



بخش آموزش رسانه تفریحی سنتر

کلیک کنید  www.tafrihicenter.ir/edu

 نمونه سوال  گام به گام

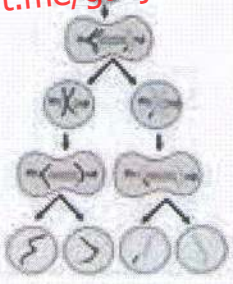
 امتحان نهایی  جزوه

 دانلود آزمون های آزمایشی

متوسطه اول : هفتم ... هشتم ... نهم

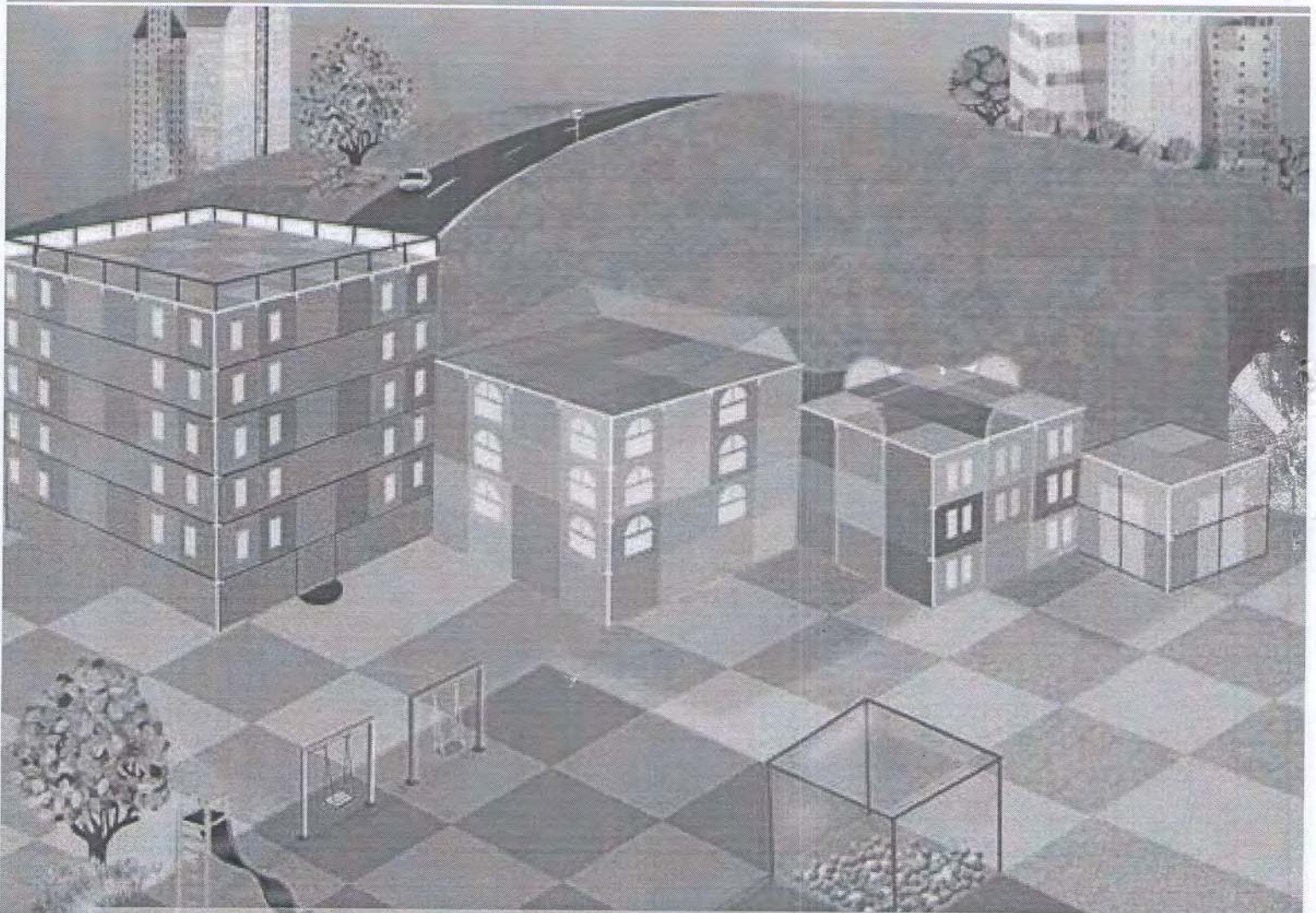
متوسطه دوم : دهم ... یازدهم ... دوازدهم

www.tafrihicenter.ir



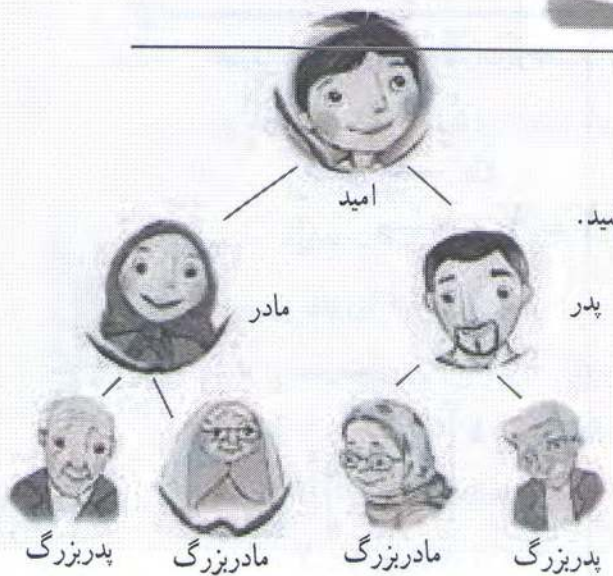
توان و جذر

فصل ۸



وقتی یک سلول به سلول‌های دیگر تبدیل می‌شود و این عمل تکرار می‌گردد، در مدت کوتاهی تعداد سلول‌ها به سرعت افزایش پیدا می‌کنند. رشد تعداد سلول‌ها به صورت توانی است. شاید به همین علت است که جراحی پوست در مدت کوتاهی ترمیم می‌شود و سلول‌های جدید جایگزین سلول‌های مرده می‌شوند.

- تعریف توان
- محاسبه عبارت‌های توان‌دار
- ساده کردن عبارت‌های توان‌دار
- جذر و ریشه



۱- امید می‌داند که نوه چهار نفر است. این چهار نفر پدر بزرگ‌ها و مادر بزرگ‌های امیدند. او می‌خواهد بداند که نتیجه چند نفر است؟
(به فرزند نوه، نتیجه می‌گویند). امید برای پاسخ سؤال خود شکل زیر را کشید.

پدر و مادرها نسبت خوشیاوندی ندارند

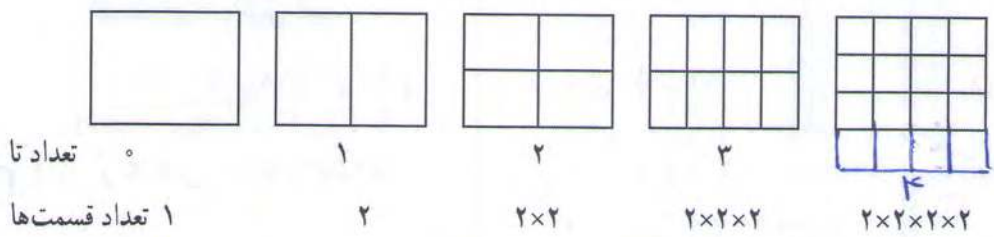
الف) شکل را کامل کنید و با استفاده از آن بگویید که امید نتیجه چند نفر است؟
ب) به نظر شما تعداد افرادی که امید نبیره آنها است، چند نفرند؟ (به فرزند نتیجه، نبیره می‌گویند).
ج) جدول زیر را کامل کنید. برای محاسبه تعداد از ماشین حساب نیز می‌توانید کمک بگیرید.

تعداد در نسل n ام چند نفر است
 $(2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2) = 2^n$

امید
فرزند
نوه
نتیجه
نبیره

تعداد	روش محاسبه	بستگان امید
۲	۲	پدر و مادر
۴	2×2	پدر بزرگ و مادر بزرگ
۸	$2 \times 2 \times 2$	نسل سوم
۱۶	$2 \times 2 \times 2 \times 2$	نسل چهارم
۱۲۸	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$	نسل هفتم

۲- یک کاغذ را چند بار تا می‌زنیم و هر بار تعداد قسمت‌هایی را که کاغذ تقسیم شده است، می‌شماریم. چه الگویی در



تعداد قسمت‌ها می‌بینید؟
اصلا صبر کنید در ریف اضافه شود

$(2 \times 2 \times \dots \times 2) = 2^8$
بار ۸

$2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2 = 1024$
بار ۱۰

$2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2 = 2^n$
بار n

اگر تا زدن را به همین ترتیب ادامه دهیم، در تای هشتم چند تا قسمت خواهیم داشت؟
در تای دهم چند قسمت خواهیم داشت؟
در تای n ام چند قسمت خواهیم داشت؟
چه راهی برای خلاصه کردن عبارت‌های بالا پیشنهاد می‌کنید؟

عبارتی مانند $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ را در ریاضیات برای ساده تر شدن به صورت 2^5 می نویسیم و آن را چنین می خوانیم: ۲ به توان ۵.
در عبارت 2^5 ، ۲ را پایه و ۵ را توان می نامیم. درست شبیه همان کاری که در ساده کردن و خلاصه کردن جمع انجام می دادیم.

$$(2+2+2+2+2 = 5 \times 2)$$

توان $\rightarrow 5$
پایه $\rightarrow 2$
 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$ (بخانیم رو به توان می یخ)

عبارت	شکل ساده شده	خوانده می شود	حاصل
7×7	7^2	هفت به توان ۲	۴۹
$7+7$	2×7	دو ضرب در ۷	۱۴
$2/5 \times 2/5 \times 2/5$	$2/5^3$	دو پنجم به توان ۳	۱۵/۱۲۵
$1 \times 1 \times 1$	1^3	یک به توان ۳	۱
$1+1$	2×1	دو ضرب در ۱	۲
$\frac{5}{3} \times \frac{5}{3}$	$(\frac{5}{3})^2$	پنج سوم به توان ۲	$\frac{25}{9}$

۱- جدول مقابل را کامل کنید.

پس از آن عبارت های زیر را به صورت ساده شده بنویسید.

$$4 \times 4 \times 4 = 4^3$$

$$9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 = 9^5$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^8$$

$$a \times a \times a = a^3 \quad b \times b = b^2$$

۲- عدد های داده شده را مانند نمونه تجزیه کنید و به صورت عدد توان دار بنویسید.

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2$$

$$144 = 2^4 \times 3^2$$

$$200 = 2^3 \times 5^2$$

$$135 = 3^3 \times 5$$

۳- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ در صورت امکان موارد نادرست را اصلاح کنید.

$$4^2 = 64 \quad \times \quad 4^2 = 14$$

$$5^2 = 5 \times 2 \quad \times \quad 5^2 = 25$$

$$(\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9} \quad \checkmark$$

$$2^2 = 3^2 \quad \times \quad 2^2 = 4$$

$$9^2 = 18 \quad \times \quad 9^2 = 81$$

$$(\frac{3}{1})^2 = \frac{4}{11} \quad \times \quad 3^2 = 11$$

$$\frac{3^2}{5} = \frac{9}{25} \quad \times \quad \frac{3^2}{5} = \frac{9}{5}$$

$$5^2 = 25 \quad \times \quad 5^2 = 25$$

$$(\frac{3}{4})^2 = \frac{9}{4} \quad \times \quad (\frac{3}{4})^2 = \frac{9}{14}$$

۴- تساوی ها را کامل کنید.

$$a \times a \times a \times a = a^4$$

$$b^2 = b \times b \times b$$

$$(\frac{a}{b})^2 = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b}$$

$$\frac{a \times a \times a}{b} = \frac{a^3}{b}$$

$$x \times x = x^2$$

$$(y+x)(y+x) = (y+x)^2$$

$$(ab)^2 = ab \times ab$$

$$\frac{x \times x \times x}{y \times y \times y \times y \times y} = \frac{x^3}{y^5}$$

۵- در تکثیر سلول ها، هر سلول به ۲ سلول تقسیم می شود. دوباره هر کدام از آن سلول ها خودشان به ۲ سلول تقسیم

می شوند و این کار ادامه پیدا می کند. جدول زیر را کامل کنید و حاصل را به صورت عدد توان دار بنویسید.

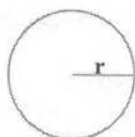
مرحله تکثیر	۱	۲	۳	۴	۷	n
تعداد سلول	۲	2×2	$2 \times 2 \times 2$	$2 \times 2 \times 2 \times 2$	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$	$2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2$
به صورت توان دار	2^1	2^2	2^3	2^4	2^7	2^n

$11^3 = 1331 \rightarrow 4 \quad 3+1=4$

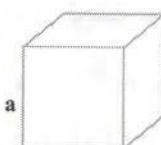
۱- با توجه به شکل های زیر مساحت و حجم های خواسته شده را با عبارت های توان دار جبری نمایش دهید.



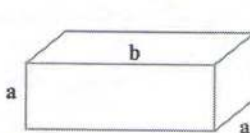
$$S = a \times a = a^2$$



$$S = \pi r^2$$



$$V = a \times a \times a = a^3$$



$$V = a^2 b$$

۲- جمله های کلامی زیر را به صورت عبارت جبری نشان دهید.

$$(a \neq 0)$$

□ هر عدد به توان یک برابر خودش می شود: $a^1 = a$

$$1^a = 1$$

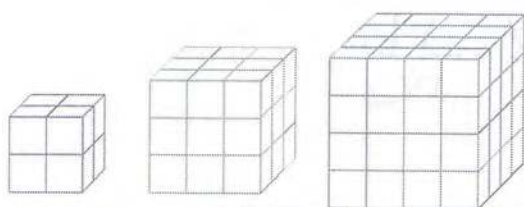
□ یک به توان هر عدد برابر یک می شود:

□ مجذور هر عدد یعنی آن عدد به توان ۲: $a^2 = \text{مجذور } a$

□ مکعب یک عدد یعنی آن عدد به توان ۳: $a^3 = \text{مکعب } a$

$$0^a = 0$$

□ صفر به توان هر عدد به جز صفر برابر است با ۰: $0^a = 0$



۳- تعداد مکعب های کوچک $1 \times 1 \times 1$ را در هر شکل با یک عدد

توان دار نشان دهید. $n^3 = \text{مکعب } n \text{ تایی}$

$2 \times 2 \times 2 = 8$ $3 \times 3 \times 3 = 27$ $4 \times 4 \times 4 = 64$

۴- حاصل هر عبارت توان دار را به دست آورید.

$3^2 = 9$ $4^2 = 16$ $5^2 = 25$ $6^2 = 36$ $7^2 = 49$
 $8^2 = 64$ $9^2 = 81$ $10^2 = 100$ $11^2 = 121$ $12^2 = 144$

مکعب دو = ۸ مکعب یک = ۱
 $\frac{2^3}{5^2} = \frac{8}{25}$ $\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$ $\frac{2^4}{7} = \frac{16}{7}$ $\frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$
 $0.1^2 = 0.01$ $1/1^2 = 1$ $2/1^2 = 2$ $0.5^2 = 0.25$

۵- مقدار عبارت 3^n را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

n	۱	۲	۳	۴
3^n	$3^1 = 3$	$3^2 = 9$	$3^3 = 27$	$3^4 = 81$

۶- حاصل عددهای $2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5$ را به دست آورید و به صورت نمودار ستونی در دفتر خود رسم کنید (باید واحد

مناسبی برای محور عددی رسم کنید). در مورد نحوه رسم هر ستون توضیح دهید، آیا می توانید 2^6 یا 2^7 را در دفتر خود رسم

کنید؟ چرا؟ تقریباً غیر ممکن است یا نه؟

۷- عدد 11^{12} به طور تقریبی چند رقمی است؟ چرا؟

$11^{12} \approx 10^{12} = 1,000,000,000,000$

سپس ۱۳ رقم دارد

$11^{12} = 3,138,105,961,000,000$



ترتیب انجام عملیات را در دوره دبستان آموخته اید. با توجه به درس توان، ترتیب انجام دادن عملیات مختلف ریاضی به صورت (۱) پرانتز (۲) توان (۳) ضرب و تقسیم (۴) جمع و تفریق انجام می شود. با کامل کردن مراحل محاسبه عبارت و همچنین ترتیب انجام عملیات و نحوه نوشتن راه حل توجه کنید.

$$\frac{2^3 \times 4 + 10}{9^2 - 5^2} = \frac{8 \times 4 + 10}{81 - 25} = \frac{32 + 10}{56} = \frac{42}{56} = \frac{3}{4}$$

ساده کردن محاسبه جمع و تفریق محاسبه ضرب محاسبه توان ها

محاسبه های بعدی را کامل کنید.

$$2 \times 3^2 - (2^2 + 2) = 2 \times 9 - (4 + 2) = 9 - 6 = 3$$

$$\frac{10 \div (8 - 6) + 9 \times 4}{25 + 35} = \frac{10 \div 2 + 36}{50} = \frac{5 + 36}{50} = \frac{41}{50}$$

۱- حاصل عبارت ها را به دست آورید.

$$2^5 + 3^2 = 32 + 9 = 41 \quad 2^5 \times 3^2 = 32 \times 9 = 288 \quad 2^5 - 3^2 = 32 - 9 = 23$$

$$2^5 \div 8 = 32 \div 8 = 4 \quad \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{8} = \frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8} \quad 5^2 - 5 \times 2 = 25 - 10 = 15$$

$$= \frac{420 - 14}{100} = \frac{406}{100} \quad \left(\frac{5}{7}\right)^2 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{25}{49} - \frac{4}{25} \quad \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$2^2 - 3^2 + 1^5 = 4 - 9 + 1 = -4 \quad 5^1 + 1^5 + 0^5 = 5 + 1 + 0 = 6$$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ دلیل خود را توضیح دهید.

$$(3+2)^2 = 2^2 + 3^2 \quad \times \quad 25 \neq 13 \quad (4 \times 3)^2 = 3^2 \times 4^2 \quad \checkmark \quad 144 = 9 \times 16 \Rightarrow 144 = 144$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{22}{32} \quad \times \quad \frac{4}{9} \neq \frac{22}{32} \quad 5 \times 6^2 = (6 \times 5)^2 \quad \times \quad 5 \times 36 \neq 30^2 \Rightarrow 180 \neq 900$$

$$2^2 \times 5^2 = 10^2 \quad \times \quad 100 \neq 10000 \quad 2^2 \times 2^2 = 2^4 \quad \checkmark \quad 1 \times 14 = 14$$

۳- نحوه محاسبه را توضیح دهید.

$$2^8 + 8^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 + 8 \times 8 = 256 + 64 = 320$$

۱) چون الیبت اول توان است پس ابتدا حاصل 2^8 را محاسبه می کنیم

۲) و سپس 8^2 را محاسبه می کنیم

۳) حاصل را با هم جمع می کنیم

۱- مانند نمونه عبارت‌های توان‌دار را محاسبه کنید.

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 =$$

$$(-2)^2 = (-2) \times (-2)$$

$$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2)$$

$$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$$

$$(-2)^5 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$$

با توجه به توان‌ها و حاصل عبارت‌ها چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲- عبارت‌های زیر را محاسبه کنید.

اصلاح شود

$$-(2 \times 2 \times 2) = -8$$

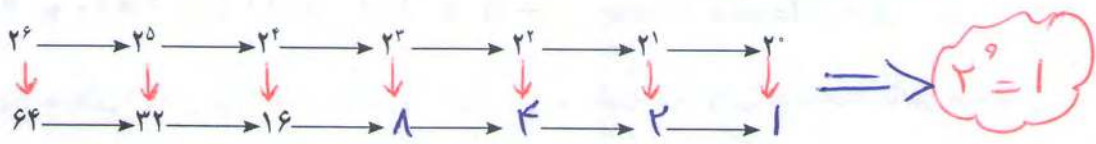
$$-2^3 = 2 \times 2 \times 2 = -8$$

$$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$$

$$-2^4 = -(2 \times 2 \times 2 \times 2) = -16$$

$$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = +16$$

۳- الگوی عددی زیر را کامل کنید.



ارتباط بین عددهای توان‌دار و حاصل آنها را توضیح دهید. اعداد توان‌دار در ردیف اول با عدد مناسب در ردیف دوم

برابری باشد مثال $2^5 = 32$

به نظر شما در جای خالی چه عددی باید نوشت؟

$\Rightarrow 2^0 = 1$

هر عدد توان صفر (بغیر صفر) برابر است با ۱

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$-3^2 = -9$$

$$(-5)^2 = +25$$

$$-1^0 = -1$$

$$(-1)^0 = -1$$

$$(-1)^4 = 1$$

$$-1^4 = -1$$

$$7^0 = 1$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^0 = 1$$

$$(-9)^0 = 1$$

$$5^0 + 1/1^0 = 0 + 1 = 1 \quad 4 + 2^0 = 4 + 1 = 5$$

$$-1^0 = -1$$

$$2^2 = 4$$

$$(-2)^2 = -4$$

$$5^0 = 1$$

۲- در جای خالی علامت < یا = یا > بگذارید.

$$2^0 \bigcirc 2^1$$

$$7^0 \bigcirc 7^1$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 \bigcirc 2^0$$

$$(-2) \bigcirc (-2)^1$$

۱- کدام درست و کدام نادرست هستند؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

$$(3+2)^0 = 2^0 + 3^0 \quad \times$$

$$1 \neq 2$$

$$\left(2\frac{1}{2}\right)^0 > \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \quad \checkmark$$

$$1 > \frac{1}{4}$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^0 + \left(\frac{1}{3}\right)^0 > 1 \quad \checkmark$$

$$1 + 1 > 1$$

$$4 + 2^0 = 6 \quad \times$$

$$5 + 1 \neq 6$$

$$2^0 + 3^0 + 5^0 = 1 \quad \times$$

$$1 + 1 + 1 \neq 1$$

$$4^0 < (-2)^2 \quad \checkmark$$

$$1 < 4$$

۲- الف) حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$2 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 2 \times 10^0 = 2000 + 400 + 70 + 2 = 2472$$

$$5 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 9 \times 10^0 = 5000 + 0 + 10 + 9 = 5019$$

ب) با توجه به تمرین‌های بالا عددهای زیر را به صورت گسترده و سپس توانی نمایش دهید.

$$4235 = 4000 + 200 + 30 + 5 = 4 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 5 \times 10^0$$

$$9207 = 9000 + 200 + 0 + 7 = 9 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 7 \times 10^0$$

۳- به جای n عددهای ۱ تا ۵ را قرار دهید و در عبارت 4^n و n^4 را با هم مقایسه کنید. برای محاسبات از ماشین حساب استفاده کنید.

n	۱	۲	۳	۴	۵
4^n	$4^1 = 4$	$4^2 = 16$	$4^3 = 64$	$4^4 = 256$	$4^5 = 1024$
n^4	$1^4 = 1$	$2^4 = 16$	$3^4 = 81$	$4^4 = 256$	$5^4 = 625$

$$4^1 = 1, 041, 574$$

$$10^4 = 10000$$

برای $n=10$ کدام یک بزرگ‌تر از دیگری است؟

۴- در بعضی از ماشین حساب‌ها کلید توان به صورت زیر استفاده می‌شود. عددهای توان‌دار را محاسبه می‌کنند. برای

مثال 2^3 به صورت زیر محاسبه می‌شود. حالا شما عددهای مختلف را در ماشین حساب وارد و حاصل آنها را ملاحظه کنید. چه

راه دیگری برای پیدا کردن جواب 2^3 وجود دارد؟

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

۵- حاصل عبارت‌ها را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

$$a^2 - b^2 + ab \quad a = -2 \quad b = 2 \Rightarrow (-2)^2 - 2^2 + (-2) \times (2) = 4 - 4 + (-4) = -4$$

$$a^2 - 2b^2 + a^2b \quad a = 1 \quad b = -2 \Rightarrow 1^2 - 2 \times (-2)^2 + 1^2 \times (-2) = 1 - 8 - 2 = -9$$

۱- زهره می خواست مسئله هایی را که معلم داده بود، حل کند. معلم ریاضی خواسته بود که دانش آموزان مساحت مستطیل به طول 2^2 و عرض 2^3 را به دست آورند. زهره به صورت زیر عمل کرد و عبارت ها را به صورت ضرب نوشت.

$$S = a \times b = 2^2 \times 2^3 = \underbrace{2 \times 2}_{\text{مرتبۀ ۲}} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{\text{مرتبۀ ۳}} = 2^5$$

سیمما با مشاهده عبارت زهره به او گفت: هفت تا ۲ ضرب شده است. پس عبارت تو با 2^7 برابر است. نتیجه گیری سیمما

$$2^4 \times 2^3 = 2^7$$

را با یک تساوی نشان دهید.

$$5^2 \times 5^4 = \underbrace{5 \times 5}_{\text{مرتبۀ ۲}} \times \underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5}_{\text{مرتبۀ ۴}} = 5^6$$

۲- مانند نمونه عمل کنید.

$$4^2 \times 4^3 = \underbrace{4 \times 4}_{\text{مرتبۀ ۲}} \times \underbrace{4 \times 4 \times 4}_{\text{مرتبۀ ۳}} = 4^5$$

$$7^2 \times 7^3 = \underbrace{7 \times 7}_{\text{مرتبۀ ۲}} \times \underbrace{7 \times 7 \times 7}_{\text{مرتبۀ ۳}} = 7^5$$

$$x^2 \times x^3 = \underbrace{x \times x}_{\text{مرتبۀ ۲}} \times \underbrace{x \times x \times x}_{\text{مرتبۀ ۳}} = x^5$$

$$a^2 \times a^4 = \underbrace{a \times a}_{\text{مرتبۀ ۲}} \times \underbrace{a \times a \times a \times a}_{\text{مرتبۀ ۴}} = a^6$$

با توجه به تساوی های بالا یک رابطه برای ساده کردن عبارت های توان دار با پایه های مساوی بنویسید.

۳- با توجه به رابطه بالا، مانند نمونه عبارت توان دار را به صورت ضرب ۲ یا چند عبارت توان دار بنویسید.

$$\frac{b^c}{a^b} = \frac{b+c}{a}$$

$$2^7 = 2^5 \times 2^2$$

$$2^7 = 2^4 \times 2^3$$

$$2^7 = 2^2 \times 2^2 \times 2^3$$

$$5^4 = 5^2 \times 5^2$$

$$5^4 = 5^3 \times 5^1$$

$$5^4 = 5^2 \times 5^3 \times 5^4$$

پاسخ ناز است

۱- حاصل عبارت های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$$5^2 \times 5^4 = 5^6$$

$$(-2)^4 \times (-2)^2 = (-2)^6 = 2^6$$

$$(-4)^1 \times (-4)^5 = (-4)^6$$

$$7^2 \times 7 = 7^3$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^5 \times \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^7$$

$$1/5^4 \times \left(\frac{3}{5}\right)^4 = \left(\frac{3}{5}\right)^4$$

۲- با باز کردن عبارت توان دار جواب را ساده تر کنید و محاسبات را مانند نمونه پاسخ دهید.

$$3^4 = 3^2 \times 3^2 = 9 \times 9 = 81$$

$$2^6 = 2^3 \times 2^3 = 8 \times 8 = 64$$

$$5^4 = 5^2 \times 5^2 = 25 \times 25 = 625$$

۳- اگر $2^{10} = 1024$ باشد حاصل 2^{12} را به دست آورید.

$$2^{12} = 2^{10} \times 2^2 = 1024 \times 4 = 4096$$

۱- مانند نمونه عبارت‌ها را باز کرده و دوباره به صورت عدد توان دار بنویسید.

$$2^2 \times 5^2 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 10 \times 10 = 100$$

$$3^2 \times 4^2 = (3 \times 3) \times (4 \times 4) = (3 \times 4) \times (3 \times 4) = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{10}{10} = 1$$

$$a^2 \times b^2 = a \times a \times b \times b = (a \times b) \times (a \times b) = (a \times b)^2$$

$$x^2 \times y^2 = x \times x \times y \times y = (x \times y) \times (x \times y) = (x \times y)^2$$

با مقایسه تساوی‌ها یک قانون کلی برای ساده کردن عبارت‌های توان دار با توان‌های مساوی به دست آورید. پایه‌ها را در هم ضرب کنید.

۲- با قانونی که به دست آوردید، عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$a^m \times b^m = (ab)^m$

$$2^2 \times 3^2 = 6^2$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{1}\right)^2 = 1$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 2^2 = \left(\frac{1}{1}\right)^2 = 1$$

$$(-2)^2 \times (-1)^2 = (+2)^2 = 2^2$$

$$(-2)^2 \times 3^2 = (-6)^2$$

$$x^2 \times y^2 = (xy)^2$$

$$(ab)^2 = a^2 \times b^2$$

$$6^2 = (2 \times 3)^2 = 2^2 \times 3^2$$

۳- به تساوی‌های روبه‌رو توجه کنید.

مانند نمونه‌های بالا عددهای توان دار زیر را باز کنید.

$$10^2 = (2 \times 5)^2 = 2^2 \times 5^2$$

$$10^2 = 2^2 \times 5^2$$

$$12^2 = 2^2 \times 3^2 \times 2^2 = 2^4 \times 3^2$$

$$(xy)^2 = x^2 \times y^2$$

$$(xyz)^2 = x^2 \times y^2 \times z^2$$

$$30^2 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2$$

۱- مانند نمونه عبارت‌های توان دار را تا حد امکان ساده کنید.

$$5^2 \times 5^2 \times 7^2 = 5^4 \times 7^2 = 35^2$$

$$7^2 \times 7^2 \times 9^2 = 7^4 \times 9^2 = 63^2$$

ضرب با توان‌های مساوی ضرب با پایه‌های مساوی

$$2^2 \times 6^2 \times 3^2 \times 4^2 = 12^2 \times 12^2 = 12^4$$

$$(2^2 \times 3^2 \times 5^2) \times (2^2 \times 3^2 \times 5^2) = (2^2 \times 2^2) \times (3^2 \times 3^2) \times (5^2 \times 5^2)$$

$$= 2^4 \times 3^4 \times 5^4 = 30^4$$

$2^a \times 2^b = 2^{a+b}$

۲- عبارت توان دار مقابل را تا حد امکان ساده کنید.

به جای a و b عددهای ۳ و ۵ و یک بار ۴ و ۷ قرار دهید و تساوی‌ها را به صورت عددی بنویسید.

$$2^3 \times 2^5 = 2^8$$

$$2^4 \times 2^7 = 2^{11}$$

$$4 \times 7 = 11$$

$$5 \times 3 = 8$$

۱- یک شرکت برای محوطه سازی، سنگ های مرمر در اندازه های 25×50 سانتی متر خریداری کرده است. سنگ فروش در مجموع ۸۱ متر مربع سنگ به این شرکت فروخته است. ضلع بزرگ ترین مربعی که می توان با این سنگ ها ساخت چند متر است؟

۹ متر است

۲- مساحت یک زمین بازی کودکان که به شکل مربع است، برابر ۱۴۴ متر مربع است. طول ضلع این مربع چند متر است؟

$$10 \times 10 = 100 \quad x \quad 12 \times 12 = 144 \quad \checkmark$$

$$11 \times 11 = 121 \quad x$$

۱۲ متر است

۳- جدول زیر طول ضلع تعدادی مربع و مساحت آنها داده شده است. جاهای خالی را کامل کنید.

طول ضلع	۳	۴	$1/5$	$\frac{2}{5}$	۹	$7/4$	$\frac{11}{6}$	۲۰	$0/9$
مساحت مربع	۹	۱۶	$2/25$	$\frac{4}{25}$	۸۱	$54/16$	$\frac{121}{36}$	۴۰۰	$0/81$

۴- در الگوی عددی زیر آیا عدد ۱۵ قرار می گیرد؟ چرا؟ *خیر، مجذور هیچ عددی ۱۵ نمی شود*

$$1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots, n^2$$

با کمک ماشین حساب، حدس و آزمایش عددی پیدا کنید که بتوان به جای x قرار داد. *وجود ندارد* $x^2 = 15$

در تساوی $3^2 = 9$ ، عدد ۹ را توان دوم یا مجذور عدد ۳ و عدد ۳ را نیز ریشه دوم یا جذر ۹ می نامند. آیا ۳- نیز

$$(-3) \times (-3) = 9$$

ریشه دوم ۹ است؟ چرا؟ *بله*

پس ۳- هم جذر یا ریشه دوم عدد ۹ می باشد

جدول زیر را کامل کنید.

عدد	۹	۲۵	$\frac{1}{4}$	۴۹
ریشه دوم (جذر)	۳ و -۳	۵ و -۵	$\frac{1}{2}$ و $-\frac{1}{2}$	۷ و -۷
رابطه ریاضی	$(-3)^2 = 9$ $3^2 = 9$	$(-5)^2 = 25$ $5^2 = 25$	$(-\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$ $(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$	$(-7)^2 = 49$ $7^2 = 49$

اصلاح سؤ

توان دوم یا مجذور عدد ۳ را با ۳ و توان دوم یا مجذور عدد ۳- را با ۳- نمایش می‌دهیم. برای نمایش ریشه

دوم از نماد $\sqrt{\quad}$ (بخوانید رادیکال) استفاده می‌کنیم.

ریشه‌های دوم عدد ۹ را با $\sqrt{9}$ و $-\sqrt{9}$ نشان می‌دهیم. به عبارت دیگر $\sqrt{9} = 3$ و $-\sqrt{9} = -3$

مثبت

۱- تساوی‌ها را کامل کنید.

$$\begin{array}{llll} \sqrt{16} = 4 & -\sqrt{16} = -4 & \sqrt{36} = 6 & -\sqrt{81} = -9 \\ \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10} & -\sqrt{\frac{9}{25}} = -\frac{3}{5} & \sqrt{49} = 7 & \sqrt{\frac{1}{81}} = \frac{1}{9} \end{array}$$

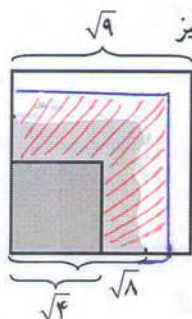
۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست هستند؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

$$\begin{array}{llll} \sqrt{25} = 5 & \sqrt{25} > 5 \times & \sqrt{25} = 5 \checkmark & \sqrt{25} = 5 \times 2 \times \\ \sqrt{25} = 5^2 \times & \sqrt{25} = -5 \times & -\sqrt{25} = -5 \checkmark & \sqrt{25} < 5 \times \end{array}$$

در این درس منظور از جذر همان جذر مثبت به عدد است

فعالیت

۱- مربع به مساحت‌های ۴، ۸ و ۹ سانتی متر مربع در شکل زیر نمایش داده شده است. طول ضلع‌های مربع‌ها نیز



شکل اصلاح سؤ

$$\sqrt{4} < \sqrt{8} < \sqrt{9}$$

مشخص شده است. با کمک شکل عبارت را کامل کنید.

$$\sqrt{9}$$

به نظر شما به کدام یک از این دو عدد نزدیک‌تر است؟

۲- به کمک روش فوق و با توجه به سطر اول جدول زیر، جذر تقریبی عددهای داده شده را به دست آورید و جدول را

کامل کنید.

مربع کامل قبلی	عدد	مربع کامل بعدی	جذر تقریبی
۴	۵	۹	$\sqrt{5}$ بین عددهای ۲ و ۳ است
۱۶	۱۷	۲۵	$\sqrt{17}$ بین دو عدد ۴ و ۵ است
۴۹	۶۱	۶۴	$\sqrt{61}$ بین عددهای ۷ و ۸ است
۲۵	۳۰	۳۶	$\sqrt{30}$ بین عددهای ۵ و ۶ است

√۲۸ به ۵/۳ نزدیک تر است یا ۵/۲

۱- می خواهیم مقدار تقریبی √۲۸ را به دست آوریم.

الف) √۲۸ بین کدام دو عدد قرار دارد؟ چرا؟

ب) به کدام یک نزدیک تر است؟ چرا؟

√۲۵ < √۲۸ < √۳۶ ⇒ ۵ < √۲۸ < ۶

عدد ۵ چون ۲۸ به ۲۵ نزدیک تر است

ج) با توجه به جدول زیر جای خالی را کامل کنید: ۵/۲ ≡ √۲۸

اصلاح (نیازی نیست) جوابی در نظر گرفته شود با ماشین حساب مطابقت دارد

عدد	۵	۵/۱	۵/۲	۵/۳	۵/۴
مجذور	۲۵	۲۶/۰۱	۲۷/۰۴	۲۸/۰۹	۲۹/۱۶

با ماشین حساب انجام شود

راهبرد حدس و آزمایش

۲- به همین روش مقدار تقریبی عددهای زیر را به دست آورید.

√۲۰ ≡

√۱۴ ≡

√۸ ≡

√-۲۵ = ?

۱- چرا عددهای منفی جذر ندارند؟ یعنی عبارت مقابل بی معناست؟

چون حاصل ضرب دو عدد مثبت و یا دو عدد منفی، عددی مثبت است

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست اند؟

√۵ > ۴ ✗

√۶ بین ۷ و ۵ است ✗

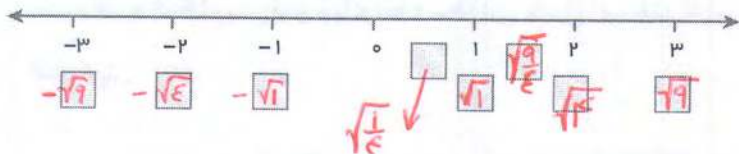
√۱۵ < √۲۱ ✓

√۱۲ < ۴ ✓

√۴۰ بین ۷ و ۵ است ✓

√۳ > ۲ ✗

۳- به جای □ در محور اعداد زیر یکی از عددهای √۹، -√۴، √۱/۴، -√۱، √۹/۴ و -√۹ را قرار دهید.



۴- جاهای خالی را کامل کنید.

الف) ۷ و -۷ ریشه های هستند. ب) مجذور عدد صفر همان است.

ج) اگر عددی صفر نباشد، توان دوم آن همیشه است.

د) هر عدد مثبت دارای ریشه دوم است که یکی از آنها دیگری است.

۵- جذر تقریبی عددهای زیر را به دست آورید.

√۱۰۰۰

√۵۰۰

√۳۰

√۴۰

اصلاح شود

±۳ (۳)

-۳ (۳)

جذر ۸۱ برابر است با

۳ (۲)

۹ (۱)

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

- توان
 - پایه
 - مجذور
 - مکعب
 - جذر
 - جذر تقریبی
- در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.
- محاسبه عدد توان‌دار
 - محاسبه یک عبارت توان‌دار با رعایت ترتیب
 - تأثیر پراتنز در محاسبه عبارت توان‌دار
 - محاسبه عبارت توان‌دار با پایه‌های منفی
 - توان صفر
 - قانون ضرب با پایه‌های مساوی
 - استفاده از قانون ضرب با پایه‌های مساوی در محاسبه
 - قانون ضرب با توان‌های مساوی
 - استفاده از قانون ضرب با پایه‌های مساوی در تجزیه عددها
 - ساده کردن یک عبارت توان‌دار
 - مفهوم مجذور و مکعب
 - مفهوم جذر و ریشه
 - پیدا کردن جذر یا ریشه عددهای مربع کامل و جذر تقریبی

از این درس در ساده کردن عبارت‌های جبری و نوشتن رابطه‌های ریاضی در محاسبه سطح و حجم استفاده می‌کنیم.

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی فرا گرفته‌اید.

۱- عبارت توان‌دار زیر را محاسبه کنید.

$$(2^3 + 0^2)^1 + 2^2 \times 3^2 - 1^2 = (8 + 0)^1 + 4 \times 9 - 1 = 8 + 36 - 1 = 43$$

۲- عبارت توان‌دار را تا حد امکان ساده کنید. **اصلاحی**

$$(0/25)^2 \times (\frac{1}{4})^2 \times \frac{1}{45} = 225$$

$$4^2 \times 8^2 \times 6^2 \times 3^3 = 24^2 \times 24^2 = 24^4$$

۳- جذر تقریبی عدد ۳۲ را بنویسید. $\sqrt{32} \approx 5.6$

۴- ریشه‌های عدد ۱۲۱ را بنویسید و تساوی‌های زیر را کامل کنید. $\sqrt{49} = 7$ $-\sqrt{25} = -5$

$5 < \sqrt{32} < 6$

۱۱۶

مقدور	۵	۵/۱	۵/۲	۵/۳	۵/۴	۵/۵	۵/۶	۵/۷
مجذور	۲۵	۲۵/۱	۲۵/۴	۲۵/۹	۲۵/۱۶	۲۵/۲۵	۲۵/۳۶	۲۵/۴۹

$$\frac{x}{100} = \frac{324}{900} \Rightarrow x = 36\%$$

تمرین های دوره ای

۴

۱- حاصل عبارت ها را پیدا کنید.

$$\frac{(-24) \times (-35)}{(-21) \times (-20)} = + \frac{24 \times 35}{21 \times 20} = + \frac{4 \times 7}{7 \times 4} = + 1$$

$$\frac{(+49) \times (-65)}{(+13) \times (-35)} = + \frac{49 \times 65}{13 \times 35} = + \frac{7 \times 7 \times 5 \times 13}{13 \times 5 \times 7} = + 7$$

$$(-4-3) \div (-7) =$$

$$(7-18) \times (-2) =$$

$$a=10 \rightarrow \frac{10}{100} \times 10 = 1$$

$$S_1=100 \quad S_2=94$$

$$100-94=6$$

۲- مساحت مربعی به ضلع a برابر است با a^2 . اگر از ضلع مربع 20% کم کنیم. مساحت مربع چند درصد کم می شود؟

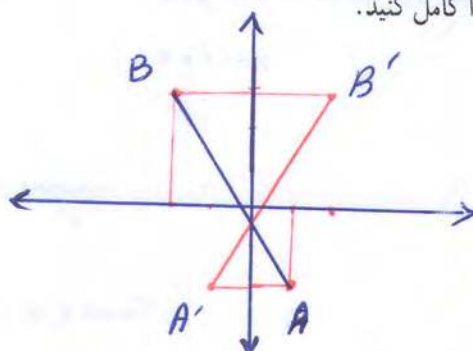
۳- الگوی زیر را توصیف کنید و چهار عدد بعدی آن را بنویسید.

$$5, 25, 125, 625, 3125, 15625, 78125$$

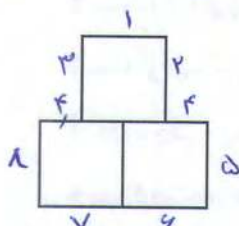
توان های عدد ۵ است

۴- نمودارهای زیر را کامل کنید.

۷	۲۴	۱۶۹	۵	۳
جذر	مجدور	جذر	مجدور	مکعب
$\sqrt{7}$	۲۶	۱۳	۲۵	۲۷



۵- مساحت شکل مقابل ۷۵ است. محیط شکل را پیدا کنید. (سه مربع مساوی هستند).



$$75 \div 3 = 25$$

$$\sqrt{25} = 5$$

$$4 \times 3 = 12 \quad 8 \times 5 = 40$$

$$12 - 4 = 8$$

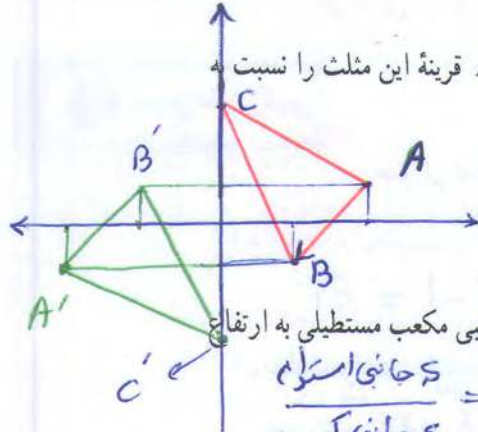
اضلاع مانده

۶- نقاط به مختصات $A = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ را پیدا کنید و پاره خط AB را رسم کنید. قرینه این پاره خط را نسبت

به محور عرض ها پیدا کنید و مختصات رأس های A' و B' را بنویسید.

۷- مختصات سه رأس مثلث ABC عبارت اند از $A = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ قرینه این مثلث را نسبت به

مبدأ مختصات پیدا کنید.



$$AB = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$A + AC = C \Rightarrow \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

مختصات بردار AB را بنویسید.

جمع متناظر با بردار AC را بنویسید.

۸- مساحت جانبی استوانه ای به ارتفاع 10 و شعاع قاعده 3 بیشتر است یا مساحت جانبی مکعب مستطیلی به ارتفاع

$$\frac{S_{\text{جانبی استوانه}}}{S_{\text{جانبی مکعب}}} = \frac{2 \times 3 \times 3.14 \times 10}{4 \times 3 \times 10} = \frac{3.14}{2} > 1$$

10 که قاعده اش مربعی به ضلع 3 است؟

۹- آیا اگر هر عدد را به توان 2 برسانیم، از خودش بزرگ تر می شود؟ چرا؟

۱۰- حاصل ضرب های زیر را بنویسید.

$$2x \times 3x = 6x^2$$

$$-4n^2 \times 7n = -28n^3$$

$$-4n \times n^2 \times 8n^3 = -32n^4$$

$$1/5 \rightarrow 1/5^2 = 1/25$$

$$1/5 > 1/25$$

شیر (۹)

$$\begin{array}{r|l} 4 & 14-12=2 \\ 5 & 20-10=10 \end{array} \quad \begin{array}{l} \sim \\ \sim \\ \sim \end{array}$$

$$2x \times 3x = 6x^2$$

$$\begin{array}{r|l} -3 & 9+9=18 \end{array} \quad \checkmark$$

$$-6x^2 \times 7x = -42x^3 \quad -4x \times x^2 \times 8x^2 = -32x^4$$

۱۱- عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$2(x+1)-2(1-x) = 4x$$

$$2(x-1)+3x-1-x = 4x-3$$

$$3(x^2y-xy^2)-2(y^2x-yx^2) = 5x^2y-5xy^2$$

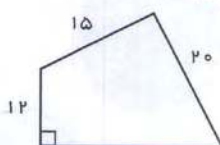
$$x^2-x-1-3(x-1)-1 = x^2-4x+1$$

$$x^2-3x-18=0 \Rightarrow (x-6)(x+3)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=6 \\ x=-3 \end{cases}$$

۱۲- با اهر برد حدس و آزمایش پاسخ معادله $x^2-3x=18$ را به دست آورید.

۱۳- قاعده یک منشور به صورت زیر است. اگر ارتفاع این منشور ۱۰ سانتی متر باشد، حجم و مساحت جانبی و

مساحت کل آن را پیدا کنید. *چون مساحت قاعده را نمی توان محاسب کرد*



پس حجم را هم نمی توانیم محاسب کنیم

۱۴- عبارت توان دار زیر را تا حد امکان ساده کنید.

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{6}{5}\right)^7 \times \left(1\frac{1}{5}\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{6}{5}\right)^9$$

$$144 = 2 \times 3^2$$

۱۵- عدد ۱۴۴ را تجزیه کنید و به صورت توان دار بنویسید.

$$[24, 24] = 72$$

$$[12, 48] = 48$$

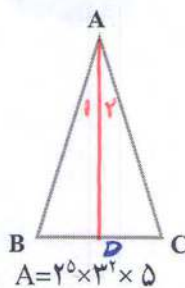
$$(24, 36) = 12$$

$$(12, 48) = 12$$

$$(50, 35) = 5$$

$$[50, 35] = 350$$

۱۷- مثلث ABC متساوی الساقین است. نیمساز زاویه A را رسم می کنیم. چرا این نیمساز ضلع BC را نصف می کند؟



$$\left. \begin{array}{l} A_1 = A_2 \text{ (تعیین نیمساز)} \\ AD = AD \\ \text{فرض } AB = AC \end{array} \right\} \xRightarrow{\text{فرض}} \triangle ABD = \triangle ACD \xRightarrow{\text{اجزاء متساوی}} BD = CD$$

۱۸- ب.م.م و ک.م.م دو عدد A و B را به دست آورید.

$$B = 2^3 \times 3^5 \times 7$$

$$(A, B) = 2^3 \times 3^2$$

$$[A, B] = 2^5 \times 3^5 \times 5 \times 7$$

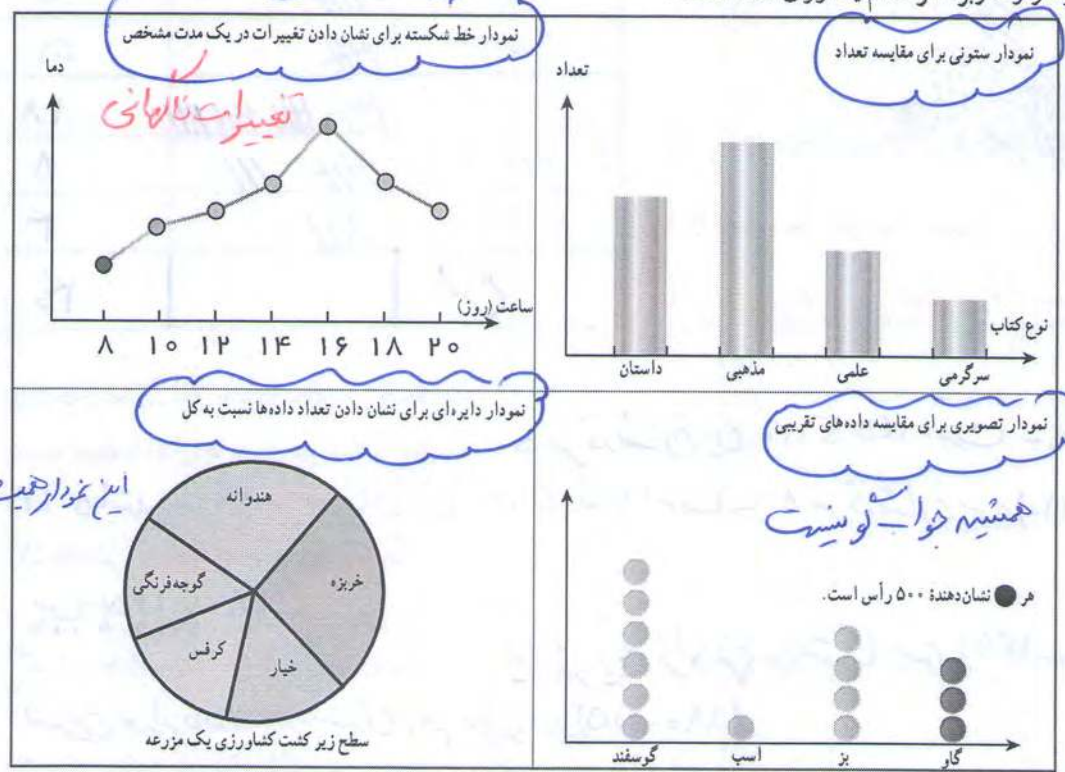
۳- خوب خط ۴- انواع نمودارها

علم آمار

بررسی

در دوره دبستان با علم آمار که علم جمع آوری، سازمان دهی، تحلیل و تفسیر اطلاعات (داده ها) است، آشنا شدید. داده ها را با خوب خط سرشماری و در جدول سازماندهی کردید. سپس با توجه به موضوع و هدف آمارگیری نمودار آن اطلاعات را رسم کردید. در

زیر ۴ نوع نمودار و کاربرد هر کدام یادآوری شده است:



نمودار میله ای

این نمودار همیشه جوابگو نیست

همیشه جوابگو نیست

اگر تعداد داده های جمع آوری شده زیاد باشند، بررسی آنها طولانی و غیر مفید می شود. به همین دلیل داده ها را دسته بندی می کنند و سازمان دهی جدیدی متناسب با آن موضوع آماری و برای کسب نتایج بهتر ارائه می کنند.

در زیر داده های جمع آوری شده در مورد اندازه قد ۴۰ نفر از مردان ساکن یک روستا بر حسب سانتی متر مشخص شده

است. (۴۰ = n)

۱۶۴	۱۶۸	۱۷۳	۱۸۵	۱۵۳	۱۷۴	۱۷۸	۱۹۲	۱۵۰	۱۷۵	۱۶۷	۱۸۴	۱۴۷	۱۸۱
۱۵۱	۱۶۲	۱۶۷	۱۷۳	۱۴۲	۱۶۳	۱۳۸	۱۶۵	۱۳۷	۱۷۱	۱۹۳	۱۶۸	۱۷۰	۱۳۰
۱۶۵	۱۸۳	۱۵۷	۱۷۹	۱۷۶	۱۶۹	۱۷۰	۲۰۵	۱۶۸	۱۷۳	۱۹۰	۱۴۳		Min

دامنه تغییرات = Max - Min

کمترین و بیشترین داده را مشخص کنید. به فاصله بین این دو عدد دامنه تغییرات می گویند.

برای دسته بندی داده ها با فاصله مساوی، دامنه تغییرات را بر تعداد دسته ها تقسیم می کنیم تا طول دسته ها به دست آید.

طول هر دسته = $\frac{\text{دامنه تغییرات}}{\text{تعداد دسته ها}}$

در این فعالیت، چون می خواهیم ۵ دسته داشته باشیم، دامنه تغییرات را بر ۵ تقسیم می کنیم.

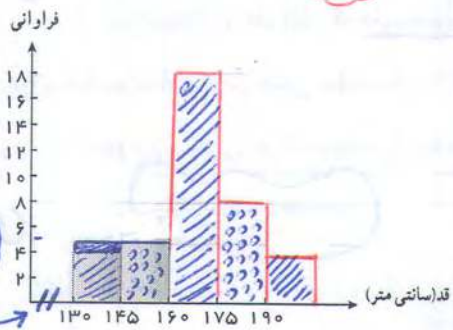
معنای $130 \leq x < 145$ را توضیح دهید. چه تفاوتی بین $<$ و $\leq$ وجود دارد؟

$\frac{75}{5} = 15$ طول دسته ها

۱۲۰ داده هایی که بزرگتر یا مساوی عدد ۱۳۰ است و کوچکتر از ۱۴۵ است

فعالیت

با توجه به حدود دسته‌ها، با استفاده از چوب خط تعداد داده‌های هر دسته را که به آن فراوانی می‌گویند، تعیین کنید.



فراوانی	چوب خط	حدود دسته‌ها
۵	###	$130 \leq x < 140$
۵	###	$140 \leq x < 150$
۱۸	#####	$150 \leq x < 160$
۸	####	$160 \leq x < 170$
۴	####	$170 \leq x < 180$
۴۰		مجموع

اصطلاح

زمانی که داده‌ها دسته‌بندی شده باشند در نمودار ستونی ها را به هم نمی‌چسبانیم و نام نمودار، نمودار مستطیلی (هیستوگرام) است

کار در کلاس

- با توجه به فعالیت بالا به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.
- ۱- با توجه به اندازه‌ها معنای هر دسته را بنویسید.
 - ۲- قد اکثر افراد در چه محدوده‌ای است؟

- ۳- با توجه به نمودار متوجه چه چیزی می‌شوید؟
- ۴- فکر می‌کنید متوسط میانگین قد مردان این روستا در چه دسته‌ای قرار می‌گیرد؟

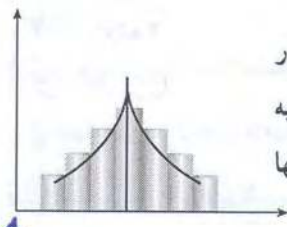
۵- دانستن این آمار، اطلاعات و نمودار چه کاربردی دارد؟

در برنامه‌ریزی‌ها آینده می‌تواند مورد استفاده قرار بگیرد

تیم بسکتبال - برای فروشندگانی که می‌خواهند برای فروش سیراهن به این روستا بروند

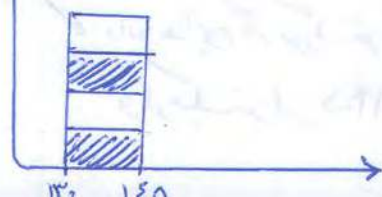
برای مطالعه بیشتر

اگر فراوانی داده‌ها به صورتی باشد که نمودار (بلوکی) متقارن شود، میانگین داده‌ها در دسته وسط قرار می‌گیرد. یکی از ویژگی‌های خلقت و آفرینش این است که اگر پدیده‌های طبیعی مثل قد انسان‌ها، وزن آنها، هوش و استعداد، شدت بزرگی زلزله، طوفان و ... اندازه‌گیری کنند، پس از دسته‌بندی و پیدا کردن فراوانی دسته‌ها نمودار آن را رسم کنند مانند شکل متقارن زیر خواهد شد.



در اصطلاح می‌گویند داده‌ها به صورت طبیعی توزیع شده‌اند. برای مثال در مسئله بالا به همان تعداد مردان قد کوتاه، مردان قد بلند وجود دارد. به طور تقریبی به همان تعداد افرادی که قدشان کمتر از میانگین است افرادی وجود دارند که قد آنها بیشتر از میانگین است.

نمودار بلوکی: هر یک از دسته‌ها یک واحد است



۱- میانگین دمای هوا در روزهای مختلف یک منطقه به صورت زیر گزارش شده است :

+۲	+۲	+۲	+۵	+۶	۰	-۱	-۲	۰	-۳	-۷	-۲	-۱	۰	۰
-۱	-۳	-۶	-۷	-۸	+۸	+۷	+۸	+۷	+۶	+۳	+۱	+۲	+۳	+۴
+۲	+۲	-۴	-۲	-۱	۰	-۵	-۳	۰	۰	+۱	+۱	+۴	+۶	+۷

جدول فراوانی داده‌ها را بر اساس سؤالات زیر مشخص و نمودار ستونی را رسم کنید.

$$۱ - (-۸) = ۱۶ \quad \text{دامنه تغییرات}$$

● دامنه تغییرات چقدر است؟

$$۱۶ \div ۴ = ۴ \quad \text{طول هر دسته} \quad \bullet \text{ داده‌ها را به چهار دسته تقسیم می‌کنیم، طول هر دسته چقدر است؟}$$

۲- نمرات درس ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس به صورت زیر است. با توجه به دامنه تغییرات آنها را به ۵ دسته مساوی

دسته‌بندی کنید و پس از رسم جدول نمودار ستونی فراوانی هر دسته را رسم کنید. با توجه به نمودار وضعیت این کلاس را توصیف کنید.

۱۶	۱۸	۱۵	۹/۵	۱۲/۵	۱۳	۱۲	۱۳/۵	۱۴	۱۱	۱۳	۹	۸
۱۵	۱۴	۱۹	۱۸/۵	۱۷	۱۵/۵	۱۶/۵	۱۱	۸/۵	۷	۵	۱۳	۱۵
۱۴	۱۰/۵	۱۱/۵	۱۵	۱۸	۱۷	۱۴	۶	۱۲/۵	۲۰	Min		

۳- در یک کارگاه تولید لامپ، ۳۰ لامپ به صورت تصادفی انتخاب و طول عمر آنها بر حسب ساعت اندازه‌گیری شده

است. داده‌ها را به ۵ دسته با فاصله ۵ ساعت تقسیم کنید و جدول فراوانی و نمودار ستونی آن را رسم کنید.

۱۵۶	۱۵۹	۱۶۵	۱۶۳	۱۶۱	۱۵۷	۱۵۴	۱۵۷	۱۶۸	۱۷۲	۱۶۳	۱۵۸	۱۵۷	۱۶۱	۱۷۱
۱۶۳	۱۶۸	۱۶۷	۱۵۹	۱۵۲	۱۵۳	۱۵۸	۱۵۷	۱۶۹	۱۷۰	۱۵۳	۱۶۹	۱۵۸	۱۶۵	۱۵۶

۴- از دانش‌آموزان یک کلاس مدت زمانی که طول می‌کشد تا از خانه به مدرسه بروند، سؤال شده و پس از دسته‌بندی

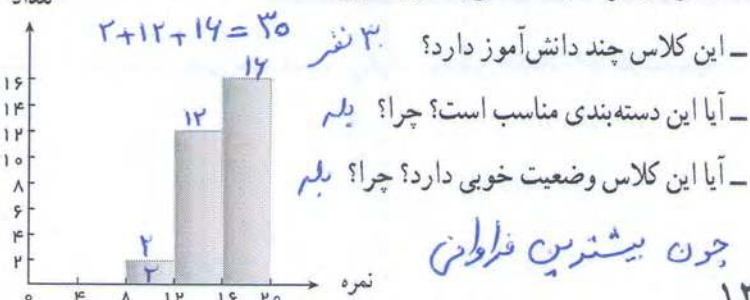
تعداد دانش‌آموز

داده‌ها نمودار ستونی مقابل رسم شده است. چند دانش‌آموز بیشتر از ۱۰ دقیقه طول می‌کشد تا از خانه به مدرسه بروند؟ این



کلاس چند دانش‌آموز دارد؟ ۴ نفر

۵- نمودار نمرات یک کلاس به صورت زیر است.



این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟ ۳ نفر

آیا این دسته‌بندی مناسب است؟ چرا؟ بلم

آیا این کلاس وضعیت خوبی دارد؟ چرا؟ بلم

چون بیشترین فراوانی

۱۲۲

در دسته ۱۶-۲۰ قرار دارد

$$\frac{۲۰ - ۵}{۵} = ۴ \quad \text{طول هر دسته}$$

پس از اینکه داده‌های آماری در جدول سازماندهی شد و نمودارهای مختلف به درک بهتر آن اطلاعات کمک کردند، می‌توان از رابطه‌های مختلف مثل محاسبه میانگین داده‌ها نیز برای کامل تر شدن نتایج حاصل از داده‌ها برای تحلیل و تفسیر بهتر آنها استفاده کرد. در دوره ابتدایی با میانگین گرفتن آشنا شدید. میانگین تعدادی داده عددی از مجموع آنها تقسیم بر تعداد به دست می‌آید.

۱- نمرات ریاضی یک دانش آموز ۱۷، ۱۸، ۱۵، ۱۷، ۱۹ است. میانگین نمرات او را حساب کنید.

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} = \bar{X} = \frac{S}{n}$$

۲- میانگین نمرات ۷ درس یک دانش آموز ۱۶/۵ است. اگر نمرات دو درس دیگر او که ۱۷ و ۱۵ شده است، به آنها اضافه شود، میانگین جدید را پیدا کنید.

$$115,5 + 15 + 17 = 147,5 \quad \text{مجموع نمرات ۷ درس}$$

$$147,5 \div 9 = 16,38 \quad \text{میانگین جدید}$$

آیا می‌توان میانگین دو نمره ۱۵ و ۱۷ را پیدا کرده (۱۶ می‌شود) و سپس میانگین ۱۶ و ۱۶/۵ را حساب کرد؟ چرا؟

$$\frac{15+17}{2} = 16 \quad \frac{16+16,5}{2} = 16,25 \quad 16,25 \neq 16,38$$

۳- نمرات یک دانش آموز به صورت زیر است:

۱۷/۵ ۱۶/۵ ۱۴ ۱۸/۵ ۱۹ ۱۷ ۱۵ ۱۶ ۱۵/۵

میانگین نمرات او را پیدا کنید. چند نمره بالاتر از میانگین و چند نمره پایین‌تر از میانگین قرار می‌گیرند؟ آیا این دو تعداد

مساوی است؟ بله $\frac{15,5 + 16 + 15 + 14 + 18,5 + 19 + 17 + 16 + 15,5}{9} = \frac{149}{9} \approx 16,5$ میانگین

اختلاف نمرات بالای میانگین را با آن حساب کنید. حاصل جمع آنها را پیدا کنید. به همین ترتیب مجموع اختلاف نمرات

پایین‌تر از میانگین را هم پیدا کنید. نتایج بالا را با هم مقایسه کنید.

۱۴، ۱۵، ۱۵/۵، ۱۶، ۱۶/۵، ۱۷، ۱۷/۵، ۱۸/۵، ۱۹

۴ نمره

۴ نمره

$$5 + 1 + 2 + 2,5 = 10,5$$

$$5 + 1 + 1,5 + 2,5 = 10,5$$

اگر مقدار داده‌ها زیاد باشند و داده‌ها دسته‌بندی شده باشند، می‌توان میانگین داده‌ها را با تقریب بسیار

خوب به دست آورد.

۱- با کمک ماشین حساب میانگین قد ۴۰ نفر را که در درس قبل مطرح شده بود، پیدا کنید.

$$\frac{130 + 130}{2} = 130$$

برای مثال چون عدد ۱۹۲ در دسته ۲۰۵-۱۹۰ قرار دارد به جای آن عدد ۱۹۷/۵ را که میانگین این دسته است، قرار دهید.

$14\sqrt{0}, 14\sqrt{0}, 14\sqrt{0}, 14\sqrt{0}, \underline{14\sqrt{0}}, 14\sqrt{0}, 14\sqrt{0}, \underline{14\sqrt{0}}, 14\sqrt{0}, 14\sqrt{0}$
 $14\sqrt{0}, \underline{14\sqrt{0}}, 14\sqrt{0}, \underline{14\sqrt{0}}, 14\sqrt{0}, 14\sqrt{0}, 14\sqrt{0}, \underline{14\sqrt{0}}, 14\sqrt{0},$
 $\underline{14\sqrt{0}}, 14\sqrt{0}, \underline{14\sqrt{0}}, 14\sqrt{0}, \underline{14\sqrt{0}}, 14\sqrt{0}, 14\sqrt{0}, \underline{14\sqrt{0}}, 14\sqrt{0}, \underline{14\sqrt{0}}$
 $14\sqrt{0}, 14\sqrt{0}, 14\sqrt{0}, 14\sqrt{0}, \underline{14\sqrt{0}}, 14\sqrt{0}, 14\sqrt{0}, \underline{14\sqrt{0}}, \underline{14\sqrt{0}}$

۴- چرا در عددهای بالا ۴ تا ۱۹۷/۵ وجود دارد؟ چون تعداد داده‌های این دسته ۴ تا بود

۵- با توجه به عددهای بالا میانگین ۴۰ عدد جدید را پیدا کنید.

چگونه برای این کار از ضرب استفاده می‌کنید و این ضرب‌ها چه رابطه‌ای با فراوانی جدول دارد؟

۶- میانگین به دست آمده را با میانگین واقعی که با ماشین حساب پیدا کردید، مقایسه کنید. مقدار خطای این روش

$$14V, 1V0 - 14V, 8V0 = 9, K$$

جیقدر است؟

با توجه به فعالیت بالا با کامل کردن جدول زیر میانگین داده‌ها را دوباره محاسبه کنید.

میانگین دسته × فراوانی	میانگین دسته	فراوانی	حدود دسته ها
487,5	137,5	4	130 ≤ X < 145
742,5	152,5	5	145 ≤ X < 160
3015	147,5	18	160 ≤ X < 175
1440	112,5	1	175 ≤ X < 190
790	197,5	4	190 ≤ X ≤ 205
4710			مجموع

$$\text{میانگین} = \frac{4710}{42} = 112,143$$

۱- میانگین دمای هوا، میانگین نمرات ریاضی کلاس، میانگین ساعات عمر لامپ مربوط به تمرین های قبل را پیدا کنید. از جدول فراوانی استفاده کنید.

۲- جدول زیر را کامل و میانگین را حساب کنید.

دسته ها	خط نشان	فراوانی	متوسط دسته	متوسط $\times$ فراوانی
$0 \leq x < 4$	//// /	۶	۲	۱۲
$4 \leq x < 8$	////	۴	۶	۲۴
$8 \leq x < 12$	/// III	۸	۱۰	۸۰
$12 \leq x < 16$	/// IIII II	۱۷	۱۴	۲۳۸
$16 \leq x \leq 20$	/// IIII	۹	۱۸	۱۶۲
جمع		۴۴		۵۱۶

۳- میانگین نمرات زیر را به دست آورید. چه رابطه ای بین این عددها وجود دارد؟ فاصله هر عدد تا میانگین چقدر است؟

۱۱ ۱۲ ۱۲ ۱۳ ۱۳ ۱۳ ۱۴ ۱۴ ۱۵

$$\bar{x} = \frac{117}{9} = 13$$

$$\frac{11+15}{2} = \frac{26}{2} = 13$$

با توجه به رابطه ای که پیدا کرده اید، میانگین عددهای زیر را به دست آورید.

۱۷ ۱۴ ۱۱ ۱۵ ۱۳ ۱۸ ۱۷ ۱۳ ۱۶

$$\bar{x} = \frac{130}{9} = 15$$

$$\frac{12+18}{2} = 15$$

۴- میانگین نمرات ریاضی دانش آموزان یک کلاس که ۳۰ دانش آموز دارد، ۱۷/۲۵ شده است. یکی از دانش آموزان نمره اش



خیلی کم است و در این امتحان نمره ۳/۵ گرفته است؛ در حالی که بقیه دانش آموزان نمره بالای

۱۵ گرفته اند. اگر این دانش آموز را از کلاس کنار بگذاریم، معدل کلاس چند می شود؟ از این

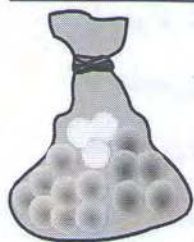
$$\frac{17.25 \times 30 - 3.5}{29} = \frac{517.5 - 3.5}{29} = \frac{514}{29} = 17.72$$

سؤال چه نتیجه ای می گیرید؟

حالا فرض کنید همه دانش آموزان کلاس نمره کمتر از ۱۴ گرفته اند و معدل کلاس ۳۰

نفره ۱۰/۲۵ شده است. به جز یک دانش آموز که نمره ۲۰ گرفته است. اگر این دانش آموز را

$$\frac{30 \times 10.25 - 20}{29} = \frac{307.5 - 20}{29} = \frac{287.5}{29} \approx 9.9$$



۱- در یک کیسه ۵ مهره قرمز، ۳ مهره سفید و ۸ مهره آبی وجود دارد. اگر بدون نگاه کردن به داخل کیسه

یک مهره را در بیاوریم، چه رنگی خواهد داشت؟ چرا؟
 زیرا از مهره رنگ قرمز در کیسه ما نگاه نمی کنیم

اولین مهره ای که از کیسه در آوریم، به رنگ آبی بود. آن را داخل کیسه می گذاریم و دوباره یک مهره را

بیرون می آوریم. این بار احتمال اینکه دوباره آبی بیاید بیشتر است یا اینکه قرمز بیاید؟ چرا؟
 آبی بیشتر است چون تعداد مهره های

۲- یک سکه را یک بار می اندازیم، چند حالت ممکن است اتفاق بیفتد؟ دو حالت: پشت یا رو

«اگر بار اول سکه رو آمد، بار دوم حتماً پشت می آید.» آیا این جمله درست است؟ چرا؟ خیر

زیرا در بار دوم هم شانس رو یا پشت آمدن یکی است

«امروز هوا ابری است، احتمال دارد باران بیارد.» «شانس آوردم همه سوال های امتحان را قبل از آزمون خوانده بودم».

از این جملات روزانه زیاد استفاده می کنیم. کلماتی مثل احتمال، شانس، بخت و اقبال به صورت های مختلف در زندگی

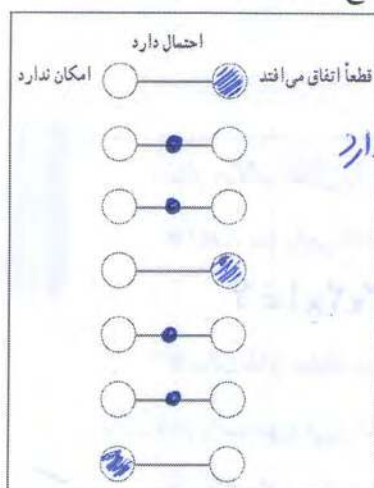
روزمره ما به کار می روند. شما هم چند مثال بیاورید. بیرون آوردن مهره از داخل کیسه، رو یا پشت آمدن سکه یک پیشامد

تصادفی یا اتفاقی است چون ما در نتیجه آنها نقشی نداریم. وقتی یک سکه را می اندازید، تعداد پیشامدهای ممکن ۲ است و

بالاخره یکی از آن دو اتفاق می افتد. شانس را بدست می آوریم، احتمال اینکه شانس بیاورم.

اگر در قرعه کشی برنده شوم، ماشین می خرم

۱- در هر یک از موارد زیر یک پیشامد توصیف شده است. مشخص کنید چه امکانی برای وقوع (اتفاق افتادن) دارد.



● یک انسان بدون داشتن قلب و مغز زندگی نمی کند. قطعی است

● هوا سرد است و از ابرهای خاکستری یکدست پوشیده شده است؛ پس برف می آید. احتمال دارد

● یک سکه را انداختیم، رو می آید. احتمال دارد
 ● ظرفیت یک ماشین سواری ۵ نفر است. قطعی است (تقریباً قطعی)

● من درس هایم را خوانده ام و برای امتحان کاملاً آماده ام؛ پس امتحان ریاضی را ۲۰ می شوم.

● فصل بهار است، هوا کمی ابری است ولی احتمال دارد باران بیاید.

● در یک کیسه ۴ مهره آبی و سفید است. احتمال اینکه یک مهره به رنگ قرمز دربیاید.

امکان ندارد



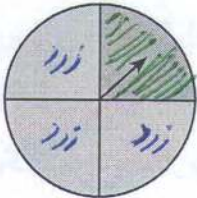
۱- در هر یک از مثال های زیر تمام حالت های ممکن را بنویسید.

• انداختن یک سکه : رو - پشت

• انداختن یک تاس : ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶

• حالت هایی که برای روشنایی یک لامپ برق اتفاق می افتد : روشن - خاموش

• در داخل یک کیسه مهره های سبز، زرد و آبی به تعداد مساوی وجود دارد. حالت های ممکن برای یک مهره که از



کیسه بیرون می آید : سه حالت (سبز، زرد، آبی)

• رنگی که عقربه پس از چرخیدن و ایستادن روی آن می ایستد. سبز - زرد

۲- وقتی دو تاس را بیندازیم، برای مثال ممکن است ۳ و ۵ بیاید. این حالت را به صورت (۳, ۵) و اگر ۵ و ۳ بیاید را با

(۱, ۱), (۱, ۲), (۱, ۳), (۱, ۴), (۱, ۵), (۱, ۶), (۲, ۱), (۲, ۲), (۲, ۳), (۲, ۴), (۲, ۵), (۲, ۶), (۳, ۱), (۳, ۲), (۳, ۳), (۳, ۴), (۳, ۵), (۳, ۶), (۴, ۱), (۴, ۲), (۴, ۳), (۴, ۴), (۴, ۵), (۴, ۶), (۵, ۱), (۵, ۲), (۵, ۳), (۵, ۴), (۵, ۵), (۵, ۶), (۶, ۱), (۶, ۲), (۶, ۳), (۶, ۴), (۶, ۵), (۶, ۶)

از چه راهبردی برای حل این مسئله استفاده می کنید؟ آگوسازی

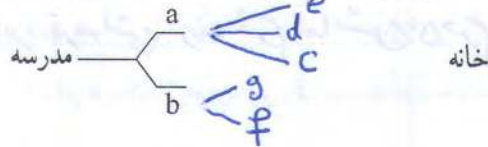
چرا از این راهبرد استفاده کردید؟ تکراری نویسیم و جانندازیم

۳- وقتی حمید می خواهد از مدرسه به خانه برگردد، چندین راه مختلف برای او وجود دارد. برای سادگی کار نام

کوچه ها و خیابان ها را با حروف بیان می کنیم. حمید از مدرسه که خارج شود، می تواند از خیابان a یا b حرکت کند. اگر از

خیابان a برود، از ۳ کوچه c و d و e می تواند به خانه برسد. و اگر از راه b برود، باید از یکی از کوچه های f و g برود تا به خانه

برسد. تمام حالت های ممکن برای رفتن از مدرسه به خانه را با کامل کردن شکل زیر بنویسید. چند حالت ممکن است اتفاق



بیفتد؟ ۵ حالت

تمام حالات ممکن را برای هر یک از موارد زیر پیدا کنید.

• اعداد سه رقمی که در آنها رقم های ۷ و ۵ و ۳ به کار رفته است (بدون رقم تکراری).

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

• حالت های مختلف برای اینکه از داخل کیسه ای که حاوی ۳ مهره به رنگ های آبی و قرمز و سبز، مهره ای خارج کنیم.

۱ مهره → ۳ حالت (آبی، قرمز یا سبز)

(یک یا دو یا سه مهره می توانیم خارج کنیم.)

۲ مهره → ۳ حالت

• حالت های ممکن از پرتاب یک سکه و یک تاس.

(سبز و قرمز)، (سبز و آبی)، (قرمز و آبی)

۱۲۷

۳ مهره → ۱ حالت

تاس	سکه
۱	س
۲	س
۳	س
۴	س
۵	س

کل $7 \rightarrow 4 \times 4 = 16$

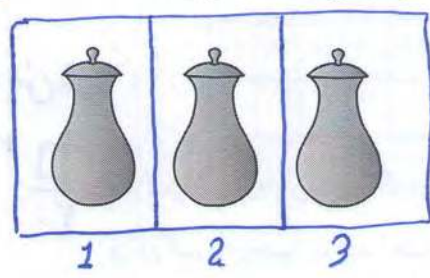
۱- تعداد عددهای ۳ رقمی را که با رقم‌های ۴، ۵، ۷ و ۲ می‌توان ساخت، پیدا کنید. اگر هر عدد رقم تکراری نداشته باشد، چه کسری از این عددها زوج هستند؟

یکی از

۵ حالت

۲- تعداد کلمات دو حرفی را که با سه حرف a، b و c می‌توان ساخت، پیدا کنید.
۳- یک ماشین ۴ چرخ و یک چرخ اضافه (زایاس) دارد. به چند حالت ممکن است که این چرخ‌ها پنجر باشند؟
۴- در سه ظرف زیر شکر، نمک و چای قرار دارد. به چه حالت می‌توان این سه ظرف را در این سه مکان قرار داد؟

اصلاح شود



۱	۲	۳
ش	ن	ج
ش	ج	ن
ن	ش	ج
ن	ج	ش

۱	۲	۳
ج	ش	ن
ج	ن	ش

۶ حالت می‌توان جای دار

۵- به چند حالت می‌توان کره، مربا، پنیر و گردو را در ۴ قسمت ظرف مقابل قرار داد؟



$(4-1)! = 3! = 6$

$\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{4} = 6$

هر حالت ۴ بار تکرار می‌شود



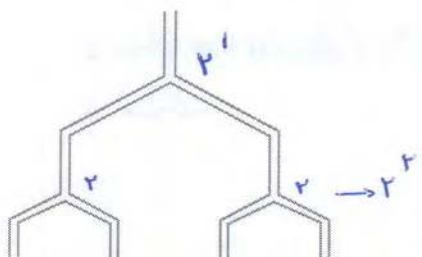
۶- اگر یک سکه را بیندازیم، یا پشت یا رو می‌آید. در چهار پرتاب متوالی یک سکه، هر ۴ بار رو آمده است. فکر

می‌کنید اگر بار پنجم سکه را بیندازیم چه می‌آید؟ چرا؟

الف) این بار حتماً پشت می‌آید. ب) این بار هم رو می‌آید. ج) احتمال رو یا پشت آمدن مساوی است.

زیرا برای بار پنجم نیز برای هر دو حالت شانس مساوی داریم

۷- لوله‌های انشعاب آب به هر قسمت که برسند، دو شاخه می‌شوند، پس از طی کردن ۵ قسمت چند خروجی خواهیم داشت؟ با عدد توان دار نشان دهید.



خروجی $2^5 = 32$

$1 \times 12 = 12$ $4 \times 3 = 12$
 $2 \times 6 = 12$ $6 \times 2 = 12$
 $3 \times 4 = 12$ $12 \times 1 = 12$

۸- ۱۲ مهره داریم. به چند صورت می‌توان این ۱۲ مهره را به دسته‌های مساوی تقسیم کرد؟

۶ حالت $(1,11), (2,10), (3,9), (4,8), (5,7), (6,6)$

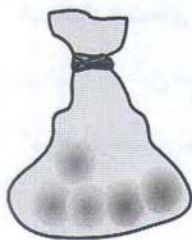
۸ مهره را به چند صورت می‌توان به سه دسته تقسیم کرد؟

(همراه با نظم و ترتیب فکر کنید و با راهبرد الگوسازی تمام حالت‌های ممکن را به دست آورید. هیچ دسته‌ای نمی‌تواند ۰ تا

مهره داشته باشد.)

۱	۲	۳
۱	۱	۹
۱	۲	۵
۱	۳	۴
۲	۲	۴
۲	۳	۳

حالت ۵



۱- در داخل یک کیسه ۳ مهره آبی و ۲ مهره قرمز قرار دهید (می توانید از نخود و لوبیا استفاده کنید). بدون نگاه کردن به داخل کیسه یک مهره خارج و رنگ آن را در جدول زیر یادداشت کنید. مهره را سر جایش بگذارید و این آزمایش را ۲۰ بار تکرار کنید.

آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
رنگ																				

آزمایش شود

 $\frac{3}{5}$

چه کسری از آزمایش ها به رنگ آبی درآمد؟ چه کسری از مهره ها به رنگ آبی است؟ هر دو کسر را به صورت عدد اعشاری بنویسید و با هم مقایسه کنید.

قرمز $\frac{2}{5}$ آبی $\frac{3}{5}$

هر ۵ دانش آموز نتایج آزمایش های خود را با هم جمع کنند. از مجموع ۱۰۰ بار چند بار قرمز است؟

اکنون بنویسید چه کسری از آزمایش ها به رنگ آبی درآمد؟ چه کسری از مهره ها به رنگ آبی است؟

آبی $\frac{3}{5}$ قرمز $\frac{2}{5}$

 $\frac{3}{5}$

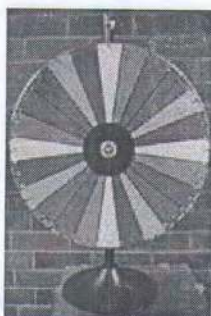
حالا دو کسر را مقایسه کنید. آیا به هم نزدیک شده اند؟ بله

اگر آزمایش ۱۰۰ دانش آموز (یعنی ۲۰۰ بار) را بنویسید، آیا این کسرها به هم نزدیک تر می شوند؟ بله

وقتی بخواهیم از داخل کیسه بالا یک مهره خارج کنیم، از چند مهره می توانیم یکی را انتخاب کنیم؟ ۵ مهره

چند تا از آن مهره ها آبی است؟ ۳ چه کسری از مهره ها آبی است؟ $\frac{3}{5}$

هر چه قدر تعداد آزمایش ها بیشتر شود جواب به $\frac{3}{5}$ نزدیک تر شود



۲- یک صفحه چرخنده به شکل مقابل است. هر بار صفحه یا عقربه را می چرخانیم و پس

از ایستادن عقربه روی یکی از رنگ ها قرار می گیرد. این آزمایش را ۲۰ بار انجام دهید و نتیجه را یادداشت کنید.

آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
رنگ																				

۵ نفر نتایج خود را با هم جمع کنند. تعداد نتیجه آزمایش به رنگ سبز: قرمز: آبی:

تعداد سبز $\frac{1}{5}$

۱۲۹ ۱۵۰

چه کسری از شکل به رنگ سبز است؟ $\frac{1}{5}$ چه کسری از آزمایش ها به رنگ سبز درآمد؟

آیا این دو کسر به هم نزدیک شده اند؟ بله

کل اعداد سه رقمی بدون تکرار رقمها

اعداد زوج

$5 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \times 2 = 4$
 $4 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \times 2 = 4$
 $\Rightarrow 2 \times 3 \times 2 = 12$

$\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$ اعداد زوج می باشند

$5 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \times 2 = 4$
 $4 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \times 2 = 4$
 $2 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \times 2 = 4$

در هر رقمی که این حرف روی کارت باشد تکرار نداریم

$a \rightarrow 3$
 $b \rightarrow 3 \Rightarrow 3 \times 3 = 9$
 $c \rightarrow 3$

$a \rightarrow 2$
 $b \rightarrow 2 \Rightarrow 2 \times 2 = 4$
 $c \rightarrow 2$

حالت ۲
حالت ۲
حالت ۲
 $2 \times 2 = 4$
 $2 \times 2 \times 2 = 8$
 $2 \times 4 = 8$
 $2 \times 8 = 16$
 $2 \times 16 = 32$ کل حالت های ممکن

چرخ اول
چرخ دوم
چرخ سوم
چرخ چهارم
چرخ پنجم

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

۱
شکل

۲
تند

۳
ایستاد

۱
شکل

۲
تند

۳
ایستاد

2×1
 $2 \times 1 \Rightarrow 2 \times 2 \times 1 = 4$
 2×1

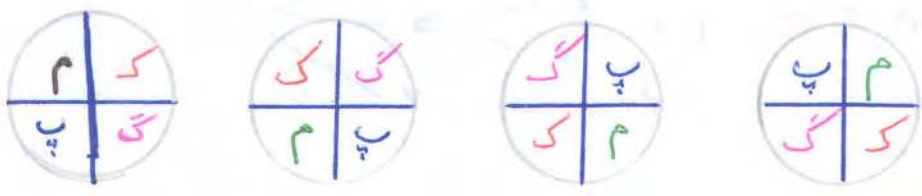
نرد

۲x۱

در هر زیند جایگاه ها متفاوت باشند

کرد → ۳x۲x۱
نبرد → ۳x۲x۱
نبرد → ۳x۲x۱
نبرد → ۳x۲x۱

حالت ۲۴ = ۴x۳x۲x۱

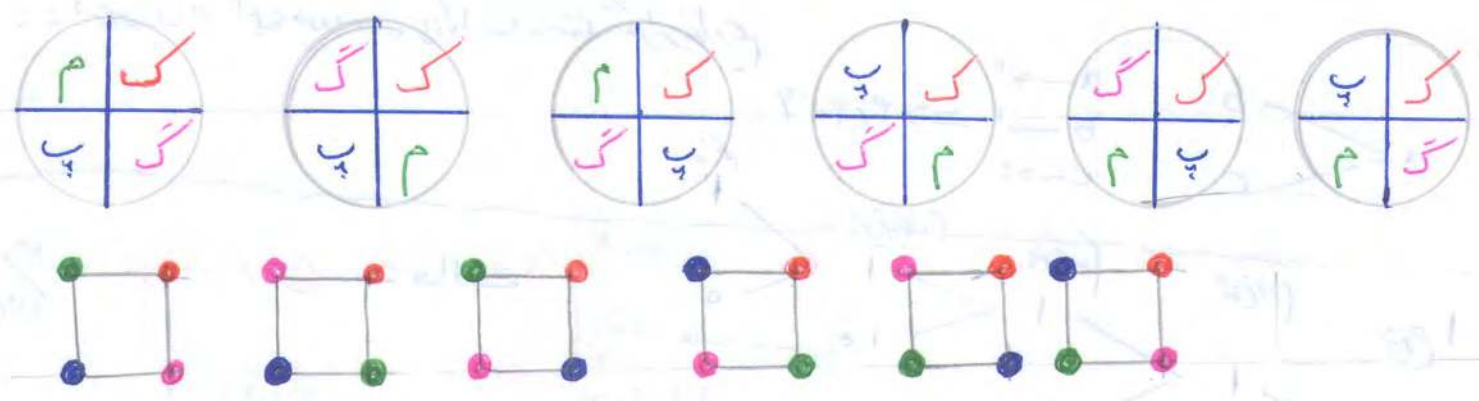


این ۴ حالت یکی می باشند
سین هر حالت ۴ بازنگار می شود
۲۴ ÷ ۴ = ۶

حالت ۲۵۶ = ۴x۴x۴x۴

در هر زیند ما در جایگذاری آزاد داریم و بتوانیم نگارهای تکراری استفاده کنیم

راه حل برای دانش آموزان (راهنما در رسم شکل)



در ریاضی احتمال اتفاق افتادن یک پیشامد برابر است با نسبت تعداد اتفاق افتادن آن پیشامد به تعداد تمام حالت‌های ممکن برای اتفاق افتادن آن پیشامد. احتمال اتفاق افتادن پیشامد a را با P_a ، تعداد حالت‌های ممکن بر اتفاق افتادن پیشامد a را با $n(a)$ و تعداد پیشامدهای ممکن را با $n(s)$ نمایش می‌دهیم. پس:

$$P_a = \frac{n(a)}{n(s)}$$

۱- وقتی یک سکه را می‌اندازیم، احتمال رو آمدن آن $\frac{1}{2}$ و احتمال پشت آمدن آن $\frac{1}{2}$ است. وقتی یک تاس را می‌اندازیم احتمال این که عدد ۱ بیاید $\frac{1}{6}$ ، عدد ۲ بیاید $\frac{1}{6}$ و عدد ۶ بیاید $\frac{1}{6}$ است.

۲- وقتی یک تاس را می‌اندازیم احتمال این که عدد زوج بیاید، چند است؟
 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
 چون ۲، ۴ یا ۶ اعداد زوج هستند.

چون تاس می‌تواند ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ یا ۶ بیاید.

$$P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

زوج آمدن

پس:

۳- چرا احتمال وقوع یک پیشامد عددی بین ۰ و ۱ است؟ زیرا اگر اتفاق نیفتد برابر صفر است

و اگر صد درصد اتفاق بیفتد احتمال آن برابر ۱ است
 پس احتمال وقوع یک پیشامد عددی بین صفر و یک است

در هر یک از موارد زیر احتمال وقوع هر پیشامد را بنویسید و احتمال‌ها را با هم جمع کنید.

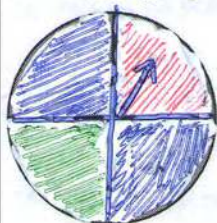
انداختن سکه :

$$\begin{aligned} \text{احتمال رو آمدن} &= \frac{1}{2} \\ \text{احتمال پشت آمدن} &= \frac{1}{2} \end{aligned} \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

انداختن تاس :

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

ایستادن عقربه روی یک رنگ



$$\begin{aligned} \text{احتمال رنگ سبز} &= \frac{1}{4} \\ \text{احتمال رنگ قرمز} &= \frac{1}{4} \\ \text{احتمال رنگ آبی} &= \frac{2}{4} \end{aligned}$$

$$\rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = 1$$

چه نتیجه‌ای از این فعالیت می‌گیرید؟

مجموع احتمال‌های وقوع تمام پیشامدها برابر ۱ می‌شود

۱- دو هدف تیراندازی به شکل مقابل است. احتمال اینکه تیر در قسمت

آبی بخورد، در کدام هدف بیشتر است؟ چرا؟

در هدف سمت راست احتمال تیر در قسمت آبی بخورد

بیشتر است زیرا $\frac{1}{3} > \frac{1}{6}$

۲- در هر کدام از کیسه های مقابل فقط یک مهره سیاه هست و بقیه

سفیدند. اگر یک مهره از هر کیسه برداشته شود، احتمال اینکه سیاه باشد در

کدام یک بیشتر است؟ چرا؟ در کیسه اول که ۱ مهره دارد احتمال

بیشتری دارد چون $\frac{1}{10} > \frac{1}{100} > \frac{1}{1000}$

۳- یک صفحه چرخنده به صورت مقابل است. اگر آن را ۱۰۰۰ بار

اصلاح شود

بچرخانیم، به احتمال زیاد چند بار روی رنگ سبز قرار می گیرد؟ چرا؟

سبز رنگ است

برای دو دور $\frac{1}{4}$

۴- نه مهره را که روی آنها عددهای ۱ تا ۹ نوشته شده است، در کیسه ریخته ایم. مریم یک مهره را از کیسه بیرون

۲، ۴، ۶، ۸

می آورد. احتمال این که مهره خارج شده زوج باشد چقدر است؟

$\frac{4}{9}$

۳، ۴، ۹

احتمال این که مهره خارج شده مضرب ۳ باشد، چقدر است؟ $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

۵- در یک کیسه تعدادی مهره است. $\frac{1}{6}$ آنها سبز، $\frac{1}{12}$ آنها زرد، $\frac{1}{4}$ آنها سفید و $\frac{1}{4}$ آنها آبی هستند. اگر فردی بدون

$\frac{1}{2} > \frac{1}{4} > \frac{1}{6} > \frac{1}{12}$

نگاه کردن به داخل کیسه مهره ای را بیرون بیاورد، احتمال بیرون آمدن کدام رنگ بیشتر است؟ چرا؟ سفید

۶- دانشگاهی ۱۲۰۰ دانشجو دارد (دختر و پسر). یک نمونه ۱۰۰ نفری از دانشجویان این دانشگاه به طور تصادفی

انتخاب می شوند. در این نمونه ۴۵ دانشجوی پسر وجود دارد. به احتمال زیاد تعداد دانشجویان پسر این دانشگاه چند نفر

است؟ $\frac{45}{1200} \times x = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 540$ پسر

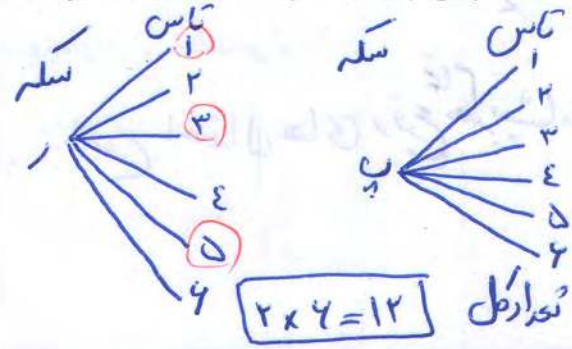
۷- از یک بسته که ۳۰۰ لامپ در آن است، ۱۰۰ لامپ به طور تصادفی برای آزمایش خارج می کنیم. اگر ۵ لامپ از

این تعداد سوخته باشد، احتمالاً چند لامپ سوخته در کل بسته وجود دارد؟ $\frac{100}{300} \times x = \frac{5}{x} \Rightarrow x = 15$

۸- یک سکه و یک تاس را با هم انداخته ایم. احتمال اینکه سکه رو و تاس عدد فرد را نشان دهد، چقدر است؟

۹- در یک کیسه ۱۰ لوبیای قرمز، ۵ لوبیای سفید و ۵ لوبیای چیتی قرار دارد. اگر یک دانه را از کیسه بیرون بیاوریم،

احتمال این که لوبیا چیتی باشد، چقدر است؟



$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$
 $\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک

مثال بزنید:

- آمار • داده • دامنه تغییرات • حدود دسته • متوسط دسته • فراوانی
- در این فصل روش اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.
- دانستن کاربرد هریک از نمودارها • پیدا کردن فراوانی تعدادی داده‌ها پس از دسته‌بندی کردن آنها
- رسم نمودار بلوکی • درک مفهوم توزیع نرمال یا طبیعی داده‌ها در یک پدیده طبیعی
- پیدا کردن میانگین چند عدد • پیدا کردن میانگین داده‌ها پس از دسته‌بندی آنها
- درک مفهوم پیشامد • نوشتن تمام پیشامدهای ممکن
- درک مفهوم احتمال اتفاق افتادن یک پیشامد • پیدا کردن تمام حالت‌های ممکن برای وقوع یک پیشامد
- احتمال ریاضی یک پیشامد • پیدا کردن احتمال یک پیشامد با نوشتن رابطه آن
- احتمال یک پیشامد عددی بین ۰ و ۱ است. • مجموع احتمال‌ها برابر ۱ می‌شود.

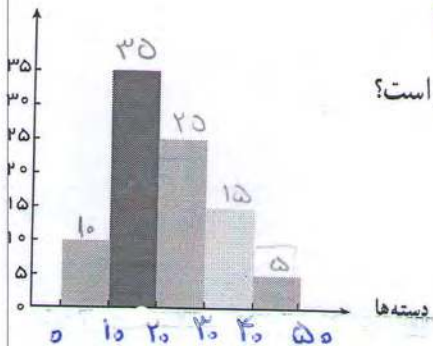
کاربرد

درس آمار و احتمال در زندگی روزمره کاربرد وسیعی دارد. به کمک کارهای آماری و با درک مفهوم احتمال می‌توانیم وقوع

پیشامدها را پیش‌بینی کنیم
$$\frac{10 \times 5 + 35 \times 15 + 25 \times 25 + 15 \times 35 + 5 \times 45}{90} = \frac{1950}{90} \approx 21.6$$
 میانگین

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که بتوانید تمرین‌های زیر را انجام دهید، مطمئن شوید که این فصل را به خوبی فرا گرفته‌اید.



۲۱/۶

۱- با توجه به نمودار بلوکی مقابل میانگین داده‌ها را به دست آورید.

۲- دو تاس را با هم می‌اندازیم. احتمال این که یکی فرد و یکی زوج بیاید، چقدر است؟

$4 \times 4 = 16$ کل حالت‌ها

$3 \times 3 = 9$ زوج زوج

$3 \times 3 = 9$ زوج فرد

$\Rightarrow 9 + 9 = 18 \Rightarrow \frac{18}{16} = \frac{9}{8}$

چون دو حالت هست که یک یا اولی فرد

۱۳۲

و دومی زوج باشد و حالت بعدی اولی زوج و دومی فرد باشد

اصلاحیه