصله مساوی، دامنه تغییرات را بر تعداد دسته ها تقسیم می کنیم تا طول دسته ها به دست آید.

$$\text{طول هر دسته} = \frac{\text{دامنه تغییرات}}{\text{تعداد دسته ها}}$$

در این فعالیت، چون می خواهیم ۵ دسته داشته باشیم، دامنه تغییرات را بر ۵ تقسیم می کنیم.

معنای $130 \leq x < 145$ را توضیح دهید. چه تفاوتی بین $<$ و $\leq$ وجود دارد؟

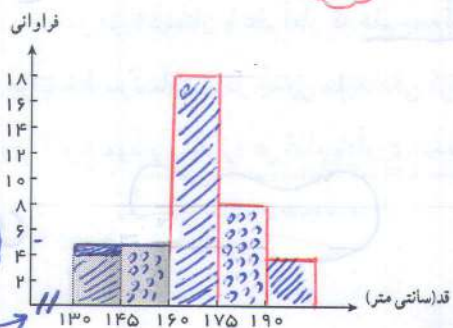
$$\text{طول دسته ها} = \frac{75}{5} = 15$$

۱۲۰ داده هایی که بزرگتر یا مساوی عدد ۱۳۰ است

و کوچکتر از ۱۴۵ است

فعالیت

با توجه به حدود دسته‌ها، با استفاده از چوب خط تعداد داده‌های هر دسته را که به آن فراوانی می‌گویند، تعیین کنید.



فراوانی	چوب خط	حدود دسته‌ها
۵	###	$130 \leq x < 145$
۵	###	$145 \leq x < 160$
۱۸	### ### ### ###	$160 \leq x < 175$
۸	###	$175 \leq x < 190$
۴	###	$190 \leq x < 205$
۳۰	مجموع	

اصطلاح

زمانی که داده‌ها بیشتر باشند در نمودار ستونی ها را به هم می‌چسبانیم و نام نمودار، نمودار مستطیلی (هیستوگرام) است

کار در کلاس

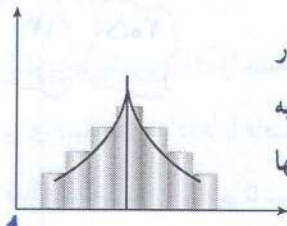
- با توجه به فعالیت بالا به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.
- ۱- با توجه به اندازه‌ها معنای هر دسته را بنویسید.
 - ۲- قد اکثر افراد در چه محدوده‌ای است؟

- ۳- با توجه به نمودار متوجه چه چیزی می‌شوید؟
- ۴- فکر می‌کنید متوسط میانگین قد مردان این روستا در چه دسته‌ای قرار می‌گیرد؟

۵- دانستن این آمار، اطلاعات و نمودار چه کاربردی دارد؟ در برنامه‌ریزی‌ها آینده می‌تواند مورد استفاده قرار بگیرد

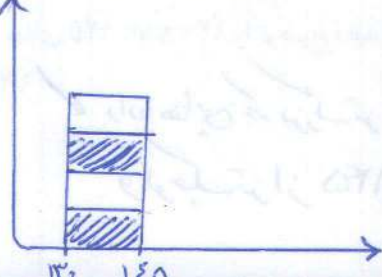
تیم بسکتبال - برای فروشندگانی که می‌خواهند برای فروش سبزه‌ها به این روستا بروند

اگر فراوانی داده‌ها به صورتی باشد که نمودار (بلوکی) متقارن شود، میانگین داده‌ها در دسته وسط قرار می‌گیرد. یکی از ویژگی‌های خلقت و آفرینش این است که اگر پدیده‌های طبیعی مثل قد انسان‌ها، وزن آنها، هوش و استعداد، شدت بزرگی زلزله، طوفان و ... اندازه‌گیری کنند، پس از دسته‌بندی و پیدا کردن فراوانی دسته‌ها نمودار آن را رسم کنند مانند شکل متقارن زیر خواهد شد.



در اصطلاح می‌گویند داده‌ها به صورت طبیعی توزیع شده‌اند. برای مثال در مسئله بالا به همان تعداد مردان قد کوتاه، مردان قد بلند وجود دارد. به طور تقریبی به همان تعداد افرادی که قدشان کمتر از میانگین است افرادی وجود دارند که قد آنها بیشتر از میانگین است.

نمودار ستونی: هر یک از نشان دهنده یک واحد است



۱- میانگین دمای هوا در روزهای مختلف یک منطقه به صورت زیر گزارش شده است :

+۲	+۲	+۴	+۵	+۶	۰	-۱	-۲	۰	-۳	-۷	-۲	-۱	۰	۰
-۱	-۳	-۶	-۷	-۸	+۸	+۷	+۸	+۷	+۶	+۳	+۱	+۲	+۳	+۴
+۲	+۲	-۴	-۲	-۱	۰	-۵	-۳	۰	۰	+۱	+۱	+۴	+۶	+۷

جدول فراوانی داده‌ها را بر اساس سؤالات زیر مشخص و نمودار ستونی را رسم کنید.

$$۱ - (-۱) = ۱۲ \quad \text{دامنه تغییرات}$$

● دامنه تغییرات چقدر است؟

$$۱۲ \div ۴ = ۳ \quad \text{طول هر دسته} \quad \text{● داده‌ها را به چهار دسته تقسیم می‌کنیم، طول هر دسته چقدر است؟}$$

۲- نمرات درس ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس به صورت زیر است. با توجه به دامنه تغییرات آنها را به ۵ دسته مساوی

دسته‌بندی کنید و پس از رسم جدول نمودار ستونی فراوانی هر دسته را رسم کنید. با توجه به نمودار وضعیت این کلاس را توصیف کنید.

۱۶	۱۸	۱۵	۹/۵	۱۲/۵	۱۳	۱۲	۱۳/۵	۱۴	۱۱	۱۳	۹	۸
۱۵	۱۴	۱۹	۱۸/۵	۱۷	۱۵/۵	۱۶/۵	۱۱	۸/۵	۷	۵	۱۳	۱۵
۱۴	۱۰/۵	۱۱/۵	۱۵	۱۸	۱۷	۱۴	۶	۱۲/۵	۲۰	Min		

۳- در یک کارگاه تولید لامپ، ۳۰ لامپ به صورت تصادفی انتخاب و طول عمر آنها بر حسب ساعت اندازه‌گیری شده

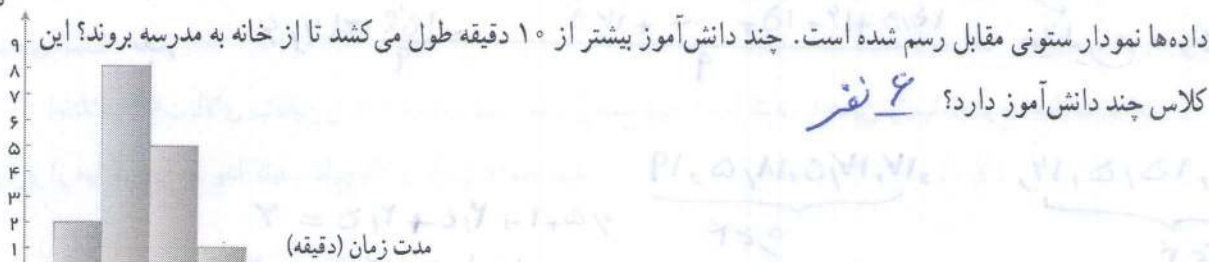
است. داده‌ها را به ۵ دسته با فاصله ۵ ساعت تقسیم کنید و جدول فراوانی و نمودار ستونی آن را رسم کنید.

۱۵۶	۱۵۹	۱۶۵	۱۶۳	۱۶۱	۱۵۷	۱۵۴	۱۵۷	۱۶۸	۱۷۲	۱۶۳	۱۵۸	۱۵۷	۱۶۱	۱۷۱
۱۶۳	۱۶۸	۱۶۷	۱۵۹	۱۵۲	۱۵۳	۱۵۸	۱۵۷	۱۶۹	۱۷۰	۱۵۳	۱۶۹	۱۵۸	۱۶۵	۱۵۶

$$\text{طول هر دسته} = ۲۰$$

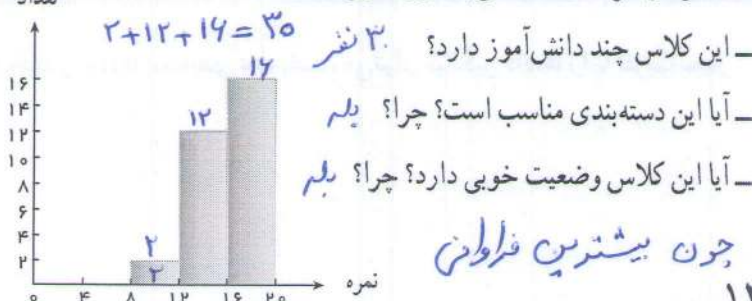
۴- از دانش‌آموزان یک کلاس مدت زمانی که طول می‌کشد تا از خانه به مدرسه بروند، سؤال شده و پس از دسته‌بندی

تعداد دانش‌آموز



کلاس چند دانش‌آموز دارد؟ ۴ نفر

۵- نمودار نمرات یک کلاس به صورت زیر است.



این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟ ۳۰ نفر $۲+۱۲+۱۶=۳۰$

آیا این دسته‌بندی مناسب است؟ چرا؟ بلم

آیا این کلاس وضعیت خوبی دارد؟ چرا؟ بلم

چون بیشترین فراوانی

۱۲۲

در دسته ۱۶-۲۰ قرار دارد

$$\frac{۲۰-۵}{۵} = ۴ \quad \text{طول هر دسته}$$

پس از اینکه داده‌های آماری در جدول سازماندهی شد و نمودارهای مختلف به درک بهتر آن اطلاعات کمک کردند، می‌توان از رابطه‌های مختلف مثل محاسبه میانگین داده‌ها نیز برای کامل‌تر شدن نتایج حاصل از داده‌ها برای تحلیل و تفسیر بهتر آنها استفاده کرد. در دوره ابتدایی با میانگین گرفتن آشنا شدید. میانگین تعدادی داده عددی از مجموع آنها تقسیم بر تعداد به دست می‌آید.

۱- نمرات ریاضی یک دانش‌آموز ۱۷، ۱۸، ۱۵، ۱۷، ۱۹ است. میانگین نمرات او را حساب کنید.

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} = \bar{X} = \frac{S}{n}$$

۲- میانگین نمرات ۷ درس یک دانش‌آموز ۱۶/۵ است. اگر نمرات دو درس دیگر او که ۱۷ و ۱۵ شده است، به آنها اضافه شود، میانگین جدید را پیدا کنید.

$$115,5 + 15 + 17 = 147,5 \quad \text{مجموع}$$

$$147,5 \div 9 = 16,38 \quad \text{میانگین جدید}$$

آیا می‌توان میانگین دو نمره ۱۵ و ۱۷ را پیدا کرده (۱۶ می‌شود) و سپس میانگین ۱۶ و ۱۶/۵ را حساب کرد؟ چرا؟

$$\frac{15 + 17}{2} = 16$$

$$\frac{16 + 16,5}{2} = 16,25$$

$$16,25 \neq 16,38$$

۳- نمرات یک دانش‌آموز به صورت زیر است:

۱۷/۵ ۱۶/۵ ۱۴ ۱۸/۵ ۱۹ ۱۷ ۱۵ ۱۶ ۱۵/۵

میانگین نمرات او را پیدا کنید. چند نمره بالاتر از میانگین و چند نمره پایین‌تر از میانگین قرار می‌گیرند؟ آیا این دو تعداد

مساوی است؟ بله $\frac{149}{9} \approx 16,5$ $\frac{15,5 + 16 + 15 + \dots + 17,5}{9}$ میانگین $\frac{15 + 17}{2} = 16$ و ۴ نمره پایین‌تر

اختلاف نمرات بالای میانگین را با آن حساب کنید. حاصل جمع آنها را پیدا کنید. به همین ترتیب مجموع اختلاف نمرات

۱۹، ۱۸/۵، ۱۷، ۱۷/۵، ۱۶/۵، ۱۶، ۱۵/۵، ۱۵، ۱۴

پایین‌تر از میانگین را هم پیدا کنید. نتایج بالا را با هم مقایسه کنید.

$$5 + 1 + 2 + 2,5 = 10,5$$

$$5 + 1 + 1,5 + 2,5 = 10$$

اگر مقدار داده‌ها زیاد باشند و داده‌ها دسته‌بندی شده باشند، می‌توان میانگین داده‌ها را با تقریب بسیار

خوب به دست آورد.

میانیلین
 $\frac{4499}{\text{€}} = 147,875$
 کنید.

۱- با کمک ماشین حساب میانگین قد ۴۰ نفر را که در درس قبل مطرح شده بود، پیدا کنید.

۲- برای به دست آوردن میانگین هر دسته، مانند دسته $130 \leq x < 145$ ، ابتدا مجموع عددهای ۱۳۰ و ۱۴۵ را به دست

$$\frac{130 + 180}{2} = 155$$

آوردہ، سپس حاصل را بر ۲ تقسیم می کنیم.

۳- اکنون تمام داده‌ها را در این قسمت بنویسید. هر داده را با میانگین دسته‌ای که داده در آن قرار دارد، جایگزین کنید.

برای مثال چون عدد ۱۹۲ در دسته ۲۰۵-۱۹۰ قرار دارد به جای آن عدد ۱۹۷/۵ را که میانگین این دسته است، قرار دهید.

[illegible]

۴- چرا در عددهای بالا ۴ تا ۱۹۷/۵ وجود دارد؟ چون تعداد داده‌های این دسته ۴ تا بود

$$\frac{4 \text{ VIO}}{f_2} \approx 14 \text{ V, 1 V O}$$

۵- با توجه به عددهای بالا میانگین ۴۰ عدد جدید را پیدا کنید.

چگونه برای این کار از ضرب استفاده می‌کنید و این ضرب‌ها چه رابطه‌ای با فراوانی جدول دارد؟

۶- میانگین به دست آمده را با میانگین واقعی که با ماشین حساب پیدا کردید، مقایسه کنید. مقدار خطای این روش

$$14V, 1V0 - 14V, 8V0 = 9, K$$

چقدر است؟

با توجه به فعالیت بالا با کامل کردن جدول زیر میانگین داده‌ها را دوباره محاسبه کنید.

میانگین دسته × فراوانی	میانگین دسته	فراوانی	حدود دسته ها
487,5	137,5	4	130 < X < 140
742,5	152,5	5	140 < X < 160
3015	147,5	18	160 < X < 175
1440	112,5	1	175 < X < 190
790	197,5	4	190 < X < 205
4710			مجموع

$$\text{میانگین} = \frac{4710}{F_2} = \frac{147,175}{}$$

۱- میانگین دمای هوا، میانگین نمرات ریاضی کلاس، میانگین ساعات عمر لامپ مربوط به تمرین های قبل را پیدا کنید. از جدول فراوانی استفاده کنید.

۲- جدول زیر را کامل و میانگین را حساب کنید.

متوسط × فراوانی	متوسط دسته	فراوانی	خط نشان	دسته ها
۱۲	۲	۶	//// /	$0 \leq x < 4$
۲۴	۶	۴	////	$4 \leq x < 8$
۸۰	۱۰	۸	/// III	$8 \leq x < 12$
۲۳۸	۱۴	۱۷	/// IIII II	$12 \leq x < 16$
۱۴۲	۱۸	۹	/// IIII	$16 \leq x \leq 20$
۵۱۲		۴۴		جمع

۳- میانگین نمرات زیر را به دست آورید. چه رابطه ای بین این عددها وجود دارد؟ فاصله هر عدد تا میانگین چقدر است؟

۱۱ ۱۲ ۱۲ ۱۳ ۱۳ ۱۳ ۱۴ ۱۴ ۱۵

$$\bar{x} = \frac{117}{9} = 13$$

$$\frac{11+15}{2} = \frac{26}{2} = 13$$

با توجه به رابطه ای که پیدا کرده اید، میانگین عددهای زیر را به دست آورید.

۱۷ ۱۴ ۱۱ ۱۵ ۱۳ ۱۸ ۱۷ ۱۳ ۱۶

$$\bar{x} = \frac{130}{9} = 15$$

$$\frac{12+18}{2} = 15$$

۴- میانگین نمرات ریاضی دانش آموزان یک کلاس که ۳۰ دانش آموز دارد، ۱۷/۲۵ شده است. یکی از دانش آموزان نمره اش



خیلی کم است و در این امتحان نمره ۳/۵ گرفته است؛ در حالی که بقیه دانش آموزان نمره بالای

۱۵ گرفته اند. اگر این دانش آموز را از کلاس کنار بگذاریم، معدل کلاس چند می شود؟ از این

$$\frac{17.25 \times 30 - 3.5}{29} = \frac{517.5 - 3.5}{29} = \frac{514}{29} = 17.72$$

سؤال چه نتیجه ای می گیرید؟

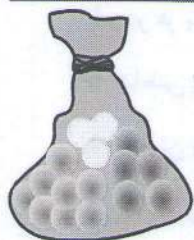
حالا فرض کنید همه دانش آموزان کلاس نمره کمتر از ۱۴ گرفته اند و معدل کلاس ۳۰

نفره ۱۰/۲۵ شده است. به جز یک دانش آموز که نمره ۲۰ گرفته است. اگر این دانش آموز را

$$\frac{30 \times 10.25 - 20}{29} = \frac{307.5 - 20}{29} = \frac{287.5}{29} \approx 9.9$$

کنار بگذاریم معدل کلاس چند می شود؟

نتیجه می گیریم نمرات بالا و پایین تاثیر زیادی روی میانگین دارند



۱- در یک کیسه ۵ مهره قرمز، ۳ مهره سفید و ۸ مهره آبی وجود دارد. اگر بدون نگاه کردن به داخل کیسه

یک مهره را در بیاوریم، چه رنگی خواهد داشت؟ چرا؟

زیرا از مهره رنگ قرمز در کیسه ما نگاه نمی کنیم

اولین مهره ای که از کیسه در آوریم، به رنگ آبی بود. آن را داخل کیسه می گذاریم و دوباره یک مهره را

بیرون می آوریم. این بار احتمال اینکه دوباره آبی بیاید بیشتر است یا اینکه قرمز بیاید؟ چرا؟

آبی بیشتر است

۲- یک سکه را یک بار می اندازیم، چند حالت ممکن است اتفاق بیفتد؟ دو حالت، پشت یا رو

«اگر بار اول سکه رو آمد، بار دوم حتماً پشت می آید.» آیا این جمله درست است؟ چرا؟ خیر

زیرا در بار دوم هم شانس رو یا پشت آمدن یکی است

«امروز هوا ابری است، احتمال دارد باران بیارد.» «شانس آوردم همه سؤال های امتحان را قبل از آزمون خوانده بودم.»

از این جملات روزانه زیاد استفاده می کنیم. کلماتی مثل احتمال، شانس، بخت و اقبال به صورت های مختلف در زندگی

روزمه ما به کار می روند. شما هم چند مثال بیاورید. بیرون آوردن مهره از داخل کیسه، رو یا پشت آمدن سکه یک پیشامد

تصادفی یا اتفاقی است چون ما در نتیجه آنها نقشی نداریم. وقتی یک سکه را می اندازید، تعداد پیشامدهای ممکن ۲ است و

بالاخره یکی از آن دو اتفاق می افتد. شانس ابر را ب می کنیم، احتمال اینکه شانس بیاورم.

آلردر قرعه کشی برنده شوم، ماشین می خرم

۱- در هر یک از موارد زیر یک پیشامد توصیف شده است. مشخص کنید چه امکانی برای وقوع (اتفاق افتادن) دارد.

احتمال دارد	قطعاً اتفاق می افتد
☐	☒
☐	☐
☐	☐
☐	☒
☐	☐
☐	☐
☐	☐
☒	☐

● یک انسان بدون داشتن قلب و مغز زندگی نمی کند. قطعی است

● هوا سرد است و از ابرهای خاکستری یکدست پوشیده شده است؛ پس برف می آید. احتمال دارد

● یک سکه را انداختیم، رو می آید. احتمال دارد

● ظرفیت یک ماشین سواری ۵ نفر است. قطعی است (تقریباً قطعی)

● من درس هایم را خوانده ام و برای امتحان کاملاً آماده ام؛ پس امتحان ریاضی را ۲۰ می شوم.

● فصل بهار است، هوا کمی ابری است ولی احتمال دارد باران بیاید.

● در یک کیسه ۴ مهره آبی و سفید است. احتمال اینکه یک مهره به رنگ قرمز دربیاید.

امکان ندارد



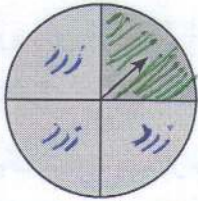
۱- در هر یک از مثال های زیر تمام حالت های ممکن را بنویسید.

• انداختن یک سکه : رو - پشت

• انداختن یک تاس : ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶

• حالت هایی که برای روشنایی یک لامپ برق اتفاق می افتد : روشن - خاموش

• در داخل یک کیسه مهره های سبز، زرد و آبی به تعداد مساوی وجود دارد. حالت های ممکن برای یک مهره که از



کیسه بیرون می آید : سه حالت (سبز، زرد، آبی)

• رنگی که عقربه پس از چرخیدن و ایستادن روی آن می ایستد. سبز - زرد

۲- وقتی دو تاس را بیندازیم، برای مثال ممکن است ۳ و ۵ بیاید. این حالت را به صورت (۳، ۵) و اگر ۵ و ۳ بیاید را با

(۱، ۱)، (۱، ۲)، (۱، ۳)، (۱، ۴)، (۱، ۵)، (۱، ۶)، (۲، ۱)، (۲، ۲)، (۲، ۳)، (۲، ۴)، (۲، ۵)، (۲، ۶)، (۳، ۱)، (۳، ۲)، (۳، ۳)، (۳، ۴)، (۳، ۵)، (۳، ۶)، (۴، ۱)، (۴، ۲)، (۴، ۳)، (۴، ۴)، (۴، ۵)، (۴، ۶)، (۵، ۱)، (۵، ۲)، (۵، ۳)، (۵، ۴)، (۵، ۵)، (۵، ۶)، (۶، ۱)، (۶، ۲)، (۶، ۳)، (۶، ۴)، (۶، ۵)، (۶، ۶)

(۵، ۳) نشان می دهیم. تمام پیشامدهای ممکن پس از انداختن دو تاس را بنویسید.

از چه راهبردی برای حل این مسئله استفاده می کنید؟ آگنوسازی

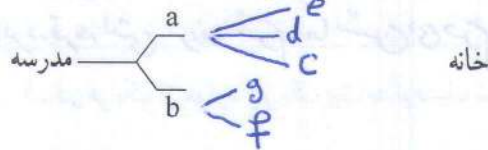
چرا از این راهبرد استفاده کردید؟ گنداری نویسیم و جانندازیم

۳- وقتی حمید می خواهد از مدرسه به خانه برگردد، چندین راه مختلف برای او وجود دارد. برای سادگی کار نام

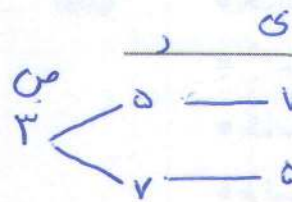
کوچه ها و خیابان ها را با حروف بیان می کنیم. حمید از مدرسه که خارج شود، می تواند از خیابان a یا b حرکت کند. اگر از

خیابان a برود، از ۳ کوچه c و d و e می تواند به خانه برسد. و اگر از راه b برود، باید از یکی از کوچه های f و g برود تا به خانه

برسد. تمام حالت های ممکن برای رفتن از مدرسه به خانه را با کامل کردن شکل زیر بنویسید. چند حالت ممکن است اتفاق



بیفتد؟ ۵ حالت



تمام حالات ممکن را برای هر یک از موارد زیر پیدا کنید.

• اعداد سه رقمی که در آنها رقم های ۳ و ۵ به کار رفته است (بدون رقم تکراری).

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

• حالت های مختلف برای اینکه از داخل کیسه ای که حاوی ۳ مهره به رنگ های آبی و قرمز و سبز، مهره ای خارج کنیم.

۱ مهره → ۳ حالت (آبی، قرمز یا سبز)

(یک یا دو یا سه مهره می توانیم خارج کنیم.)

۲ مهره → ۳ حالت

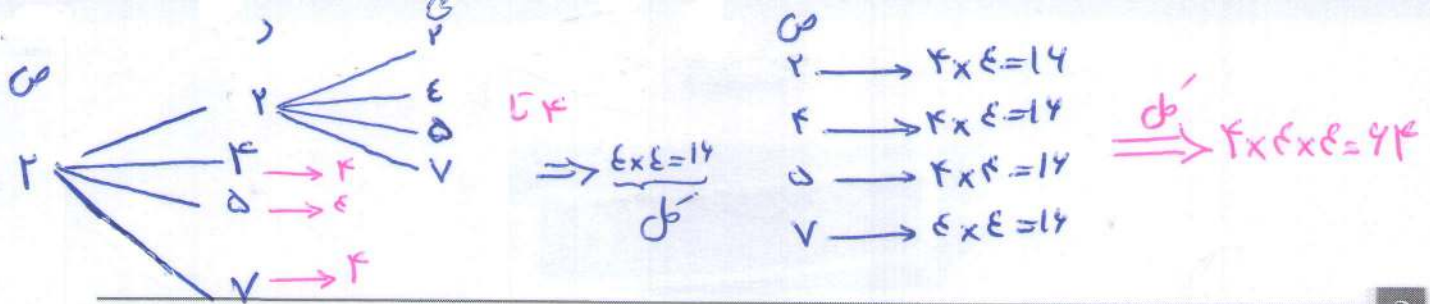
• حالت های ممکن از پرتاب یک سکه و یک تاس.

(سبز و قرمز)، (سبز و آبی)، (قرمز و آبی)

۱۲۷

۳ مهره → ۱ حالت

تاس	سکه
۱	س
۲	س
۳	س
۴	س
۵	س



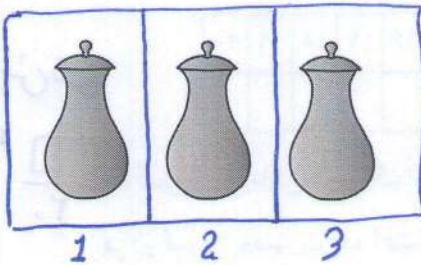
۱- تعداد عددهای ۳ رقمی را که با رقم‌های ۲، ۵، ۷، ۴ می‌توان ساخت، پیدا کنید. اگر هر عدد تکراری نداشته

باشد، چه کسری از این عددها زوج هستند؟

۲- تعداد کلمات دو حرفی را که با سه حرف a، b و c می‌توان ساخت، پیدا کنید. *یکای از*

۳- یک ماشین ۴ چرخ و یک چرخ اضافه (زاپاس) دارد. به چند حالت ممکن است که این چرخ‌ها پنجر باشند؟ *حالت ۵*

۴- در سه ظرف زیر شکر، نمک و چای قرار دارد. به چه حالت می‌توان این سه ظرف را در این سه مکان قرار داد؟ *اصلاح شود*



۱	۲	۳
ش	ن	ج
ش	ج	ن
ن	ش	ج
ن	ج	ش

۱	۲	۳
ج	ش	ن
ج	ن	ش

۶ حالت می‌توان
جای داد

۵- به چند حالت می‌توان کره، مربا، پنیر و گردو را در ۴ قسمت ظرف مقابل قرار داد؟



$$(4-1)! = 3! = 6$$

$$\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{4} = 6$$

هر حالت ۴ بار
تکرار می‌شود

۶- اگر یک سکه را بیندازیم، یا پشت یا رو می‌آید. در چهار پرتاب متوالی یک سکه، هر ۴ بار رو آمده است. فکر

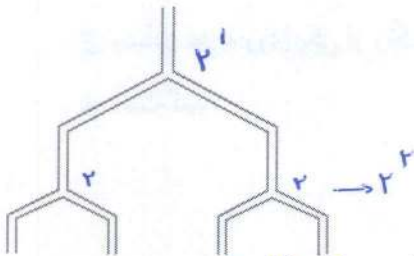
می‌کنید اگر بار پنجم سکه را بیندازیم چه می‌آید؟ چرا؟ *پا رو یا پشت*

الف) این بار حتماً پشت می‌آید. *نادرست* ب) این بار هم رو می‌آید. *نامرست* ج) احتمال رو یا پشت آمدن مساوی

است. *درست* زیرا برای بار پنجم نیز برای هر دو حالت شانس مساوی داریم

۷- لوله‌های انشعاب آب به هر قسمت که برسند، دو شاخه می‌شوند، پس از طی کردن ۵ قسمت چند خروجی خواهیم

داشت؟ با عدد توان دار نشان دهید.



$$2^5 = 32 \text{ خروجی}$$

$$1 \times 12 = 12$$

$$4 \times 3 = 12$$

$$2 \times 4 = 12$$

$$6 \times 2 = 12$$

$$3 \times 4 = 12$$

$$12 \times 1 = 12$$

۸- ۱۲ مهره داریم. به چند صورت می‌توان این ۱۲ مهره را به دسته‌های مساوی تقسیم کرد؟ *حالت ۶*

به چند حالت می‌توان به دو دسته تقسیم کرد؟ *حالت ۶* (۱،۱۱)، (۲،۱۰)، (۳،۹)، (۴،۸)، (۵،۷)، (۶،۶)

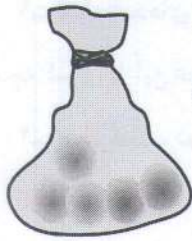
۸ مهره را به چند صورت می‌توان به سه دسته تقسیم کرد؟

(همراه با نظم و ترتیب فکر کنید و با راهبرد الگوسازی تمام حالت‌های ممکن را به دست آورید. هیچ دسته‌ای نمی‌تواند ۰ تا

۱	۲	۳
۱	۱	۶
۱	۲	۵
۱	۳	۴

$\Rightarrow$ حالت ۵

مهره داشته باشد.)



۱- در داخل یک کیسه ۳ مهره آبی و ۲ مهره قرمز قرار دهید (می توانید از نخود و لوبیا استفاده کنید). بدون نگاه کردن به داخل کیسه یک مهره خارج و رنگ آن را در جدول زیر یادداشت کنید. مهره را سر جاییش بگذارید و این آزمایش را ۲۰ بار تکرار کنید.

آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
رنگ																				

آزمایش شود
 $\frac{3}{20}$

چه کسری از آزمایش ها به رنگ آبی درآمد؟ چه کسری از مهره ها به رنگ آبی است؟ هر دو کسر را به صورت عدد اعشاری بنویسید و با هم مقایسه کنید.

قرمز
 $\frac{3}{5}$
 آبی

هر ۵ دانش آموز نتایج آزمایش های خود را با هم جمع کنند. از مجموع ۱۰۰ بار چند بار قرمز است؟

اکنون بنویسید چه کسری از آزمایش ها به رنگ آبی درآمد؟ چه کسری از مهره ها به رنگ آبی است؟

آبی
 $\frac{3}{5}$

بله
 $\frac{3}{100}$

حالا دو کسر را مقایسه کنید. آیا به هم نزدیک شده اند؟

اگر آزمایش ۱۰۰ دانش آموز (یعنی ۲۰۰ بار) را بنویسید، آیا این کسرها به هم نزدیک تر می شوند؟

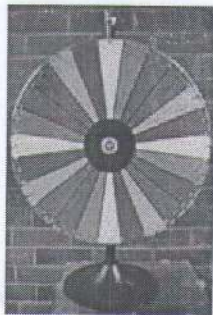
وقتی بخواهیم از داخل کیسه بالا یک مهره خارج کنیم، از چند مهره می توانیم یکی را انتخاب کنیم؟

۵ مهره

چند تا از آن مهره ها آبی است؟ ۳ چه کسری از مهره ها آبی است؟

$\frac{3}{5}$

هر چه تعداد آزمایش ها بیشتر شود جواب به $\frac{3}{5}$ نزدیک تر شود



۲- یک صفحه چرخنده به شکل مقابل است. هر بار صفحه یا عقربه را می چرخانیم و پس

از ایستادن عقربه روی یکی از رنگ ها قرار می گیرد. این آزمایش را ۲۰ بار انجام دهید و نتیجه را یادداشت کنید.

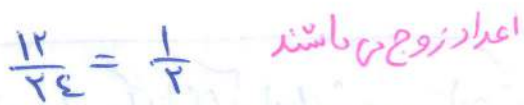
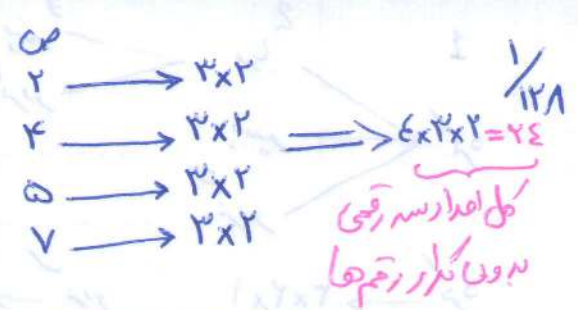
آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
رنگ																				

۵ نفر نتایج خود را با هم جمع کنند. تعداد نتیجه آزمایش به رنگ سبز: قرمز: آبی:

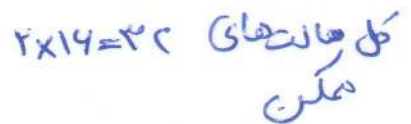
چه کسری از شکل به رنگ سبز است؟ $\frac{1}{6}$ چه کسری از آزمایش ها به رنگ سبز درآمد؟

آیا این دو کسر به هم نزدیک شده اند؟

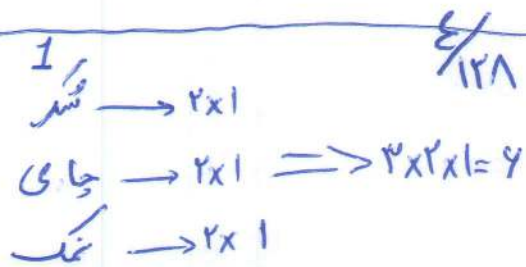
تعداد سبز
 $\frac{1}{6}$
 ۱۲۹ ۱۵۰

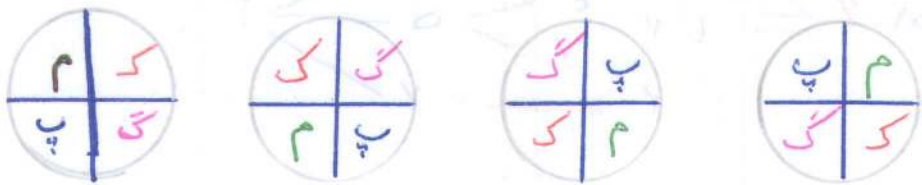
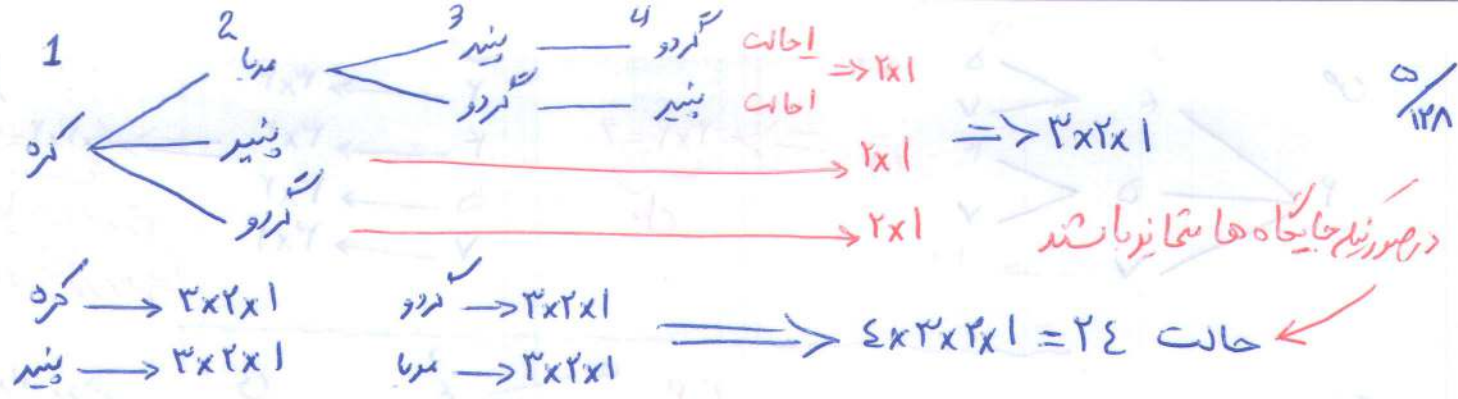


$$\begin{array}{c}
 & b \\
 a & \swarrow \searrow \\
 & c
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 a \rightarrow r \\
 b \rightarrow r \\
 c \rightarrow r
 \end{array}
 \Rightarrow r \times r = \gamma$$



جیح پنجم جیح چہارم جیح سوم جیح دوم جیح اول
 ۵،۱ ۵،۱ ۵،۱ ۵،۱ ۵،۱
 ۲ ۲ ۲ ۲ ۲



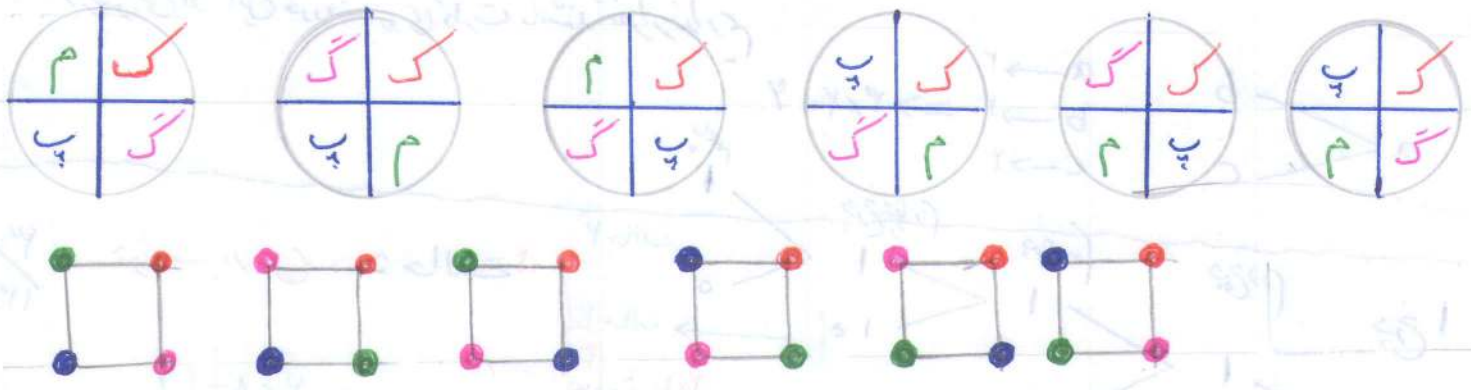


این ۴ حالت یکی می باشند
 پس هر حالت ۴ بار تکرار می شود
 $24 \div 4 = 6$

حالت $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$

در هر رنگ ما در جایگذاری آزاد داریم و بتوانیم کشمش را استفاده کنیم

راه حل برای دانش آموزان (راهنما در رسم شکل)



در ریاضی احتمال اتفاق افتادن یک پیشامد برابر است با نسبت تعداد اتفاق افتادن آن پیشامد به تمام حالت‌های ممکن برای اتفاق افتادن آن پیشامد. احتمال اتفاق افتادن پیشامد a را با P_a ، تعداد حالت‌های ممکن بر اتفاق افتادن پیشامد a را با $n(a)$ و تعداد پیشامدهای ممکن را با $n(s)$ نمایش می‌دهیم. پس:

$$P_a = \frac{n(a)}{n(s)}$$

- ۱- وقتی یک سکه را می‌اندازیم، احتمال رو آمدن آن $\frac{1}{2}$ و احتمال پشت آمدن آن $\frac{1}{2}$ است.
- وقتی یک تاس را می‌اندازیم احتمال این که عدد ۱ بیاید $\frac{1}{6}$ ، عدد ۲ بیاید $\frac{1}{6}$ و عدد ۶ بیاید $\frac{1}{6}$ است.
- ۲- وقتی یک تاس را می‌اندازیم احتمال این که عدد زوج بیاید، چند است؟
- $$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$
- چون ۲، ۴ یا ۶ اعداد زوج هستند.
- $n(\text{زوج آمدن}) = 3$
- چون تاس می‌تواند ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ یا ۶ بیاید.
- $n(\text{تمام حالت‌ها}) = 6$
- پس:
- $$P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

۳- چرا احتمال وقوع یک پیشامد عددی بین ۰ و ۱ است؟

و اگر صد درصد اتفاق بیفتد احتمال آن برابر ۱ است

پس احتمال وقوع یک پیشامد عددی بین صفر و یک است

در هر یک از موارد زیر احتمال وقوع هر پیشامد را بنویسید و احتمال‌ها را با هم جمع کنید.

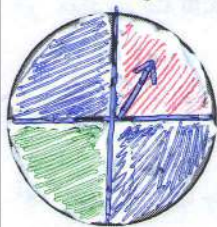
انداختن سکه:

$$\begin{aligned} \text{احتمال رو آمدن} &= \frac{1}{2} \\ \text{احتمال پشت آمدن} &= \frac{1}{2} \end{aligned} \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

انداختن تاس:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

ایستادن عقربه روی یک رنگ



$$\begin{aligned} \text{احتمال رنگ سبز} &= \frac{1}{4} \\ \text{احتمال رنگ قرمز} &= \frac{1}{4} \\ \text{احتمال رنگ آبی} &= \frac{2}{4} \end{aligned} \rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = 1$$

چه نتیجه‌ای از این فعالیت می‌گیرید؟

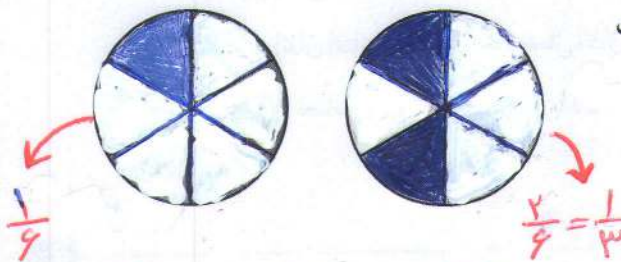
مجموع احتمال‌های وقوع تمام پیشامدها برابر ۱ می‌شود

۱- دو هدف تیراندازی به شکل مقابل است. احتمال اینکه تیر در قسمت

آبی بخورد، در کدام هدف بیشتر است؟ چرا؟

در هدف سمت راست احتمال تیر در قسمت آبی بخورد

بیشتر است زیرا $\frac{1}{3} > \frac{1}{6}$



۲- در هر کدام از کیسه های مقابل فقط یک مهره سیاه هست و بقیه

سفیدند. اگر یک مهره از هر کیسه برداشته شود، احتمال اینکه سیاه باشد در

کدام یک بیشتر است؟ چرا؟ در کیسه اول که مهره دارد احتمال

بیشتری دارد چون $\frac{1}{10} > \frac{1}{100} > \frac{1}{1000}$



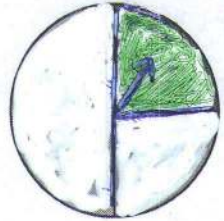
$\frac{1}{10} > \frac{1}{100} > \frac{1}{1000}$

۳- یک صفحه چرخنده به صورت مقابل است. اگر آن را ۱۰۰۰ بار

اصلاح شود

بچرخانیم، به احتمال زیاد چند بار روی رنگ سبز قرار می گیرد؟ چرا؟

۲۵۰ بار زیرا $\frac{1}{4}$ سبز رنگ است



۴- نه مهره را که روی آنها عددهای ۱ تا ۹ نوشته شده است، در کیسه ریخته ایم. مریم یک مهره را از کیسه بیرون

می آورد. احتمال این که مهره خارج شده زوج باشد چقدر است؟

$\frac{4}{9}$

۲، ۴، ۶، ۸

احتمال این که مهره خارج شده مضرب ۳ باشد، چقدر است؟

$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

۵- در یک کیسه تعدادی مهره است. $\frac{1}{6}$ آنها سبز، $\frac{1}{12}$ آنها زرد، $\frac{1}{4}$ آنها سفید و $\frac{1}{4}$ آنها آبی هستند. اگر فردی بدون

$\frac{1}{2} > \frac{1}{4} > \frac{1}{6} > \frac{1}{12}$

نگاه کردن به داخل کیسه مهره ای را بیرون بیاورد، احتمال بیرون آمدن کدام رنگ بیشتر است؟ چرا؟ سفید

۶- دانشگاهی ۱۲۰۰ دانشجوی دارد (دختر و پسر). یک نمونه ۱۰۰ نفری از دانشجویان این دانشگاه به طور تصادفی

انتخاب می شوند. در این نمونه ۴۵ دانشجوی پسر وجود دارد. به احتمال زیاد تعداد دانشجویان پسر این دانشگاه چند نفر

$\frac{45}{100} = \frac{x}{1200} \Rightarrow x = 540$ پسر

است؟

۷- از یک بسته که ۳۰۰ لامپ در آن است، ۱۰۰ لامپ به طور تصادفی برای آزمایش خارج می کنیم. اگر ۵ لامپ از

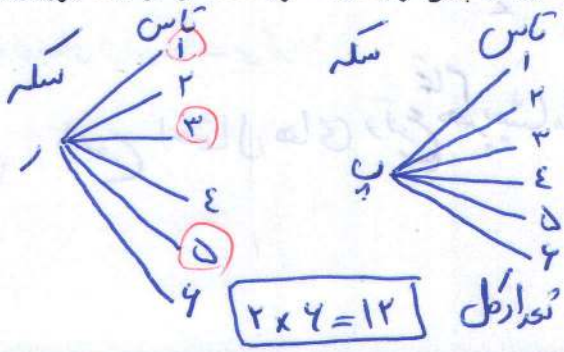
$\frac{100}{300} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = 15$

این تعداد سوخته باشد، احتمالاً چند لامپ سوخته در کل بسته وجود دارد؟

۸- یک سکه و یک تاس را با هم انداخته ایم. احتمال اینکه سکه رو و تاس عدد فرد را نشان دهد، چقدر است؟

۹- در یک کیسه ۱۰ لوبیای قرمز، ۵ لوبیای سفید و ۵ لوبیای چیتی قرار دارد. اگر یک دانه را از کیسه بیرون بیاوریم،

احتمال این که لوبیا چیتی باشد، چقدر است؟



$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

$\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک

مثال بزنید:

- آمار • داده • دامنه تغییرات • حدود دسته • متوسط دسته • فراوانی
- در این فصل روش اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.
- دانستن کاربرد هریک از نمودارها • پیدا کردن فراوانی تعدادی داده‌ها پس از دسته‌بندی کردن آنها
- رسم نمودار بلوکی • درک مفهوم توزیع نرمال یا طبیعی داده‌ها در یک پدیده طبیعی
- پیدا کردن میانگین چند عدد • پیدا کردن میانگین داده‌ها پس از دسته‌بندی آنها
- درک مفهوم پیشامد • نوشتن تمام پیشامدهای ممکن
- درک مفهوم احتمال اتفاق افتادن یک پیشامد • پیدا کردن تمام حالت‌های ممکن برای وقوع یک پیشامد
- احتمال ریاضی یک پیشامد • پیدا کردن احتمال یک پیشامد با نوشتن رابطه آن
- احتمال یک پیشامد عددی بین ۰ و ۱ است. • مجموع احتمال‌ها برابر ۱ می‌شود.

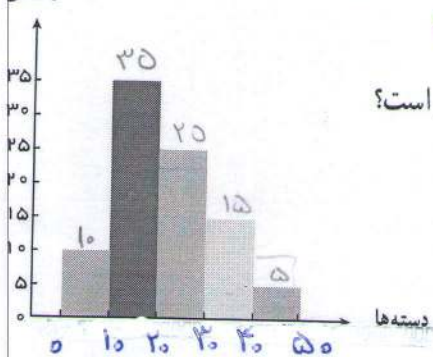
کاربرد

درس آمار و احتمال در زندگی روزمره کاربرد وسیعی دارد. به کمک کارهای آماری و با درک مفهوم احتمال می‌توانیم وقوع

پیشامدها را پیش‌بینی کنیم
$$\text{میانگین} = \frac{10 \times 5 + 35 \times 10 + 25 \times 20 + 15 \times 30 + 5 \times 40}{90} = \frac{1950}{90} \approx 21\frac{2}{3}$$

تمرین‌های ترکیبی

فراوانی



در صورتی که بتوانید تمرین‌های زیر را انجام دهید، مطمئن شوید که این فصل را به‌خوبی فرا گرفته‌اید.

۲۱/۶

۱- با توجه به نمودار بلوکی مقابل میانگین داده‌ها را به‌دست آورید.

۲- دو تاس را با هم می‌اندازیم. احتمال این که یکی فرد و یکی زوج بیاید، چقدر است؟

$$4 \times 4 = 16$$

کل حالت‌ها

$$3 \times 3 = 9$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$\Rightarrow 4 + 9 = 13 \Rightarrow \frac{13}{36} = \frac{1}{3}$$

چون دو حالت هست یک بار اولی فرد

۱۳۲

دومی زوج باشد و حالت بعدی اولی زوج و دومی فرد باشد

اصلاحیه