



# آزمون «۶ آبان ۱۴۰۱» اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه مشترک) مدت پاسخ گویی: ۱۶۵ دقیقه تعداد کل سؤالات: ۱۲۰ سؤال

دفترچه سؤال

| نام درس |                       | تعداد سؤال | شماره سؤال | زمان پاسخ گویی |
|---------|-----------------------|------------|------------|----------------|
| اجباری  | حسابان دوازدهم        | ۲۰         | ۱-۲۰       | ۳۰'            |
| اجباری  | هندسه دوازدهم         | ۱۰         | ۲۱-۳۰      | ۱۵'            |
| اجباری  | ریاضیات گسسته دوازدهم | ۱۰         | ۳۱-۴۰      | ۱۵'            |
| اجباری  | هندسه دهم             | ۱۰         | ۴۱-۵۰      | ۱۵'            |
| اختیاری | هندسه یازدهم          | ۱۰         | ۵۱-۶۰      | ۱۵'            |
| اجباری  | فیزیک دوازدهم         | ۱۰         | ۶۱-۷۰      | ۱۵'            |
| اجباری  | فیزیک دهم             | ۱۰         | ۷۱-۸۰      | ۱۵'            |
| انتخابی | فیزیک یازدهم          | ۱۰         | ۸۱-۹۰      | ۱۵'            |
|         | فیزیک دهم             |            | ۹۱-۱۰۰     |                |
| اجباری  | شیمی دوازدهم          | ۱۰         | ۱۰۱-۱۱۰    | ۱۰'            |
| اجباری  | شیمی دهم              | ۱۰         | ۱۱۱-۱۲۰    | ۱۰'            |
| انتخابی | شیمی یازدهم           | ۱۰         | ۱۲۱-۱۳۰    | ۱۰'            |
|         | شیمی دهم              |            | ۱۳۱-۱۴۰    |                |
| جمع کل  |                       | ۱۲۰        | ۱-۱۴۰      | ۱۶۵'           |

## پدیدآورندگان

| نام درس       | نام طراحان                                                                                                                            |
|---------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| حسابان ۲      | بابک ابراهیمی-محمد مصطفی ابراهیمی-امیر هوشنگ انصاری-امیر محمد باقری نصر آبادی-عادل حسینی-آریان حیدری-افشین خاصه خان-محمد امین روانبخش |
| هندسه         | بابک سادات-علی سلامت-علی اصغر شریفی-فرشاد صدیقی-فر-پویان طهرانیان-حمید علیزاده-علی مقدم-جهانبخش نیکنام                                |
| ریاضیات گسسته | امیر حسین ابومحبوب-سامان اسپهرم-علی ایمانی-جواد حاتم-عادل حسینی-سید محمد رضا حسینی-فرد-افشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش                   |
| فیزیک         | محمد خندان-احسان خیرالهی-سوگند روشنی-نیما زارع-احمد رضا فلاح-محمد کریمی-مهرداد ملوندی-امیر وفائی                                      |
| شیمی          | امیر حسین ابومحبوب-عادل حسینی-سید محمد رضا حسینی-فرد-فرزانه خاکپاش-سوگند روشنی-علیرضا شریف خطیبی-جمال صادقی-علی صادقی                 |
|               | محمد صحت کار-احمد رضا فلاح-نیلوفر مهدوی                                                                                               |
|               | خسرو ارغوانی-فرد-بابک اسلامی-عبدالرضا امینی-نسب-زهره آقامحمدی-مهدی برای-فرهاد جوی-امیر مسعود حاجی مرادی-میثم دشتیان                   |
|               | محمد علی راست پیمان-بهنام رستمی-مهدی سلطانی-پویا شمشیری-عبداله فقه زاده-مسعود قره خانی-محسن قندچلر-احسان کریمی-مصطفی کیانی            |
|               | علیرضا گونه-محمد صادق مام-سیده-غلامرضا محبی-احسان محمدی-حسین مخدومی-سید علی میرنوری-حسام نادری-مصطفی وانقی                            |
|               | قادر باخاری-محمد رضا پورچاوید-کامران جعفری-امیر حاتمیان-ارژنگ خانلری-پیمان خواجوی مجد-حمید ذبیحی-علیرضا رضایی سراب-روزبه رضوانی       |
|               | امیر محمد سعیدی-رضا سلیمانی-ساجد شیر-مسعود طبرسا-امیر حسین طیبی-رسول عابدینی زواره-محمد عظیمیان زواره-حسن عیسی زاده-اکبر هنرمند       |

## گزینشگران و ویراستاران

| نام درس        | حسابان ۲       | هندسه                 | ریاضیات گسسته         | فیزیک              | شیمی                   |
|----------------|----------------|-----------------------|-----------------------|--------------------|------------------------|
| گزینشگر        | کاظم اجلائی    | امیر حسین ابومحبوب    | سوگند روشنی           | بابک اسلامی        | ایمان حسین نژاد        |
| گروه ویراستاری | مهدی ملارمضانی | عادل حسینی            | عادل حسینی            | حمید زرین کفش      | یاسر راش               |
|                | علی ارجمند     | ویراستار استاد:       | ویراستار استاد:       | زهره آقامحمدی      | محبوبه بیک محمدی       |
|                | علی سرآبادانی  | مهرداد ملوندی         | مهرداد ملوندی         | ویراستار استاد:    | محمد حسن محمدزاده مقدم |
|                |                |                       |                       | سید علی میرنوری    | بازبینی نهایی:         |
|                |                |                       |                       | بابک اسلامی        | امیر حسین عزیزی        |
| مسئول درس      | عادل حسینی     | امیر حسین ابومحبوب    | امیر حسین ابومحبوب    | بابک اسلامی        | امیر حسین مسلمی        |
| مستند سازی     | سمیه اسکندری   | سرژ یقیازاریان تبریزی | سرژ یقیازاریان تبریزی | مجتبی خلیل ارجمندی | سمیه اسکندری           |

## گروه فنی و تولید

|                |                                |
|----------------|--------------------------------|
| مدیر گروه      | محمد اکبری                     |
| مسئول دفترچه   | نرگس غنی زاده                  |
| گروه مستندسازی | مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم |
| حروف نگار      | میلاد سیاوشی                   |
| ناظر چاپ       | سوران نعیمی                    |

گروه آزمون  
بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»  
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۴۳

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

حسابان ۲: تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۸ / حسابان ۱: تابع: صفحه‌های ۵۴ تا ۷۰

۱- به ازای چند مقدار صحیح  $a$ ، تابع  $f(x) = 3x - |ax - x|$  یک به یک است؟

(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۶

۲- تابع  $f(x) = 2x|1-x| - x^2 + 1$  روی بازه  $[a, 1]$  وارون پذیر است. اگر  $a$  حداقل مقدار ممکن باشد،  $f(a)$  کدام است؟(۱)  $\frac{4}{3}$ (۲)  $\frac{1}{3}$ (۳)  $\frac{4}{9}$ 

(۴) صفر

۳- به ازای چند مقدار صحیح، تابع  $f = \{(-1, 2x - x^2), (-4, x), (0, 2x^2 - 1)\}$  صعودی است؟

(۱) هیچ

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۴- فرض کنید  $f(x) = 3^{-x}$  و  $g = \{(1, 6), (4, 2), (2, k), (3, 4)\}$  باشد. اگر تابع  $f \circ g$  صعودی باشد، حداقل مقدار  $k$  کدام است؟

(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۶

۵- تابع  $f$  با دامنه  $\mathbb{R}$  اکیداً نزولی است. دامنه تابع  $g = \frac{1}{\sqrt{f(x^3 + 4) - f(4x^2 + x)}}$  شامل چند عدد صحیح نامنفی است؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۶- اگر توابع  $f = \{(1, b), (2, -2), (-3, a), (8, 4)\}$ ،  $g = \{(1, 3), (-3, 2), (5, 7)\}$  و  $\frac{g}{f+1} = \{(1, 4)\}$  باشند، حاصل  $ab$  کدام است؟(۱)  $\frac{1}{4}$ (۲)  $-\frac{1}{4}$ (۳)  $\frac{2}{3}$ (۴)  $-\frac{2}{3}$

۷- اگر  $f(x) = 2 - (x+1)\sqrt{-x-1}$  و  $g(x) = 2 + (x+1)\sqrt{-x-1}$  ، نمودار تابع  $f \times g$  از کدام نواحی عبور نمی‌کند؟

(۲) دوم و سوم

(۱) اول و چهارم

(۴) فقط چهارم

(۳) فقط سوم

۸- توابع  $f(x) = x^2 - \sqrt{2x^2 - x}$  و  $g(x) = \sqrt{x}(\sqrt{2x-1} - 2\sqrt{x})$  مفروض‌اند. برد تابع  $f + g$  کدام است؟

(۲)  $[-1, 0]$

(۱)  $\left[-\frac{3}{4}, \frac{1}{2}\right]$

(۴)  $[-1, +\infty)$

(۳)  $\left[-\frac{3}{4}, +\infty\right)$

۹- تابع  $f(x) = \frac{x+\sqrt{x}}{2}$  مفروض است. کم‌ترین مقدار تابع  $g(x) = f(x) - f^{-1}(1-x)$  کدام است؟

(۲)  $-\frac{3}{2}$

(۱) صفر

(۴)  $-\frac{1}{2}$

(۳) -۱

۱۰- اگر  $g(x) = 2^x + 2^{-x}$  و  $f(x) = \sqrt{2-x}$  ، دامنه تابع fog شامل چند عدد صحیح است؟

(۲) ۱

(۱) هیچ

(۴) ۴

(۳) ۲

۱۱- اگر دامنه تابع  $g(x) = f(2x-1) - 1$  بازه  $\left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right]$  باشد، دامنه تابع  $h(x) = 3f\left(\frac{x-4}{3}\right) + 1$  کدام است؟

(۲)  $\left(-2, -\frac{11}{9}\right]$

(۱)  $[-2, 5)$

(۴)  $[-2, 5]$

(۳)  $\left[-2, -\frac{11}{9}\right)$

۱۲- نقطه  $(۲, ۴)$  روی تابع  $y = f(x)$  واقع است. این نقطه در کدام یک از توابع زیر به نقطه  $\left(-\frac{1}{۲}, -۱\right)$  تبدیل می‌شود؟

$$y = ۱ - ۲f(۱ - ۲x) \quad (۲)$$

$$y = ۱ - \frac{1}{۲}f(۱ - ۲x) \quad (۱)$$

$$y = -\frac{1}{۲}f(-۲x - ۱) \quad (۴)$$

$$y = -۱ - \frac{1}{۲}f(-۲x - ۱) \quad (۳)$$

۱۳- اگر  $f(x) = \frac{|x|}{x} |x^2 - ۴x|$  باشد، طول بزرگ‌ترین بازه‌ای که نمودار تابع  $g(x) = ۲f(ax + ۳) + ۱$  روی آن اکیداً نزولی است، برابر

۱۰ است. مقدار مثبت  $a$  کدام است؟

$$۰/۴ \quad (۲)$$

$$۰/۵ \quad (۱)$$

$$۰/۱ \quad (۴)$$

$$۰/۲ \quad (۳)$$

۱۴- دامنه و برد تابع اکیداً صعودی  $f$  به ترتیب  $[۱, ۳]$  و  $[۲, ۴]$  می‌باشند. اگر  $g(x) = ۲f\left(\frac{1}{۲}x - ۱\right) + ۱$ ، حاصل  $g^{-1}(۵) + g^{-1}(۹)$  کدام

است؟

$$۱۲ \quad (۲)$$

$$۱۶ \quad (۱)$$

$$۱۳ \quad (۴)$$

$$۱۱ \quad (۳)$$

۱۵- اگر  $f = \{(۶, -۱), (۷, ۵), (-۲, ۱), (۴, -۲)\}$  و  $g = \{(۳, -۲), (۶, ۴), (۲, ۷), (۴, ۰)\}$  باشند و  $(fog)^{-1}(a) = -۳a$ ، مقدار  $a$  کدام است؟

$$۷ \quad (۲)$$

$$صفر \quad (۱)$$

$$-۲ \quad (۴)$$

$$۴ \quad (۳)$$

۱۶- برای توابع  $f$  و  $g$  داریم:  $g(x + ۳) + ۲f(x + ۱) = ۸$ . اگر  $f^{-1}(x) = \frac{1}{\sqrt{x+7}+2}$ ،  $g^{-1}(۴)$  کدام است؟

$$\frac{۹}{۵} \quad (۲)$$

$$\frac{۱۱}{۵} \quad (۱)$$

$$\frac{۵}{۹} \quad (۴)$$

$$\frac{۵}{۱۱} \quad (۳)$$

۱۷- ضابطه تابع وارون تابع  $f(x) = \sqrt{x+1} + \frac{x}{|x|}$  کدام است؟

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & ; -1 \leq x < 0 \\ x^2 - 2x & ; x > 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & ; -1 \leq x < 0 \\ x^2 - 2x & ; x > 2 \end{cases} \quad (2)$$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & ; -1 \leq x < 0 \\ x^2 + 2x & ; x > 2 \end{cases} \quad (3)$$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & ; -1 \leq x < 0 \\ x^2 - 2x & ; x \geq 0 \end{cases} \quad (4)$$

۱۸- برای دو تابع خطی  $f$  و  $g$  داریم:  $(f \circ g)(x) = 6x - 10$  و  $(g^{-1} \circ f)(x) = \frac{3}{2}x + 1$ . مقدار  $(fg)(1)$  کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$-2 \quad (4)$$

۱۹- قرینه نمودار تابع  $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$  نسبت به محور  $y$ ها را ۲ واحد به راست و ۲ واحد به بالا انتقال می دهیم تا نمودار تابع  $g$  حاصل

شود. اگر نمودار تابع  $g$  نمودار تابع  $f^2$  را در نقاط  $A$  و  $B$  قطع کند، طول پاره خط  $AB$  کدام است؟

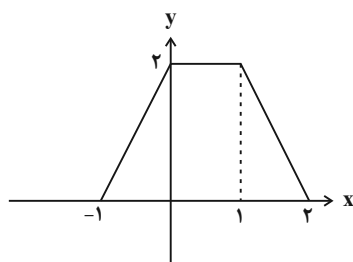
$$2\sqrt{10} \quad (1)$$

$$3\sqrt{5} \quad (2)$$

$$3\sqrt{10} \quad (3)$$

$$2\sqrt{5} \quad (4)$$

۲۰- نمودار تابع  $f$  در شکل زیر رسم شده است. مساحت سطح محدود به نمودار تابع  $g(x) = 2 - f\left(\frac{3}{2}x + 1\right)$  و محور  $x$ ها کدام است؟



$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

$$6 \quad (2)$$

$$3 \quad (3)$$

$$\frac{4}{3} \quad (4)$$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها (تا سر حل دستگاه معادلات): صفحه‌های ۹ تا ۲۳

۲۱- جواب‌های معادله  $\begin{bmatrix} x & -1 \\ 1 & x \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x+1 \\ x \end{bmatrix} = 0$  کدام است؟

(۱) ۱ و  $\frac{1}{3}$  (۲) ۱ و  $-\frac{1}{3}$

(۳)  $-1$  و  $\frac{1}{3}$  (۴)  $-1$  و  $-\frac{1}{3}$

۲۲- اگر  $I = \begin{bmatrix} 3^{x-y} & 0 \\ x+y-z & 2^{x-1} \end{bmatrix}$  ماتریس همانی باشد، مجموع درایه‌های توان دوم ماتریس  $A = \begin{bmatrix} x & y \\ 0 & z \end{bmatrix}$  کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۶

(۳) ۷ (۴) ۸

۲۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} -a & a \\ a & -a \end{bmatrix}$  و  $A^{2n} = 2^{2n-1} A$  باشد، مقدار غیرصفر  $a$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲)  $-1$

(۳) ۲ (۴)  $-2$

۲۴- اگر  $A$  یک ماتریس مربعی مرتبه ۲ بوده و دو ماتریس  $A$  و  $3I - A$  وارون یکدیگر باشند، مجموع درایه‌های ماتریس

$(A + A^{-1})^2$  کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۱۸ (۴) ۳۶

۲۵- اگر  $\bar{O} = 6I - 5A + A^2$  باشد، وارون ماتریس  $(A + 4I)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{10}(A + I)$  (۲)  $\frac{1}{10}(A - I)$

(۳)  $-\frac{1}{10}(A - I)$  (۴)  $-\frac{1}{10}(A + I)$

۲۶- فرض کنید  $A = \begin{bmatrix} 6x-2 & 6x^2+5x-1 \\ 0 & 10x+2 \end{bmatrix}$  ماتریسی قطری و غیر اسکالر و  $B = \begin{bmatrix} 3y+1 & y-1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$  باشد، به ازای کدام مقدار  $y$ ،

ماتریس  $A+B$  وارون پذیر نیست؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $-\frac{1}{3}$

۲۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} 0 & b \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  و رابطه  $(A+B)^2 = A^2 + B^2$  برقرار باشد، حاصل  $a+b$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) -۱

۲۸- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$  باشد، حاصل  $A^{1!} + 2A^{2!} + 3A^{3!} + \dots + 10A^{10!}$  کدام است؟

- (۱)  $5A + 5I$  (۲)  $A + 15I$  (۳)  $A + 54I$  (۴)  $55A$

۲۹- اگر  $A$  یک ماتریس مربعی از مرتبه ۳ و  $(I-A)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  باشد، ماتریس  $A(I-A)^{-1}$  کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -1 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

(۳)  $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

۳۰- اگر  $A$  یک ماتریس مربعی از مرتبه ۲،  $B = \begin{bmatrix} -y & 1 \\ -5 & -x \end{bmatrix}$ ،  $C = \begin{bmatrix} x-1 & 1 \\ y+z & z \end{bmatrix}$  و  $AB = CA = I$  باشد، آنگاه مجموع درایه‌های

ماتریس  $A$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۳



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱ تا ۱۷

۳۱- کدام گزینه صحیح است؟

(۱) اگر  $a|b$ ، آنگاه  $|a| \leq |b|$ .(۲) اگر  $a-b|a$ ، آنگاه  $ab|a-b$ .(۳) عدد  $n = 44$  مثال نقضی برای گزاره «به ازاء هر  $n \in \mathbb{N}$  عبارت  $n^2 + n + 41$  عددی اول است» می‌باشد.(۴) اگر  $n$  و  $k$  اعدادی صحیح باشد، معادله  $n^2 = 8k + 1$  در مجموعه اعداد صحیح فاقد جواب است.

۳۲- کدام یک از گزاره‌های زیر هم ارز نیستند؟

(۱)  $p: A \subseteq B$  و  $q: A - B = \emptyset$ (۲)  $p: A \subseteq B'$  و  $q: A - B = A$ (۳)  $p: A \cup B \subseteq A - B$  و  $q: B = \emptyset$ (۴)  $p: A' \cup B' = \emptyset$  و  $q: A = B$ ۳۳- با در نظر گرفتن همه حالات، به ازای تمام اعداد طبیعی  $n$ ، عبارت  $(n+1)(n+4)+1$  در تقسیم بر ۶ چند باقی‌مانده متمایز

می‌تواند داشته باشد؟

(۲) ۲

(۱) ۳

(۴) ۴

(۳) ۵

۳۴- اگر  $m$  عددی طبیعی باشد، حاصل عبارت  $[(\delta m^2, 1\delta m^2), (\delta m^2, 20m)]$  چند مقدار متمایز بر حسب  $m$  می‌تواند داشته باشد؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۴

(۳) ۳

۳۵- نقاط  $(a, b)$  روی منحنی  $4x^2 - 2xy - 3y + 1 = 0$  قرار دارند. اگر  $a, b \in \mathbb{Z}$  باشند، چند نقطه با این ویژگی روی این منحنی قرار دارد؟

(۲) ۴

(۱) هیچ

(۴) ۸

(۳) ۶



۳۶- در تقسیم عدد طبیعی و فرد  $a$  بر ۵۵، باقی‌مانده از ۲ برابر خارج‌قسمت یک واحد کمتر است. مجموع ارقام بزرگ‌ترین مقدار  $a$

کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۳

(۳) ۱۴ (۴) ۱۵

۳۷- بزرگ‌ترین عدد دورقمی مانند  $n$  که به ازای آن اعداد  $5n+3$  و  $7n-2$  نسبت به هم اول نیستند، کدام است؟

(۱) ۹۹ (۲) ۹۰

(۳) ۸۹ (۴) ۸۰

۳۸- به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی  $a$ ، اعداد  $a+10$  و  $a$  به ترتیب بر دو عدد طبیعی  $b$  و  $b+1$  بخش‌پذیر هستند و خارج‌قسمت

این دو تقسیم، دو عدد متوالی است؟

(۱) ۵ (۲) ۶

(۳) ۷ (۴) ۸

۳۹- اگر باقی‌مانده تقسیم عدد  $a$  بر ۷ برابر با ۵ و باقیمانده تقسیم عدد  $2a$  بر ۵ برابر ۳ باشد. آنگاه باقی‌مانده تقسیم عدد  $3a$  بر ۳۵

کدام است؟

(۱) ۲۶ (۲) ۲۴

(۳) ۲۲ (۴) ۲۰

۴۰- به ازای چند عدد صحیح  $x$ ، حاصل  $\frac{x^5+3}{x^2+1}$  عددی صحیح می‌شود؟

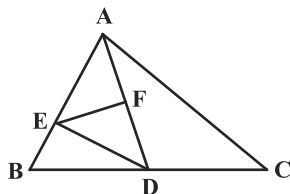
(۱) ۳ (۲) ۴

(۳) ۵ (۴) ۷

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۱: قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۲۹ تا ۵۱

۴۱- در شکل زیر، نقاط  $D$  و  $F$  به ترتیب وسط  $BC$  و  $AD$  قرار دارند و  $AE = ۴BE$  است. مساحت مثلث  $DEF$  چه کسری از

مساحت مثلث  $ABC$  است؟

$$\frac{1}{5} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{8} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{6} \quad (۳)$$

۴۲- مثلث  $ABC$  به اضلاع ۶، ۵ و ۵ با مثلث  $A'B'C'$  متشابه است. اگر محیط مثلث  $A'B'C'$  برابر ۵۶ باشد، اندازه کوتاه ترین

ارتفاع آن کدام است؟

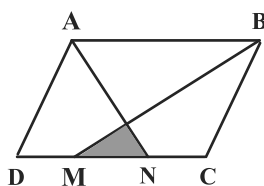
$$۱۶ \quad (۴)$$

$$۱۵ \quad (۳)$$

$$۱۴ \quad (۲)$$

$$۱۲ \quad (۱)$$

۴۳- در شکل زیر، نقاط  $M$  و  $N$ ، ضلع  $CD$  را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده‌اند. مساحت متوازی‌الاضلاع  $ABCD$  چند برابر



مساحت مثلث هاشورخورده است؟

$$۱۸ \quad (۲)$$

$$۲۴ \quad (۱)$$

$$۱۲ \quad (۴)$$

$$۱۵ \quad (۳)$$

۴۴- در یک مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر، وتر را به نسبت ۱ به ۴ تقسیم می‌کند. اگر مساحت این مثلث برابر ۴۵ باشد، طول

وتر کدام است؟

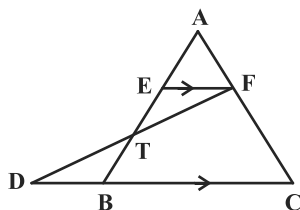
$$۱۸ \quad (۴)$$

$$۱۵ \quad (۳)$$

$$۱۰ \quad (۲)$$

$$۹ \quad (۱)$$

۴۵- در شکل زیر  $EF \parallel CD$ ،  $DB = ۴$  و  $۲AE = ۲ET = BT$  است. طول  $BC$  کدام است؟



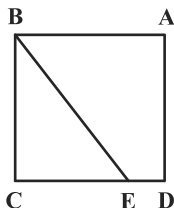
$$۶ \quad (۱)$$

$$۸ \quad (۲)$$

$$۹ \quad (۳)$$

$$۱۰ \quad (۴)$$

۴۶- در شکل زیر نقطه E، ضلع CD از مربع ABCD را به نسبت ۱ به ۳ تقسیم کرده است. نسبت فاصله‌های A و C از پاره خط



BE کدام است؟

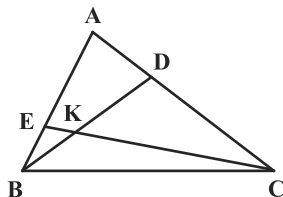
(۲)  $\frac{5}{64}$

(۱)  $\frac{5}{6}$

(۴)  $\frac{8}{5}$

(۳)  $\frac{5}{75}$

۴۷- در مثلث ABC، دو پاره خط BD و CE در نقطه K متقاطع‌اند. اگر  $\frac{AD}{AC} = \frac{BE}{AB} = \frac{1}{3}$  باشد، نسبت  $\frac{BK}{KD}$  کدام است؟



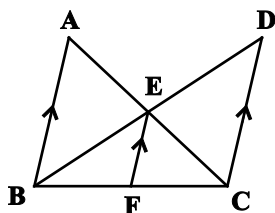
(۲) ۱

(۱)  $\frac{3}{5}$

(۴)  $\frac{1}{2}$

(۳)  $\frac{3}{4}$

۴۸- در شکل زیر، اگر  $AB \parallel EF \parallel CD$ ،  $EF = 3$  و  $9S_{ABE} = 4S_{CDE}$  باشد، طول CD کدام است؟



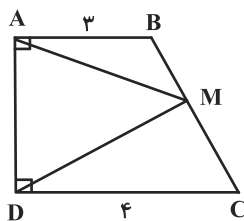
(۲) ۵

(۱)  $\frac{4}{5}$

(۴)  $\frac{7}{5}$

(۳) ۶

۴۹- در دوزنقه قائم‌الزاویه شکل زیر اندازه قاعده‌ها ۳ و ۴ است. اگر M روی ساق مایل طوری باشد که  $S_{CDM} = 2S_{ABM}$ ، فاصله



M از ساق قائم کدام است؟

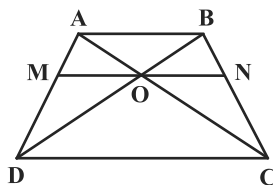
(۲)  $\frac{27}{7}$

(۱)  $\frac{17}{5}$

(۴)  $\frac{19}{6}$

(۳)  $\frac{29}{8}$

۵۰- در شکل زیر، اگر مساحت مثلث ONC، یک چهارم مساحت مثلث ODC و  $MN \parallel AB$  باشد، مساحت مثلث BON چه کسری



از مساحت دوزنقه ABCD است؟

(۲)  $\frac{1}{16}$

(۱)  $\frac{1}{32}$

(۴)  $\frac{3}{64}$

(۳)  $\frac{3}{32}$



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: دایره: صفحه‌های ۲۱ تا ۳۱

🔔 پاسخگویی به سؤالات هندسه ۲ اختیاری است و در تراز کل بی‌تأثیر است.

۵۱- دو دایره  $C$  و  $C'$ ، سه مماس مشترک دارند. اگر شعاع یکی از دایره‌ها، ۶ برابر شعاع دایره دیگر باشد، طول مماس مشترک خارجی دو دایره چند برابر شعاع دایره بزرگ‌تر است؟

$$(۱) \frac{\sqrt{6}}{3} \quad (۲) \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$(۳) \frac{\sqrt{3}}{3} \quad (۴) \frac{\sqrt{6}}{2}$$

۵۲- شعاع دایره محاطی داخلی مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) که در آن  $AB = 2$  و  $BC = 6$  باشد، کدام است؟

$$(۱) 2\sqrt{2} - 2 \quad (۲) 2 - \sqrt{2}$$

$$(۳) \sqrt{2} \quad (۴) \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۵۳- مساحت دایره محاطی شش ضلعی منتظمی به طول ضلع ۲ کدام است؟

$$(۱) \pi \quad (۲) 3\pi$$

$$(۳) 4\pi \quad (۴) 6\pi$$

۵۴- پاره خط  $AB = 5$  مفروض است. به مراکز  $A$  و  $B$  به ترتیب دایره‌هایی به شعاع‌های ۳ و ۴ رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقاط

$C$  و  $D$  قطع کنند. کدام گزینه در مورد چهارضلعی  $ACBD$  درست است؟

(۱) هم محیطی و هم محاطی است. (۲) نه محیطی و نه محاطی است.

(۳) فقط محاطی است. (۴) فقط محیطی است.

۵۵- مثلث متساوی‌الساقینی به طول قاعده ۸ و ساق ۶ مفروض است. طول مماس مشترک خارجی دایره محاطی داخلی و دایره

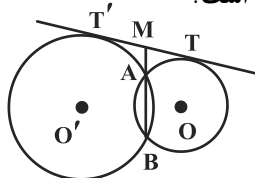
محاطی خارجی نظیر قاعده این مثلث کدام است؟

$$(۱) 6 \quad (۲) 8$$

$$(۳) 10 \quad (۴) 14$$

۵۶- در شکل زیر فاصله مراکز دو دایره متقاطع برابر  $OO' = ۹$  است. وتر مشترک  $AB = ۵$  را امتداد می‌دهیم تا مماس مشترک

خارجی  $TT'$  را در نقطه  $M$  قطع کند. اگر  $AM = ۲$  باشد، اختلاف اندازه شعاع‌های دو دایره کدام است؟



(۱) ۳

(۲)  $۲\sqrt{۳}$ 

(۳) ۵

(۴)  $۴\sqrt{۲}$ 

۵۷- مساحت یک مثلث ۱۲ واحد مربع و محیط آن ۸ واحد است. اگر اندازه شعاع‌های دو تا از دایره‌های محاطی مثلث ۶ و ۹

واحد باشد، کدام یک از اعداد زیر، طول یکی از اضلاع این مثلث نیست؟

(۴) ۴

(۳)  $\frac{۸}{۳}$ (۲)  $\frac{۱۰}{۳}$ 

(۱) ۲

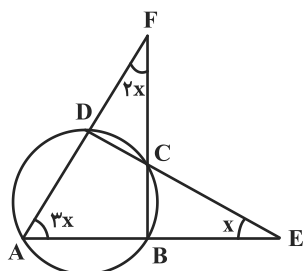
۵۸- در مثلث  $ABC$ ،  $AB = ۵$  و  $AC = ۶$  است. اگر شعاع دایره محیطی این مثلث برابر ۴ باشد، طول ارتفاع وارد بر ضلع  $BC$  در

این مثلث کدام است؟

(۴) ۴

(۳)  $\frac{۱۵}{۴}$ (۲)  $\frac{۷}{۲}$ 

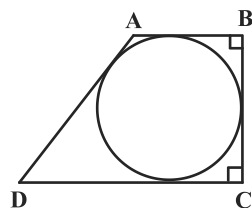
(۱) ۳



۵۹- در شکل زیر، اندازه  $x$  کدام است؟

(۱)  $۱۰^\circ$ (۲)  $۱۵^\circ$ (۳)  $۲۰^\circ$ (۴)  $۲۵^\circ$ 

۶۰- در شکل زیر اگر طول قاعده‌های دوزنقه به ترتیب برابر ۹ و ۱۸ باشد، شعاع دایره محاطی دوزنقه کدام است؟

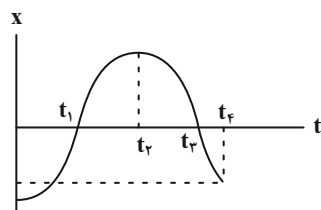
(۱)  $\frac{۷}{۵}$ (۲)  $\frac{۶}{۷۵}$ (۳)  $\frac{۶}{۲۶}$ 

(۴) ۶

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱ تا ۱۵

۶۱- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی خطی راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام یک از جملات زیر، در مورد حرکت



این متحرک از لحظه صفر تا  $t_4$  صحیح است؟

(الف) بردار مکان متحرک، دو بار تغییر جهت می‌دهد.

(ب) بردار سرعت متوسط متحرک، در جهت محور  $x$  است.

(پ) جهت حرکت متحرک، دو بار تغییر می‌کند.

(ت) در لحظه  $t_4$ ، متحرک بیشترین فاصله را از مبدأ حرکت دارد.

(۴) الف و ب و پ

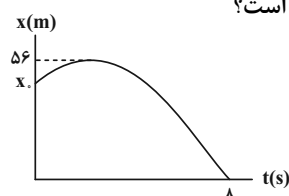
(۳) الف و ب

(۲) الف و پ

(۱) پ و ت

۶۲- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی محور  $x$  حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است. اگر اندازه سرعت متوسط متحرک در ۸

ثانیه اول حرکت برابر با  $\frac{4}{5} \frac{m}{s}$  باشد، تندی متوسط متحرک در این بازه زمانی چند متر بر ثانیه است؟



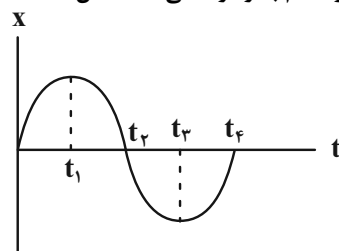
(۱)  $\frac{8}{5}$

(۲)  $\frac{9}{5}$

(۳)  $\frac{4}{5}$

(۴) ۹

۶۳- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی خطی راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در کدام بازه زمانی مشخص شده،



سرعت متوسط متحرک منفی است و تندی آن مرتباً در حال افزایش است؟

(۱)  $t_1$  تا  $t_3$

(۲)  $t_1$  تا  $t_2$

(۳)  $t_2$  تا  $t_3$

(۴)  $t_3$  تا  $t_4$

۶۴- متحرکی در حرکت روی محور  $x$ ، فاصله ۱۰۰ متری بین دو نقطه A تا B را با تندی متوسط  $20 \frac{m}{s}$  در جهت مثبت محور  $x$  رفته و

پس از رسیدن به نقطه B، بلافاصله با تندی ثابت  $10 \frac{m}{s}$  در همان امتداد برمی‌گردد. بزرگی سرعت متوسط این متحرک در  $7/5$

ثانیه اول حرکت، چند متر بر ثانیه است؟

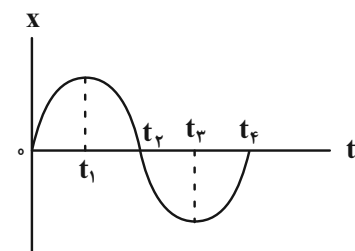
(۴)  $17/5$

(۳) ۱۵

(۲)  $12/5$

(۱) ۱۰

۶۵- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی خطی راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در کدام بازه زمانی مشخص شده،



شتاب متوسط و سرعت متوسط متحرک هم جهت‌اند؟

(۱) صفر تا  $t_1$

(۲)  $t_2$  تا  $t_3$

(۳) صفر تا  $t_3$

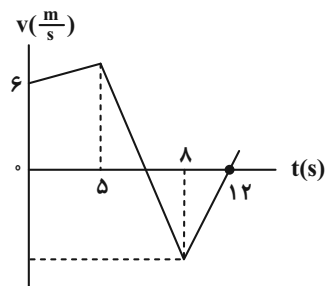
(۴)  $t_4$  تا  $t_1$

محل انجام محاسبات

۶۶- شتاب متوسط متحرکی که در امتداد محور  $x$  حرکت می کند، در دو ثانیه اول حرکت به صورت  $\vec{a}_{av} = 1/5 (m/s^2) \vec{i}$  و در سه ثانیه بعد از آن به صورت  $\vec{a}_{av} = -\frac{5}{3} (\frac{m}{s^2}) \vec{i}$  است. شتاب متوسط متحرک در این پنج ثانیه بر حسب متر بر مجذور ثانیه کدام است؟

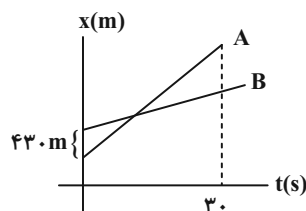
- (۱)  $-0.4 \vec{i}$  (۲)  $0.4 \vec{i}$  (۳)  $-1/6 \vec{i}$  (۴)  $1/6 \vec{i}$

۶۷- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. بزرگی شتاب متوسط متحرک از لحظه شروع حرکت تا لحظه ای که برای سومین بار تندی اش  $\frac{1}{3}$  تندی اولیه می شود، چند متر بر مجذور ثانیه است؟



- (۱)  $\frac{11}{9}$   
(۲)  $\frac{9}{11}$   
(۳)  $\frac{3}{11}$   
(۴)  $\frac{11}{3}$

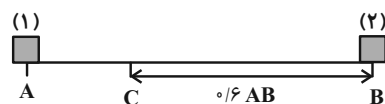
۶۸- با توجه به نمودار مکان - زمان زیر، اگر تندی متحرک A به اندازه  $16 \frac{m}{s}$  از تندی متحرک B بیشتر باشد، مکان متحرک A در



لحظه  $t = 30s$  چند متر از مکان متحرک B در این لحظه بیشتر است؟

- (۱) ۱۰  
(۲) ۷۰  
(۳) ۴۰  
(۴) ۵۰

۶۹- مطابق شکل زیر، دو متحرک (۱) و (۲) که با سرعت های ثابتی روی مسیری مستقیم حرکت می کنند، هم زمان از نقاط A و B می گذرند و در نقطه C از کنار هم عبور می کنند. اگر متحرک (۲) در مدت زمان  $20s$  از نقطه C به نقطه A برسد، چند ثانیه طول می کشد تا متحرک (۱) از نقطه C به نقطه B برسد؟



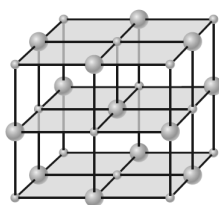
- (۱) ۳۰  
(۲) ۱۵  
(۳) ۴۵  
(۴) ۷۵

۷۰- قطاری به طول  $196m$  با سرعت ثابت  $88/2 \frac{km}{h}$  از روی پل مستقیمی عبور می کند. از لحظه ای که قطار در آستانه ورود به پل است تا لحظه ای که به طور کامل از روی پل عبور می کند، در مجموع چند ثانیه قطار به طور کامل روی پل قرار ندارد؟ (طول پل از طول قطار بزرگ تر است).

- (۱) ۲۸ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۲۳ تا ۵۲



۴ (۴)

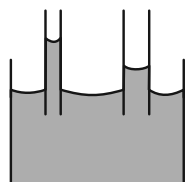
۳ (۳)

۲ (۲)

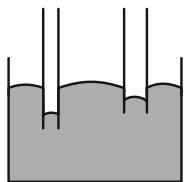
۱ (۱)

۷۱- با توجه به الگوی سه بعدی زیر، چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح هستند؟

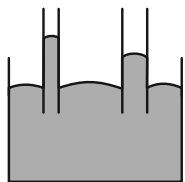
- (الف) ذرات این جسم به سبب نیروی الکتریکی که به یکدیگر وارد می‌کنند، کنار هم می‌مانند.  
(ب) این الگو می‌تواند مربوط به اتم‌های شیشه باشد.  
(پ) فاصله ذرات این جسم حدود یک آنگستروم می‌باشد.  
(ت) وقتی مایعی را به آهستگی سرد کنیم، می‌تواند این ساختار تشکیل شود.



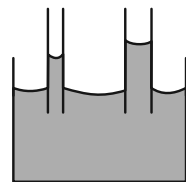
(۴)



(۳)

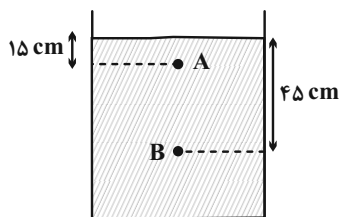


(۲)



(۱)

۷۲- کدام شکل وضعیت آب را در لوله شیشه‌ای موبین تمیز، به درستی نشان می‌دهد؟



باشد.  $\rho$  چند گرم بر سانتی متر مکعب است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

۲/۵ (۱)

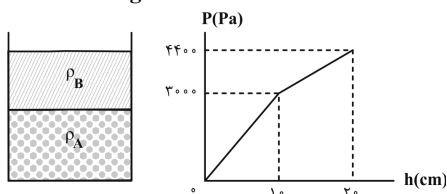
۳ (۲)

۱/۵ (۳)

۱ (۴)

۷۳- در ظرف شکل زیر، مایعی به چگالی  $\rho$  در حال تعادل قرار دارد. اگر اندازه اختلاف فشار بین دو نقطه A و B برابر با  $5 kPa$  و  $15 cm$  از مایع B را با

$1000 cm^3$  از مایع A مخلوط کنیم، فشار کل در عمق  $15 cm$  از این مخلوط چند پاسکال می‌شود؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ ,  $P_0 = 10^5 Pa$ )



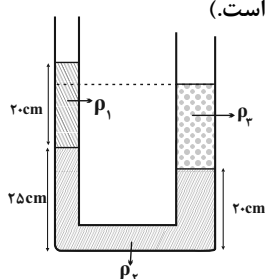
۱۴۵۰۰۰ (۱)

۱۲۸۰۰۰ (۲)

۱۳۱۰۰۰ (۳)

۱۳۷۰۰۰ (۴)

۷۴- در شکل زیر، سه مایع مخلوط نشدنی به چگالی‌های  $\rho_1 = 0.8 \frac{g}{cm^3}$ ،  $\rho_2 = 2.4 \frac{g}{cm^3}$  و مایع سوم به جرم  $84 g$  به حالت تعادل قرار دارند. سطح مقطع لوله چند سانتی متر مربع است؟ (سطح مقطع لوله در تمام طول آن یکسان است.)



۲ (۱)

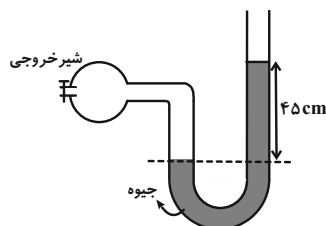
۳ (۲)

۴ (۳)

۱ (۴)

محل انجام محاسبات

۷۶- در شکل زیر، فشار هوا ۷۵cmHg می باشد. فشار هوای درون مخزن را چگونه تغییر دهیم تا در همان محل، اختلاف ارتفاع جیوه



درون لوله U شکل، دوباره ۴۵cm شود؟

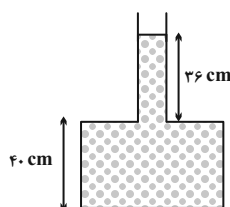
(۱) ۹۰cmHg افزایش دهیم.

(۲) ۹۰cmHg کاهش دهیم.

(۳) ۱۵۰cmHg کاهش دهیم.

(۴) ۱۵۰cmHg افزایش دهیم.

۷۷- در شکل زیر، مساحت کف ظرف ۲۰cm<sup>۲</sup> و مساحت بخش باریک آن ۱۰cm<sup>۲</sup> است. چند گرم از آب درون ظرف بکاهیم تا فشار



پیمانه‌ای وارد بر کف ظرف به ۵cmHg برسد؟ (P<sub>۰</sub> = ۱۰<sup>۵</sup> Pa, ρ<sub>آب</sub> = ۱۰<sup>۳</sup> g/cm<sup>۳</sup>, ρ<sub>جیوه</sub> = ۱۳/۶ g/cm<sup>۳</sup>)

(۱) ۸

(۲) ۲۰

(۳) ۸۰

(۴) ۶۰

۷۸- برای جسمی که در سطح یک شاره شناور است، اندازه نیروی شناوری وارد بر جسم ..... اندازه نیروی وزن آن است.

(۲) کم تر از

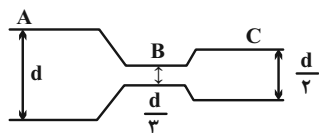
(۱) برابر با

(۴) بسته به چگالی جسم و شاره، هر سه حالت ممکن است.

(۳) بیش تر از

۷۹- مطابق شکل در لوله‌ای افقی، جریان آرامی از شاره‌ای تراکم ناپذیر به صورت لایه‌ای از چپ به راست جریان دارد. اگر فشار و تندی

آب در مقطع‌های A، B و C را به ترتیب با P<sub>A</sub>، P<sub>B</sub>، P<sub>C</sub> و v<sub>A</sub>، v<sub>B</sub>، v<sub>C</sub> نشان دهیم، کدام گزینه صحیح است؟



(۲) P<sub>B</sub> > P<sub>C</sub> > P<sub>A</sub>

v<sub>A</sub> = ۰/۲۵ v<sub>C</sub>

(۴) P<sub>B</sub> < P<sub>C</sub> < P<sub>A</sub>

v<sub>C</sub> = ۲ v<sub>A</sub>

(۱) P<sub>B</sub> > P<sub>C</sub> > P<sub>A</sub>

v<sub>B</sub> = ۹ v<sub>A</sub>

(۳) P<sub>B</sub> < P<sub>C</sub> < P<sub>A</sub>

v<sub>B</sub> = ۲/۲۵ v<sub>C</sub>

۸۰- کدام یک از موارد زیر نادرست است؟

(۱) وقتی که کامیون در حال حرکت است، پوشش برزنتی آن پف می کند.

(۲) در هنگام اوج گرفتن هواپیما، فشار هوا در زیر بال هواپیما از بالای آن کمتر است.

(۳) در روزهایی که باد می وزد، ارتفاع موج‌های دریا بالاتر از روزهایی است که باد نمی وزد.

(۴) خروج افشانه در بیشتر شیشه‌های عطر به دلیل اصل برنولی است.

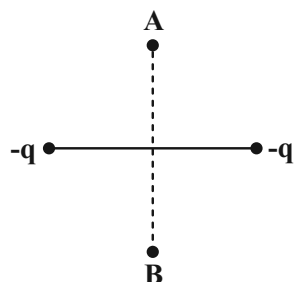
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۲۳ تا ۴۴

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال فیزیک ۲ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۱ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۸۱- مطابق شکل زیر، دو بار الکتریکی نقطه‌ای هم‌نام و هم‌اندازه در فاصله  $a$  از هم ثابت شده‌اند. اگر از نقطه  $A$  تا  $B$  روی عمود منصف



خط واصل آن‌ها حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی نقاط چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) ثابت می‌ماند.

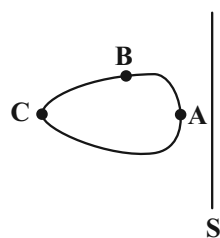
(۲) پیوسته کاهش می‌یابد.

(۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

(۴) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

۸۲- بین جسم دوکی شکل فلزی و سطح فلزی  $S$  اختلاف پتانسیل  $V$  برقرار است. بار آزمون  $q$  از نقطه‌ای روی جسم دوکی شکل کنده

شده و به سطح  $S$  می‌رسد. اگر از نیروی گرانشی صرف‌نظر کنیم، در کدام حالت تندی بار  $q$  هنگام رسیدن به سطح  $S$  بیش‌تر است؟



(۱) در صورتی که از  $A$  کنده شود.

(۲) در صورتی که از  $B$  کنده شود.

(۳) در صورتی که از  $C$  کنده شود.

(۴) برای همه حالات یکسان است.

۸۳- ذره‌ای با بار  $10\mu C$  تحت تأثیر میدان الکتریکی یکنواختی، از نقطه  $A$  با پتانسیل  $100V$  تا نقطه  $B$  جابه‌جا می‌شود. اگر طی

این جابه‌جایی انرژی جنبشی ذره  $4mJ$  افزایش یابد، پتانسیل الکتریکی نقطه  $B$  چند ولت است؟ (از نیروهای اتلافی و اثر

نیروی گرانشی صرف‌نظر شود.)

(۴)  $-500$

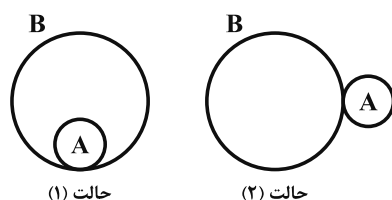
(۳)  $500$

(۲)  $-300$

(۱)  $300$

۸۴- مطابق شکل زیر، کره فلزی  $A$  را که دارای بار الکتریکی مثبت است، یک بار به سطح داخلی و بار دیگر به سطح خارجی کره

بدون بار و رسانای  $B$  تماس می‌دهیم. در مورد چگالی سطحی مجموعه سطح دو کره طی دو حالت، کدام درست است؟



حالت (۱)

حالت (۲)

(۱)  $\sigma_1 = \sigma_2$

(۲)  $\sigma_1 > \sigma_2$

(۳)  $\sigma_1 < \sigma_2$

(۴) بسته به اندازه شعاع کره‌ها هر یک از حالت‌ها امکان‌پذیر است.

محل انجام محاسبات



۸۵- دو کره رسانای مشابه (۱) و (۲) به ترتیب دارای بارهای الکتریکی  $q_1 = 4\mu C$  و  $q_2 = 8\mu C$  هستند. اگر دو کره را با هم تماس

دهیم و سپس از یکدیگر جدا کنیم، به ترتیب از راست به چپ، چگالی سطحی بار کره‌های (۱) و (۲) چند برابر می‌شود؟

- (۱) ۱/۵، ۳ (۲) ۰/۷۵، ۱/۵ (۳) ۱/۵، ۳ (۴) ۰/۷۵، ۱/۵

۸۶- اگر فاصله بین صفحات یک خازن تخت را که به یک باتری متصل است نصف کنیم، چند مورد از کمیت‌های زیر، دو برابر

می‌شوند؟

الف) ظرفیت خازن (ب) بار ذخیره شده در خازن

ج) انرژی ذخیره شده در خازن (د) بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات خازن

- (۱) صفر (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

۸۷- اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو صفحه یک خازن را ۲ برابر می‌کنیم،  $30\mu C$  بر بار الکتریکی ذخیره شده آن اضافه می‌شود

و انرژی آن نیز  $300\mu J$  افزایش می‌یابد. ظرفیت خازن چند میکروفاراد است؟

- (۱) ۱ (۲) ۴/۵ (۳) ۲ (۴) ۱/۵

۸۸- مساحت هر یک از صفحات خازن تختی  $10\text{cm}^2$  و دی‌الکتریک بین آن هوا است. اگر بار الکتریکی ذخیره شده در آن  $2/7\mu C$

باشد، اندازه میدان الکتریکی بین دو صفحه خازن چند ولت بر متر است؟  $(\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N.m^2})$

- (۱)  $3 \times 10^7$  (۲)  $3 \times 10^8$  (۳)  $3 \times 10^6$  (۴)  $9 \times 10^8$

۸۹- بار الکتریکی ذخیره شده در خازنی  $2mC$  است. چند میلی‌کولن بار از صفحه مثبت جدا کرده و به صفحه منفی منتقل کنیم، تا

انرژی ذخیره شده در خازن، ۴۴ درصد افزایش یابد؟

- (۱) ۰/۴ (۲) -۰/۴ (۳) ۰/۸۸ (۴) -۰/۸۸

۹۰- ظرفیت یک خازن  $8\mu F$  و اختلاف پتانسیل دو سر آن  $20V$  است، اگر انرژی این خازن در مدت  $2ms$  تخلیه شود، توان

متوسط تخلیه انرژی خازن چند کیلووات است؟

- (۱) ۰/۰۸ (۲) ۰/۰۰۸ (۳) ۸ (۴) ۰/۸

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۲۳ تا ۵۲

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۱ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۲ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۹۱- در مورد ویژگی‌های مواد، چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح است؟

الف) پدیدهٔ پخش در گازها، سریعتر از مایعات رخ می‌دهد.

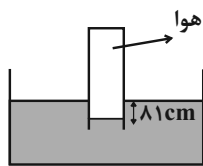
ب) در لوله‌های مویین، آب تا جایی بالا می‌رود که وزن آب بالا آمده در لوله، با نیروی هم‌چسبی آب، برابر شود.

پ) افزایش دما، باعث می‌شود قطره‌های روغن خارج شده از قطره‌چکان، کوچکتر شوند.

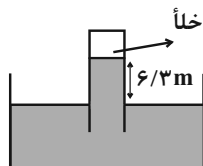
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۹۲- فشار کل در عمق ۴۰ سانتی‌متری از سطح مایعی ساکن به چگالی  $\frac{1}{25} \frac{g}{cm^3}$  برابر با  $P$  است. چند سانتی‌متر دیگر در مایع پایینبرویم تا فشار کل ۵ درصد افزایش یابد؟ ( $P_0 = 95 kPa, g = 10 \frac{N}{kg}$ )

- (۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) ۸۰ (۴) ۱۰۰

۹۳- در آزمایش شکل زیر، که در یک مکان انجام شده است، داخل هر دو ظرف، مایعی به چگالی  $\frac{1}{5} \frac{g}{cm^3}$  می‌ریزیم. فشار هوایداخل لولهٔ آزمایش در شکل (۲) چند سانتی‌متر جیوه است؟ ( $\rho_{Hg} = 13/5 \frac{g}{cm^3}$ )

(۲)



(۱)

(۱) ۷۹

(۲) ۶۱

(۳) ۸۲

(۴) ۸۶

۹۴- در شکل زیر، مساحت سطح مقطع لوله‌های (۱)، (۲) و (۳) به ترتیب  $A$ ،  $2A$  و  $4A$  می‌باشد و آب در آن در حالت تعادل قرار دارد. در صورتی که در شاخهٔ (۱)، به ارتفاع ۷۰ cm روغن بریزیم، آب در دو شاخهٔ دیگر چند سانتی‌متر بالا می‌رود؟

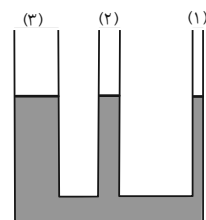
$$(\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}, \rho_{\text{روغن}} = 0/8 \frac{g}{cm^3})$$

(۱) ۶،۶

(۲) ۴،۴

(۳) ۱۲،۴

(۴) ۸،۸

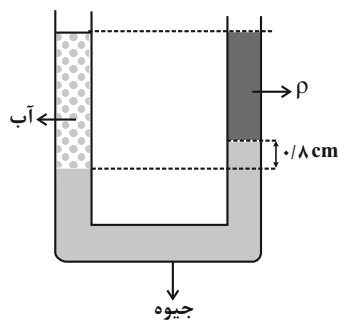
۹۵- جرم دو مایع به چگالی‌های  $\rho_1 = 2/7 \frac{g}{cm^3}$  و  $\rho_2 = 2/25 \frac{g}{cm^3}$  به ترتیب برابر با  $m$  و  $2m$  است. اگر این دو مایع را داخل ظرفی

استوانه‌ای بریزیم، بدون مخلوط شدن، مجموع ارتفاع دو مایع ۶۸ cm می‌شود. فشار ناشی از دو مایع در کف ظرف چند

سانتی‌متر جیوه است؟ ( $\rho_{Hg} = 13/5 \frac{g}{cm^3}$ )

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۱۸ (۴) ۲۴

۹۶- چند سانتی‌متر از آب لوله سمت چپ باید برداریم تا سطح جیوه در هر دو طرف لوله یکسان شود؟



$$\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{جیوه}} = 13 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ و قطر لوله در همه مقاطع یکسان است.}$$

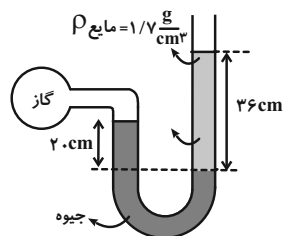
(۱) ۱۰/۸۸

(۲) ۴۴

(۳) ۲۷/۲

(۴) ۵/۴۴

۹۷- با توجه به شکل زیر، فشار پیمانه‌ای گاز درون مخزن چند سانتی‌متر جیوه است؟ ( $\rho_{\text{جیوه}} = 13 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ )



(۱) ۴/۵

(۲) -۴/۵

(۳) +۱۵/۵

(۴) -۱۵/۵

۹۸- منشا نیروی شناوری، اختلاف ..... در بالا و پایین جسم است و جهت نیروی شناوری همواره به سمت ..... است.

(۲) مساحت، پایین

(۱) فشار، پایین

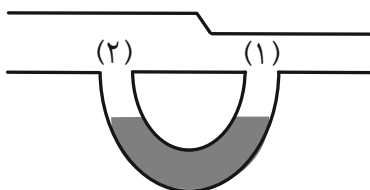
(۴) مساحت، بالا

(۳) فشار، بالا

۹۹- مطابق شکل زیر، یک لوله U شکل به دو نقطه یک لوله با سطح مقطع متفاوت متصل است و در داخل لوله U شکل با سطح

مقطع ثابت، مایعی به چگالی  $\frac{6}{8} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  قرار دارد. اگر هوا در داخل لوله افقی به صورت پایا و یکنواخت جریان یابد، اختلاف

فشار بین دو ناحیه ۱ و ۲ برابر با ۱۰ cmHg می‌شود. مایع در کدام شاخه بالا می‌آید و اختلافش با شاخه دیگر چند سانتی‌متر می‌شود؟



(۱) چپ، ۱۰

(۲) چپ، ۲۰

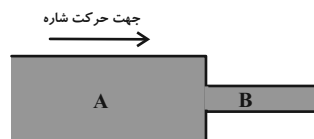
(۳) راست، ۱۰

(۴) راست، ۲۰

۱۰۰- مطابق شکل، شاره‌ای تراکم‌ناپذیر در حالت پایا در حال عبور از لوله‌ای با سطح مقطع متغیر است. چه تعداد از موارد زیر در

قسمت A از قسمت B بیشتر است؟

«تندی حرکت شاره - فشار شاره - آهنگ شارش حجمی شاره - جرم شاره عبوری در واحد زمان»



(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۱ تا ۲۸

$$\begin{array}{c}
 \text{O} \\
 || \\
 \text{CH}_2\text{O} \text{C}(\text{CH}_2)_{16}\text{CH}_2 \\
 | \quad \quad \text{O} \\
 || \\
 \text{CH} \text{O} \text{C}(\text{CH}_2)_{16}\text{CH}_2 \\
 | \quad \quad \text{O} \\
 || \\
 \text{CH}_2\text{O} \text{C}(\text{CH}_2)_{16}\text{CH}_2
 \end{array}$$

(۲) فرمول مولکولی آن به صورت  $C_{52}H_{110}O_6$  است.

$\text{CH}_3(\text{CH}_2)_6\text{COOK}$  تولید می‌شود.

۱۰۲- چه تعداد از موارد زیر به نادرستی بیان شده است؟

\* در واکنش صابون جامد با یون کلسیم در محلول آبی به ازای مصرف هر مول صابون، نیم مول رسوب حاصل می‌شود.

\* ذرات سازنده محلول‌ها، یون‌ها و مولکول‌ها اما ذرات سازنده کلئیدها، توده‌های مولکولی هستند.

\* سطح ذره که به وسیله پاک‌کننده صابونی در آب به صورت کلوئید درآمده است، دارای بار منفی است.

$\mathbb{F}(\mathbb{F})$ 
 $\mathbb{F}(\mathbb{F})$ 
 $\mathbb{F}(\mathbb{F})$ 
 $\mathbb{F}(\mathbb{F})$

۴۱٪ جرمی سدیم فسفات طبق واکنش موازنه نشده  $X^{Y+}(aq) + Na_3PO_4(aq) \rightarrow Na^+(aq) + X_3(PO_4)_Y(s)$  ، برای رسوب

یون‌های منیزیم و کلسیم استفاده شود؛ برای از بین بردن سختی این نمونه آب، چند گرم از این پودر نیاز است؟ (جرم هر

میلی لیتر از این نمونه آب، یک گرم در نظر گرفته شود؛  $(\text{Ca} = 40, \text{P} = 31, \text{Mg} = 24, \text{Na} = 23, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1})$

$$\frac{3}{2} (F) \qquad \frac{1}{6} (3) \qquad \frac{0}{1} (2) \qquad \frac{0}{4} (1)$$

۱۰۴- کدام مطلب در ارتباط با پاک کننده‌های خورنده درست است؟

(۱) مخلوط آلومینیم و سود یک پاک‌کنندهٔ خورنده است که طی یک واکنش گرماگیر با آب، گاز هیدروژن آزاد می‌کند.

۲) تنها برای باز کردن لوله‌ها و مسیرهایی استفاده می‌شود که بر اثر ایجاد رسوب و تجمع چربی‌ها بسته شده است.

(۳) شماری از پاک‌کننده‌های خورنده به شکل پودر و شمار دیگری از آن‌ها به شکل مایع عرضه می‌شوند.

(۴) همانند سفیدکننده‌ها و پاک‌کننده‌های صابونی، علاوه بر برهم‌کنش فیزیکی، با آلاننده‌ها، با آن‌ها واکنش نیز می‌دهند.

## محل انحام محاسبات

۱۰۵- چند مورد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

- \* بازها در سطح پوست مانند صابون احساس لیزی ایجاد می‌کنند، اما به آن آسیب نمی‌رسانند.
- \* یاخته‌های دیواره معده با ورود مواد غذایی به آن، اسید معده (سولفوریک اسید) را ترشح می‌کند.
- \* سوآنت آرنیوس نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را شناسایی و واکنش‌های بین آن‌ها را معرفی کرد.
- \* طبق نظریه آرنیوس، اگر در محلولی  $[H_3O^+]$  و  $[OH^-]$  با یکدیگر برابر باشد، آن محلول فاقد رسانایی الکتریکی است.

(۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۱۰۶- همه عبارت‌های زیر درست‌اند؛ به جز ...

- (۱) برای کاهش میزان اسیدی بودن خاک، به آن  $CaO$  می‌افزایند.
- (۲) ترکیب دوتایی حاصل از عنصر  $X$  با هیدروژن، یک اسید آرنیوس به شمار می‌رود.
- (۳) اسیدها با اغلب فلزها واکنش می‌دهند و هر چه  $[H^+]$  در محلولی بیشتر باشد آن محلول اسیدی‌تر است.
- (۴) سوآنت آرنیوس نخستین کسی بود که با ویژگی‌های اسیدها و بازها و با برخی واکنش‌های آن‌ها آشنا بود.

۱۰۷- همه عبارت‌های زیر درست‌اند، به جز ... ( $N = 14, O = 16 : g.mol^{-1}$ )

- (۱) از واکنش  $10/8$  گرم دی‌نیتروژن پنتاکسید با مقدار کافی آب  $0/2$  مول یون نیترات تولید می‌شود.
- (۲) به کمک مدل آرنیوس می‌توان اسید و باز را تشخیص داد و درباره میزان اسیدی بودن یا بازی بودن یک محلول اظهار نظر کرد.
- (۳) شیمی‌دان‌ها به کمک مدل آرنیوس هیدروکلریک اسید و هیدروفلوئوریک اسید را به ترتیب یک اسید قوی و یک اسید ضعیف می‌نامند.
- (۴) محلول حاصل از واکنش  $0/4$  مول پتاسیم اکسید با مقدار کافی آب، حاوی  $0/8$  مول یون هیدروکسید است.

۱۰۸- اگر در دمای ثابت  $25^\circ C$  غلظت اسید بسیار ضعیف  $HA$   $\frac{1}{3}$  برابر شود، pH این محلول اسیدی چند واحد تغییر می‌کند؟ ( $\log 3 = 0/5$ )

(۱) ۲      (۲)  $0/25$       (۳) ۱      (۴)  $0/5$

۱۰۹- مخلوطی به جرم ۷۱ گرم از  $N_2O_5$  و  $NaNO_3$  را در مقداری آب حل کرده و حجم محلول را به ۲ لیتر می‌رسانیم؛ اگر در محلول

حاصل، غلظت یون نیترات  $0/6$  مولار باشد، pH این محلول کدام است؟ ( $Na = 23, O = 16, N = 14 : g.mol^{-1}$ )

(۱)  $0/3$       (۲)  $0/5$       (۳)  $0/7$       (۴)  $0/9$

۱۱۰- pH محلول حاصل از مخلوط شدن حجم‌های برابر از محلول‌های هیدروکلریک اسید با  $pH = 0/7$  و  $pH = 1/3$ ، کدام است؟

( $\log 2 = 0/3, \log 5 = 0/7$ )

(۱)  $0/75$       (۲)  $0/8$       (۳)  $0/9$       (۴)  $1/05$

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: کیهان زادگاه الفبای هستی + ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۲۴ تا ۵۲

۱۱۱- همه عبارتهای زیر درست هستند؛ به جز:

- (۱) تفاوت انرژی بین لایه‌های اتم عنصری با اتم عنصرهای دیگر متفاوت بوده و هر عنصری طیف نشری خطی منحصر به فردی دارد.  
 (۲) الکترون برانگیخته هرچه انرژی بیشتری را جذب کرده باشد، در هنگام بازگشت به حالت اولیه خود، نور با طول موج کمتری را نشر خواهد کرد.

(۳) در مدل کوانتومی اتم، الکترون‌های هر لایه در حالت پایه دارای آرایش و انرژی معینی بوده و اتم دارای پایداری نسبی است.

(۴) اختلاف سطح انرژی لایه‌های دورتر از هسته بیشتر از اختلاف سطح انرژی لایه‌های نزدیک‌تر به هسته است.

۱۱۲- همه عبارتهای زیر درست‌اند، به جز ...

- (۱) در طیف نشری خطی هیدروژن، رنگ بنفش، ناشی از انتقال الکترون‌ها از لایه پنجم به لایه دوم است.  
 (۲) گنجایش الکترونی زیرلایه‌ای با  $l=4$ ، با شمار عنصرها در دوره پنجم جدول دوره‌ای یکسان است.  
 (۳) نخستین عنصر جدول دوره‌ای که سومین لایه الکترونی اتم آن کاملاً از الکترون پر می‌شود، در گروه ۱۱ جدول تناوبی قرار دارد.  
 (۴) انرژی زیرلایه  $4p$  از  $4s$  بیشتر و از  $4f$  کمتر بوده و زیرلایه  $4d$  در دوره پنجم جدول دوره‌ای شروع به پر شدن می‌کند.

۱۱۳- چه تعداد از موارد زیر درست است؟

- الف) حداکثر شمار الکترون‌ها در هر لایه الکترونی از رابطه  $(2l+1)$  بدست می‌آید.  
 ب) بر اساس قاعده آفبا، زیرلایه  $6s$  پس از زیرلایه  $4f$  الکترون می‌گیرد.  
 پ) شمار الکترون‌های دارای  $l=2$  در آرایش الکترونی اتم  $^{76}\text{Ge}$  نصف شمار الکترون‌های دارای  $l=2$  در عنصر زیرین آن است.  
 ت) در اتم عنصر کروم ( $^{24}\text{Cr}$ ) تعداد الکترون‌های دارای  $l=2$  نصف تعداد الکترون‌های دارای  $l=0$  است.

- |       |       |
|-------|-------|
| (۱) ۱ | (۲) ۲ |
| (۳) ۳ | (۴) ۴ |

۱۱۴- کدامیک از عنصرهای زیر با عنصر X با آرایش الکترونی  $3d^5 4s^1 [Kr]$  به ترتیب از راست به چپ در یک گروه و در یک تناوب در جدول دوره‌ای قرار دارد؟

 $^{52}\text{F}, ^{18}\text{E}, ^{33}\text{C}, ^{43}\text{B}, ^{23}\text{A}$ 

- |                                             |                                             |
|---------------------------------------------|---------------------------------------------|
| (۱) $\text{E}, \text{A}-\text{C}, \text{B}$ | (۲) $\text{A}, \text{C}-\text{E}, \text{B}$ |
| (۳) $\text{E}, \text{B}-\text{C}, \text{A}$ | (۴) $\text{F}, \text{B}-\text{E}, \text{C}$ |

۱۱۵- اگر آرایش الکترونی یون‌های فرضی  $\text{A}^{2+}$ ،  $\text{B}^-$  و  $\text{C}^{2-}$  به  $4p^5$  ختم شود کدام مطلب درست است؟

- (۱) اتم A یکی از عنصرهای دسته d جدول دوره‌ای عنصرها است.  
 (۲) تعداد الکترون‌های موجود در زیرلایه‌های s در اتم‌های B و C با یکدیگر برابر است.  
 (۳) اتم C با عنصر  $^{53}\text{I}$  هم دوره می‌باشد.  
 (۴) تفاوت شمار الکترون‌ها در اتم‌های A و B با یکدیگر برابر ۲ است.

محل انجام محاسبات

۱۱۶- شمار الکترون‌های مبادله شده ضمن تشکیل ۵/۱ گرم آلومینیم اکسید چند برابر شمار الکترون‌های مبادله شده ضمن تشکیل

۲/۸ گرم کلسیم اکسید است؟ ( $\text{Al} = ۲۷, \text{Ca} = ۴۰, \text{O} = ۱۶ : \text{g.mol}^{-1}$ )

- (۱) ۳  
(۲)  $\frac{۱}{۳}$   
(۳)  $\frac{۳}{۴}$   
(۴)  $\frac{۴}{۳}$

۱۱۷- برای تشکیل ۰/۳ مول اکسید فلز M،  $۳/۶۱۲ \times ۱۰^{۲۳}$  الکترون داد و ستد شده است. اگر جرم مولی اکسید این فلز برابر ۶۲ گرم بر

مول باشد، نسبت جرم مولی فلز M به جرم مولی فسفید فلز M کدام گزینه می‌تواند باشد؟ ( $\text{O} = ۱۶, \text{P} = ۳۱ : \text{g.mol}^{-1}$ )

- (۱) ۰/۷۱  
(۲) ۰/۶۴  
(۳) ۰/۴۶  
(۴) ۰/۲۳

۱۱۸- اگر عنصر X در گروه ۱۶ با عنصری که بیرونی‌ترین زیرلایه اتم آن  $۳p^5$  است هم دوره باشد، کدام موارد زیر درباره عنصر X

درست است؟

(الف) بیرونی‌ترین لایه اتم آن دارای ۴ الکترون است.

(ب) در ساختار لوویس ترکیب حاصل از آن با هیدروژن دو جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

(پ) فرمول ترکیب حاصل از آن با  $\text{Al}_3\text{X}_4$  به صورت  $\text{Al}_3\text{X}_4$  است.

(ت) نسبت تعداد الکترون‌ها با  $I = ۰$  به تعداد الکترون‌ها با  $I = ۱$  در اتم این عنصر، برابر ۰/۶ است.

- (۱) ب، ت  
(۲) ب، پ  
(۳) الف، ت  
(۴) الف، پ، ت

۱۱۹- به ازای هر کیلومتر افزایش ارتفاع در لایه تروپوسفر، دمای هوا ۶ درجه سلسیوس تغییر می‌کند. اگر دمای سطح زمین  $۱۴^\circ\text{C}$  و

دمای انتهای لایه تروپوسفر ۲۲۱ کلوین باشد و روند تغییرات فشار (atm) نسبت به ارتفاع (km) در هواکره با معادله تقریبی

$$P = 1 - \frac{4h}{45}$$

۲۲۲ کلوین است، فشار هوا برحسب اتمسفر کدام است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

- (۱) ۰/۲، ۱۱  
(۲) ۰/۳، ۱۱  
(۳) ۰/۵، ۱۲  
(۴) ۰/۷، ۱۲

۱۲۰- با توجه به شکل چند عبارت درست است؟

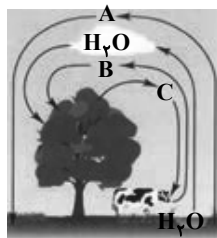
\* گازهای A و B به ترتیب رتبه‌های اول و دوم گازهای سازنده هوای پاک و خشک را از نظر فراوانی به خود اختصاص می‌دهند.

\* از گاز A برای نگهداری نمونه‌های بیولوژیک در پزشکی استفاده می‌شود.

\* نقطه جوش گاز C از گاز A بیشتر و از گاز B کمتر است.

\* C گازی با مولکول‌های دو اتمی است که با عنصر  $۳۴\text{Se}$  هم گروه است.

\* B گازی با مولکول‌های سه اتمی است و فراوان‌ترین ترکیب در هوای پاک و خشک محسوب می‌شود.



- (۱) ۵  
(۲) ۴  
(۳) ۳  
(۴) ۲

**وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه**

شیمی ۲: قدر هدایای زمینی را بدانیم + دریغی غذای سالم: صفحه‌های ۲۸ تا ۵۸

**🔔 توجہ :**

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) و شیمی ۱ (۱۳۱ تا ۱۴۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۲۱- همهٔ عبارتهای زیر درست‌اند، به جز ...

(۱) حدود ۵۰ درصد نفتی که از چاه‌های نفت پیرون کشیده می‌شود به عنوان سوخت در وسایل نقلیه استفاده می‌شود.

(۲) نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی ساده‌ترین آلکن، به شمار جفت الکترون‌های پیوندی ساده‌ترین آلکین، برابر  $\frac{1}{2}$  است.

(۳) نفت خام مخلوطه، شامل: شمار: زیادی از انواع هیدروکربنهاست و در آن هیدروکربنها، دارای چند پیوند دوگانه نیز یافت می‌شود.

(۴) اتم کربن افزون بر تشکیل پیوند اشتراکی، یگانه، توانایی تشکیل پیوندهای اشتراکی، دوگانه و سه گانه را با خود و سایر اتم‌های جدول تناوبی دارد.

۱۲۲- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

\* در آلکانها با افزایش درصد حرمه، هیدروژن، فراریت کاهش می یابد.

\* اختلاف نقطه جوش دو آلکان، راست: زنجیر متوالی، با افزایش تعداد کربن، کاهش می‌یابد.

\* آلکان راست زنجیری که شمار پیوندهای C-H آن  $\frac{10}{3}$  برابر شمار پیوندهای C-C است، در دمای اتاق به حالت گازی می‌باشد.

\* برای آلكانه، با ۲۵ پيوند اشتراكى، دو ساختار مە رسم كرد كه يك شاخه اتيل و يك شاخه متيل داشته باشد.

\* آلکانه، با فرمول  $C_3H_7(CH_2)_3CH_3$  را به دو طریق می‌توان نام‌گذاری کرد.

$$\omega(\mathcal{F}) \quad \mathcal{F}(\mathcal{F}) \quad \mathcal{F}(\mathcal{F}) \quad \mathcal{F}(\mathcal{F})$$

۱۲۳- مجموع اعداد به کار رفته در نام‌گذاری به روش آیوپاک در یک آلکان شاخه‌دار که فقط یک شاخهٔ فرعی متبل و یک شاخهٔ فرعی

اتیل دارد، برابر ۷ است؛ اگر نام این آلکان به هگزان ختم شود، چند مورد از مطالب گفته شده درباره آن درست است؟

\* در ساختار آن ۲ گروه  $\text{CH}_2$  یافت می‌شود.

\* تعداد هیدروژن‌های آرن، نصف تعداد هیدروژن‌ها در فرمول تقریبی، گریس، است.

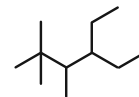
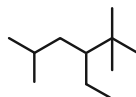
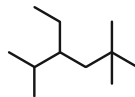
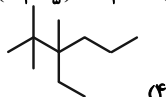
\* تمایل به جاری شدن آن از یک آلمان راست زنجیر با ۳۷ جفت الکترون پیوندی کمتر است.

\* با تعویض شاخه فرعی، متیل و اتیل با یکدیگر، نام این آلکان تغییر نمی‌کند.

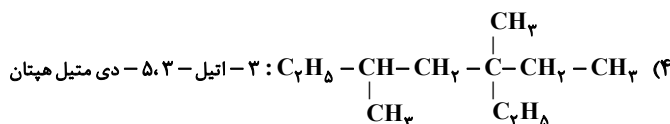
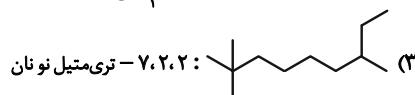
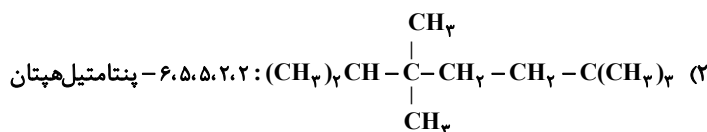
\* نسبت به «۳، ۳- دی ایتیل - ۲- متیل پنتان»، تمایل بیشتری به تبدیل شدن به حالت گازی دارد.

(۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

۱۲۴- در کدام یک از گزینه‌های زیر فرمول پیوند-خط مولکول داده شده به درستی رسم شده است؟



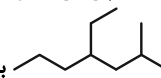
۱۲۵- در کدامیک از گزینه‌های زیر نام آلکان با ساختار رسم شده مطابقت ندارد؟

$$\text{دی‌اتیل‌هگزان-۳،۲: CH}_3(\text{C}_2\text{H}_5)\text{CH}-\text{CH}(\text{CH}_3)(\text{C}_2\text{H}_5) \quad (۱)$$


## محل انحام محاسبات

- ۱۲۶- با توجه به واکنش‌های روبه‌رو همه عبارت‌های زیر درست‌اند، به جز ...  
 (۱) شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در ترکیب B، ۲ واحد کمتر از مجموع شمار اتم‌های آن است.  
 (۲) حالت فیزیکی فراورده‌های A و B در دمای اتاق و فشار ۱ atm یکسان است.  
 (۳) کاتالیزگر به کار رفته در واکنش (I)، سولفوریک اسید ( $H_2SO_4$ ) است.  
 (۴) فراورده A به هر نسبتی در آب حل می‌شود و به دلیل تشکیل پیوند هیدروژنی، فراریت کمتری از آب دارد.  
 ۱۲۷- دانش آموزی آلکان شاخه‌داری را به اشتباه ۳، ۴- دی‌متیل - ۲- اتیل هگزان نام‌گذاری کرده است. با توجه به آن چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

- (آ) نام درست این آلکان به روش آیوپاک ۲- اتیل - ۳، ۴- دی‌متیل هگزان است.  
 (ب) شمار پیوندهای C-C در این آلکان، ۱/۵ برابر این پیوندها در سیکلو هگزان است.  
 (پ) برای این آلکان، تنها می‌توان یک همپار دارای دو شاخه فرعی اتیل رسم نمود.

(ت) آلکانی با فرمول پیوند - خط  با آن همپار است.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۲۸- از میان مطالب زیر چند مورد درست است؟

- \* ذغال سنگ می‌تواند به عنوان سوخت جایگزین نفت شود، اما باعث تشدید اثر گلخانه‌ای می‌شود.
- \* به منظور حذف کربن و ناخالصی‌های دیگر می‌توان از شستشوی زغال‌سنگ استفاده کرد.
- \* برای به دام انداختن  $SO_2$  حاصل از سوختن زغال‌سنگ می‌توان از  $CaSO_3$  استفاده کرد.
- \* متان گازی بی‌رنگ و سبک با بوی نافذ است که اگر درصد آن در هوای معدن به ۵ درصد یا بیشتر برسد احتمال انفجار وجود دارد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲۹- کدام موارد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

- (آ) در فشار ۱ atm و دمای  $25^\circ C$ ، گرمای ویژه کربن دی‌اکسید از گرمای ویژه طلا بیشتر است.  
 (ب) انرژی گرمایی یک ماده معیاری برای توصیف میانگین تندی و میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازنده آن است.  
 (پ) سرانه مصرف نان در جهان از سرانه مصرف سایر خوراکی‌ها، بیشتر است.  
 (ت) هرگاه بدن دچار کمبود سدیم باشد، می‌توان با خوردن اسفناج و عدسی بدن را به حالت طبیعی بازگرداند.  
 (ث) مقدار گرمای لازم برای افزایش دمای یک ماده به اندازه یک کلین را ظرفیت گرمایی آن ماده می‌نامند.  
 (۱) آ، ب، پ (۲) ب، پ، ت (۳) پ، ت، ث (۴) ب، پ، ث

۱۳۰- با توجه به اطلاعات جدول، چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

| ماده       | گرمای ویژه ( $J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$ ) |
|------------|-----------------------------------------------------|
| آب         | ۴ / ۱۸۴                                             |
| اتانول     | ۲ / ۴۳۰                                             |
| سدیم کلرید | ۰ / ۸۵                                              |
| طلا        | ۰ / ۱۲۸                                             |

- (آ) اگر به جرم یکسانی از سدیم کلرید و طلا گرمای یکسانی داده شود، تغییر دمای طلا بیشتر خواهد بود.  
 (ب) ظرفیت گرمایی ۱۰ گرم اتانول بیشتر از ظرفیت گرمایی ۱ گرم اتانول است ولی گرمای ویژه آن‌ها برابر است.  
 (پ) ظرفیت گرمایی ۵۰ گرم اتانول، ۲/۹ برابر ظرفیت گرمایی ۱۰ گرم آب است.  
 (ت) اگر جرم‌های یکسانی از آب و اتانول با دمای  $50^\circ C$  داشته باشیم، آب سریع‌تر به دمای اتاق می‌رسد.

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۳

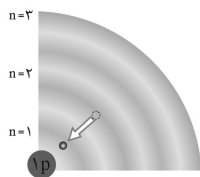


وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: کیهان زادگاه الفبای هستی + ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۲۴ تا ۵۲

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) و شیمی ۱ (۱۳۱ تا ۱۴۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.



۱۳۱- با توجه به شکل داده شده، کدام عبارت‌های زیر صحیح هستند؟

- (آ) طول موج نور نشر شده انتقال الکترون از  $n_2 \rightarrow n_1$  در اتم‌های هیدروژن و هلیوم، با یکدیگر متفاوت است.  
 (ب) طول موج نور نشر شده در شکل مقابل کمتر از طول موج نور نشر شده ناشی از انتقال الکترون از  $n_3 \rightarrow n_2$  در اتم هیدروژن است.

(پ) با افزایش فاصله از هسته، اختلاف انرژی لایه‌های الکترونی در اتم هیدروژن افزایش می‌یابد.

(ت) اگر به جای  $1\text{H}$  از  $2\text{H}$  استفاده کنیم، تفاوت محسوسی در طول موج نور نشر شده از انتقال الکترونی  $n_3 \rightarrow n_2$  مشاهده نمی‌شود.

- (۱) پ، ت (۲) آ، ت (۳) آ، ب، ت (۴) ب، پ، ت

۱۳۲- در کاتیون  $X^{2+}$  چهار الکترون با  $I=2$  وجود دارد، بر این اساس کدام گزینه درست است؟

(۱) عنصر X دارای ۸ الکترون با  $I=0$  است.

(۲) عنصر X در گروه ۱۱ جدول تناوبی قرار دارد.

(۳) در بیرونی‌ترین لایه این کاتیون ۳ الکترون وجود دارد.

(۴) این کاتیون دارای ۲۸ نوترون است.

۱۳۳- در اتم X نسبت شمار الکترون‌های لایه دوم به لایه سوم الکترونی برابر ۵/۰ است. در آرایش الکترونی یون  $X^{2+}$ ، نسبت شمار الکترون‌های لایه آخر به لایه اول برابر ..... است و مجموع اعداد کوانتومی n و l آخرین زیرلایه اتم X برابر .....

است. (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

- (۱) ۵، ۸ (۲) ۴، ۱ (۳) ۴، ۸ (۴) ۵، ۱

۱۳۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- تنها در آرایش الکترونی دو گاز نجیب، آخرین لایه الکترونی از الکترون پر شده است.
- تعداد الکترون ظرفیتی  $2\text{He}$  و  $4\text{Be}$  یکسان، اما آرایش الکترون-نقطه‌ای آن‌ها متفاوت است.
- امروزه به کمک داده‌های طیفسنجی پیشرفته، آرایش الکترونی  $24\text{Cr}$  و  $29\text{Cu}$  به دقت تعیین می‌شود.
- در عنصر  $15\text{P}$ ، نسبت شمار الکترون‌های لایه سوم به لایه دوم، برابر  $5/6$  است.
- شمار الکترون‌های ظرفیتی  $17\text{X}$  و  $25\text{Y}$  با هم برابر است.

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۱۳۵- مجموع  $(n+l)$  الکترون‌های آخرین زیرلایه اتمی در دوره سوم جدول دوره‌ای عناصرها برابر ۱۲ است. کدام عبارت درباره این

عنصر نادرست است؟

- (۱) در ترکیب حاصل از آن با پتاسیم، نسبت شمار آنیون به شمار کاتیون، برابر  $\frac{1}{3}$  است.  
 (۲) هنگام تشکیل یک مول ترکیب یونی حاصل از این عنصر با سدیم، ۶ مول الکترون مبادله می‌شود.  
 (۳) در آرایش الکترون - نقطه‌ای آن، ۳ الکترون منفرد وجود دارد.  
 (۴) تعداد الکترون‌های ظرفیتی آن با تعداد الکترون‌های ظرفیتی  $7\text{V}$  برابر است.

محل انجام محاسبات

۱۳۶- اتم عنصر X دارای ۱۲ الکترون با  $I = 1$  می باشد. با توجه به آن همه عبارت های زیر درست اند، به جز ...

- (۱) عنصر X در دوره سوم یا چهارم جدول دوره ای قرار دارد.
- (۲) سومین لایه الکترونی در آن حداقل ۸ الکترون و حداکثر ۱۸ الکترون دارد.
- (۳) آرایش الکترون نقطه ای اتم X می تواند به صورت  $\ddot{X} \cdot$  باشد.
- (۴) عنصر X نمی تواند عنصری از دسته p دوره چهارم جدول تناوبی باشد.

۱۳۷- در چند ردیف از جدول زیر، همه اطلاعات داده شده در مورد هر عنصر به درستی مطرح شده است؟

| ردیف | نام عنصر (X) | مجموع $(n+1)$ الکترون های ظرفیتی | آرایش الکترون نقطه ای  | فرمول ترکیب آن با عنصر Y که عدد اتمی آن ۵ واحد بیشتر از عنصر گفته شده است. |
|------|--------------|----------------------------------|------------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| ۱    | هلیوم        | ۲                                | $\text{He} \cdot$      | واکنش نمی دهد.                                                             |
| ۲    | اکسیژن       | ۱۶                               | $\cdot \ddot{O} \cdot$ | $\text{O}_2\text{Y}_3$                                                     |
| ۳    | منیزیم       | ۳                                | $\text{Mg} \cdot$      | $\text{MgY}_2$                                                             |
| ۴    | فسفر         | ۱۸                               | $\cdot \ddot{P} \cdot$ | $\text{Y}_3\text{P}_2$                                                     |

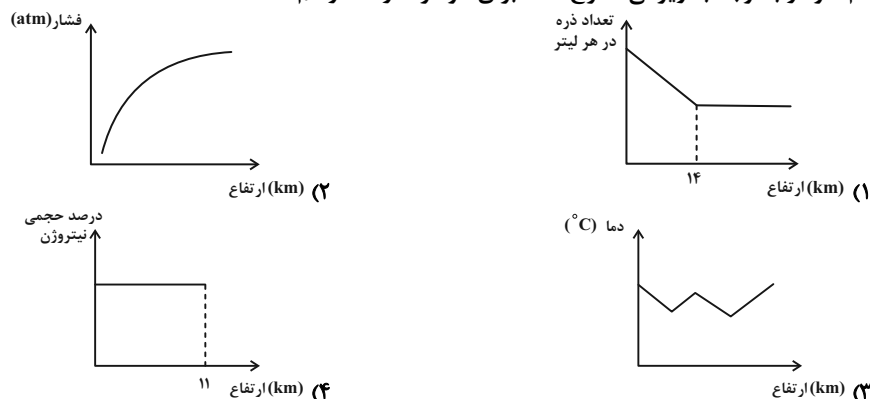
(۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه

۱۳۸- چند مورد از عبارت های زیر درست اند؟

- (آ) نسبت شمار جفت الکترون های ناپیوندی به شمار پیوندها در مولکول اکسیژن، دو برابر این نسبت در مولکول آب است.
- (ب) اتم عنصری با آرایش الکترون نقطه ای : M می تواند کاتیون  $M^{2+}$  تشکیل دهد.
- (پ) همه کاتیون های موجود در لایه های بالایی هواکره دارای بار الکتریکی  $+1$  هستند.
- (ت) درصد حجمی سومین گاز نجیب گروه ۱۸ در هواکره، از مجموع درصد حجمی سایر گازهای نجیب هواکره بیشتر است.
- (ث) حدود ۷۵ درصد از جرم هواکره در لایه ای قرار دارد که با افزایش ارتفاع در این لایه به ازای هر کیلومتر، دما در حدود  $6^\circ\text{C}$  افت می کند.

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۱۳۹- کدام نمودار با توجه به ویژگی مطرح شده برای هواکره درست رسم شده است؟



۱۴۰- ارتفاع قله دماوند ۵۶۰۰ متر است. اگر دمای هوا در سطح زمین  $15^\circ\text{C}$  باشد، دمای هوا در قله (در مقیاس کلوین) چند درصد

نسبت به دمای سطح زمین، کاهش می یابد؟

(۱) ۱۱/۶۶ (۲) ۱۵/۳۳ (۳) ۲۵/۵ (۴) ۷/۵



## آزمون «۶ آبان ۱۴۰۱» اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه غیر مشترک)

دفترچه سؤال

مباحث نیم سال دوم دوازدهم  
پاسخ گویی به سؤالات این دفترچه اختیاری است.  
برای درس های نیم سال دوم دوازدهم تراز جداگانه در کارنامه داده می شود.  
تراز درس های نیم سال دوم دوازدهم در تراز کل بی تأثیر است.

مدت پاسخ گویی: ۶۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

| نام درس       | تعداد سؤال | شماره سؤال | زمان پاسخ گویی |
|---------------|------------|------------|----------------|
| حسابان ۲      | ۱۰         | ۱۴۱-۱۵۰    | ۱۰'            |
| هندسه ۳       | ۱۰         | ۱۵۱-۱۶۰    | ۱۵'            |
| ریاضیات گسسته | ۱۰         | ۱۶۱-۱۷۰    | ۱۵'            |
| فیزیک ۳       | ۱۰         | ۱۷۱-۱۸۰    | ۱۰'            |
| شیمی ۳        | ۱۰         | ۱۸۱-۱۹۰    | ۱۰'            |
| جمع کل        | ۵۰         | ۱۴۱-۱۹۰    | ۶۰'            |

### گزینشگران و ویراستاران

| نام درس        | حسابان ۲                                      | هندسه                            | ریاضیات گسسته                    | فیزیک                             | شیمی                                                  |
|----------------|-----------------------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------------------------|
| گزینشگر        | کاظم اجلالی                                   | امیرحسین ابومحبوب                | سوگند روشنی                      | بابک اسلامی                       | ایمان حسین نژاد                                       |
| گروه ویراستاری | مهدی ملارمضانی<br>علی ارجمند<br>علی سرآبادانی | عادل حسینی                       | عادل حسینی                       | حمید زرین کفش<br>زهره آقامحمدی    | یاسر راش<br>محبوبه بیگ محمدی<br>محمدحسن محمدزاده مقدم |
|                |                                               | ویراستار استاد،<br>مهرداد ملوندی | ویراستار استاد،<br>مهرداد ملوندی | ویراستار استاد،<br>سیدعلی میرنوری | بازیابی نهایی:<br>امیرحسین عزیزی                      |
| مسئول درس      | عادل حسینی                                    | امیرحسین ابومحبوب                | امیرحسین ابومحبوب                | بابک اسلامی                       | امیرحسین مسلمی                                        |
| مستند سازی     | سمیه اسکندری                                  | سرژ یقیازاریان تبریزی            | سرژ یقیازاریان تبریزی            | مجتبی خلیل ارجمندی                | سمیه اسکندری                                          |

### گروه فنی و تولید

|                |                                                                 |
|----------------|-----------------------------------------------------------------|
| مدیر گروه      | محمد اکبری                                                      |
| مسئول دفترچه   | نرگس غنی زاده                                                   |
| گروه مستندسازی | مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم<br>مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی |
| حروف نگار      | میلاد سیاوشی                                                    |
| ناظر چاپ       | سوران نعیمی                                                     |

### گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

حسابان ۲ (اختیاری): مشتق: صفحه‌های ۷۱ تا ۸۹

۱۴۱- خط  $y = 2x + 3$  در نقطه  $x = 3$  بر منحنی تابع  $f(x)$  مماس است. حاصل  $f(3) + f'(3)$  کدام است؟

۹ (۱)

۱۱ (۲)

۷ (۴)

۱۳ (۳)

۱۴۲- کدام گزینه در مورد تابع  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ \sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$  درست نیست؟

$f'(-1) = -f'(1)$  (۲)

$f'(-1) < 0$  (۱)

$f'(-1) + f'(2) < 0$  (۴)

$f'(-1) > f'(-2)$  (۳)

۱۴۳- عرض از مبدأ خط مماس بر نمودار تابع  $f(x) = (x-2)\sqrt{x^2+5}$  در نقطه  $x = 2$  واقع بر آن کدام است؟

-۲ (۲)

-۱ (۱)

-۶ (۴)

-۵ (۳)

۱۴۴- مقدار مشتق تابع  $f(x) = \frac{(x^3-1)|x^2-3x+1|}{\sqrt{x}}$  در  $x = 1$  کدام است؟

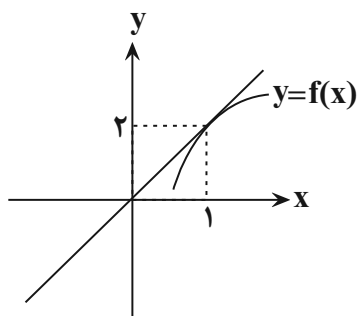
-۳ (۲)

۳ (۱)

-۶ (۴)

۶ (۳)

۱۴۵- اگر خط مماس بر نمودار تابع  $f$  در  $x = 1$  به صورت زیر باشد، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-h) - f(1)}{h}$  کدام است؟



۱ (۱)

-۱ (۲)

۲ (۳)

-۲ (۴)

۱۴۶- مطابق شکل زیر، خطوط مماس بر نمودار تابع  $f(x) = -x^2$  در نقاط  $x = a$  و  $x = -a$  رسم شده‌اند، مساحت مثلث OAB کدام

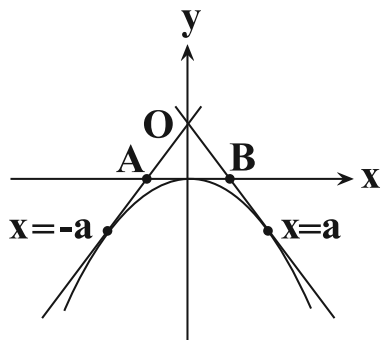
است؟

(۱)  $\frac{a^2}{2}$

(۲)  $a^2$

(۳)  $a^3$

(۴)  $\frac{a^3}{2}$



۱۴۷- اگر  $f(x) = |x| \cdot x^2 - x - 2$ ، حاصل  $f'_+(2) - f'_-(2)$  کدام است؟ ( )، نماد جزء صحیح است.)

(۱) ۷

(۲) ۳

(۳) ۹

(۴) ۵

۱۴۸- کدام گزینه در مورد تابع  $f(x) = \begin{cases} |x-1| & ; x > 0 \\ -x & ; x \leq 0 \end{cases}$  درست است؟

(۱) تابع در  $x = 0$  مشتق پذیر است.

(۲) تابع در بازه  $(-\infty, 0]$  مشتق پذیر است.

(۳)  $f'_-(0) = f'_+(0) = -1$  است.

(۴) تابع در بازه  $(0, +\infty)$  مشتق پذیر است.

۱۴۹- تعداد نقاط مشتق ناپذیری توابع  $f(x) = \sqrt{x^2 + ax + 1}$  و  $g(x) = ||x| + a|$  یکسان است. چند مقدار صحیح برای  $a$  قابل قبول

است؟

(۱) ۲

(۲) ۱

(۳) بی شمار

(۴) هیچ مقدار

۱۵۰- تابع  $f(x) = ax + |ax|$  در بازه  $(0, 4)$  دارای ۷ نقطه مشتق ناپذیر است. مقدار  $a$  کدام می تواند باشد؟ ( )، نماد جزء صحیح

است.)

(۱) ۳

(۲) -۲

(۳) ۱

(۴) -۱



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳ (اختیاری): آشنایی با مقاطع مخروطی (تأثیر ویژگی بازتابندگی سهمی): صفحه‌های ۴۷ تا ۵۶

۱۵۱- معادله سهمی‌ای که  $F(-3, 0)$  کانون و خط  $x = 3$  خط هادی آن باشد، کدام است؟

$$y^2 = 12x \quad (1)$$

$$y^2 = -12x \quad (2)$$

$$x^2 = 12y \quad (3)$$

$$x^2 = -12y \quad (4)$$

۱۵۲- سهمی  $y^2 = 2x - 4y$  مفروض است. مختصات کانون سهمی کدام است؟

$$\left(-\frac{5}{2}, -2\right) \quad (1)$$

$$\left(-\frac{3}{2}, -2\right) \quad (2)$$

$$\left(-2, -\frac{3}{2}\right) \quad (3)$$

$$\left(-2, -\frac{5}{2}\right) \quad (4)$$

۱۵۳- سهمی با کانون  $F(1, 1)$  و خط هادی به معادله  $x = 3$ ، محور  $y$  را در دو نقطه  $A$  و  $B$  قطع می‌کند. فاصله  $AB$  کدام است؟

$$2\sqrt{2} \quad (1)$$

$$2\sqrt{2} \quad (2)$$

$$4\sqrt{2} \quad (3)$$

$$4\sqrt{2} \quad (4)$$

۱۵۴- مبدأ مختصات رأس یک سهمی و محور  $y$  ها محور تقارن آن است و سهمی از نقطه  $(-5, -10)$  می‌گذرد. معادله خط هادی سهمی

کدام است؟

$$y = 4 \quad (1)$$

$$y = -4 \quad (2)$$

$$y = 5 \quad (3)$$

$$y = -5 \quad (4)$$

۱۵۵- اگر نقطه  $A(-1, 2)$  رأس سهمی به معادله  $x = y^2 + my + n$  باشد، آنگاه حاصل  $m + n$  کدام است؟

$$-3 \quad (1)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$1 \quad (3)$$

$$3 \quad (4)$$

۱۵۶- در شکل زیر اگر  $AF = 1$  و  $B'F = 5$  باشد، فاصله کانونی بیضی کدام است؟

$$3 \quad (1)$$

$$3 \quad (1)$$

$$4 \quad (2)$$

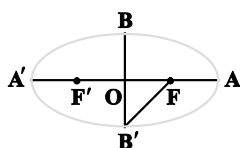
$$4 \quad (2)$$

$$6 \quad (3)$$

$$6 \quad (3)$$

$$8 \quad (4)$$

$$8 \quad (4)$$



۱۵۷- خروج از مرکز یک بیضی که بر محورهای مختصات مماس بوده و مرکز آن نقطه  $O(2, -1)$  باشد، کدام است؟ (قطر بزرگ بیضی موازی محور  $x$  ها است).

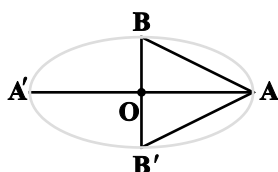
$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{3} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

۱۵۸- در شکل مقابل، اگر خروج از مرکز بیضی برابر  $\frac{\sqrt{6}}{3}$  باشد، اندازه زاویه  $BAB'$  کدام است؟



$$30^\circ \quad (1)$$

$$45^\circ \quad (2)$$

$$60^\circ \quad (3)$$

$$75^\circ \quad (4)$$

۱۵۹- در یک بیضی، دایره‌ای به مرکز بیضی و به شعاع  $c$  کاملاً درون بیضی قرار گرفته است. خروج از مرکز این بیضی در کدام بازه زیر قرار دارد؟ ( $c$  فاصله مرکز تا کانون بیضی است).

$$\left(0, \frac{\sqrt{2}}{4}\right) \quad (2)$$

$$\left(0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \quad (1)$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \quad (4)$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right) \quad (3)$$

۱۶۰- در یک بیضی با فاصله کانونی ۴ و خروج از مرکز  $\frac{1}{4}$ ، نقطه  $M$  روی محور کانونی و به فاصله ۷ از مرکز بیضی قرار دارد. عمودی

در نقطه  $M$  بر محور کانونی رسم می‌کنیم تا بیضی را در نقاط  $D$  و  $E$  قطع کند. طول  $DE$  کدام است؟

$$18 \quad (2)$$

$$36 \quad (1)$$

$$12 \quad (4)$$

$$24 \quad (3)$$

ریاضیات گسسته (اختیاری): گراف و مدل سازی، ترکیبیات (شمارش): صفحه‌های ۴۳ تا ۵۹ / ریاضی ۱: شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۴۰ وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

۱۶۱- گراف  $G$  از مرتبه ۶ دارای ۷- مجموعه با اندازه یک است. این گراف حداقل چند یال دارد؟

۶ (۲)

۵ (۱)

۱۵ (۴)

۱۰ (۳)

۱۶۲- در گراف  $G$  با مجموعه رئوس  $V(G) = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ ،  $N_G(a) = \{d, f\}$ ،  $N_G(b) = \{c, e\}$ ،  $N_G(c) = \{b, h\}$ ،

$N_G(g) = \{d, h, f\}$ ،  $N_G(h) = \{g, e, c\}$  است. اگر هیچ دو رأسی از میان رأس‌های  $d$ ،  $e$  و  $f$  مجاور یکدیگر نباشند، عدد

احاطه‌گری گراف  $\overline{G}$  کدام است؟

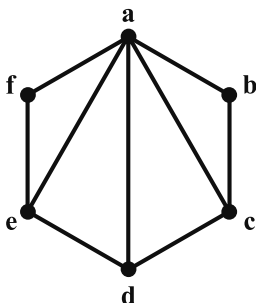
۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۱۶۳- گراف شکل مقابل، چند مجموعه احاطه‌گر مینیمال دارد؟



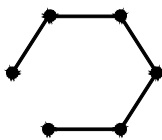
۱ (۱)

۳ (۲)

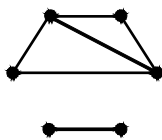
۴ (۳)

۵ (۴)

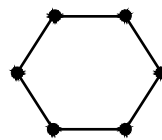
۱۶۴- کدام یک از گراف‌های زیر دارای یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم یکتا است؟



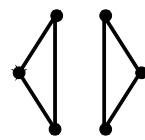
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۱۶۵- یک گراف ۲- منتظم ناهمبند از مرتبه ۷، چند مجموعه احاطه گر مینیمم دارد؟

(۲) ۱۸

(۱) ۱۵

(۴) ۳۶

(۳) ۲۴

۱۶۶- با حروف کلمه «hoochi»، چند کلمه ۶ حرفی می توان ساخت به طوری که بین دو حرف c و i، دقیقاً یک حرف دیگر قرار

داشته باشد؟

(۴) ۹۶

(۳) ۴۸

(۲) ۳۶

(۱) ۲۴

۱۶۷- مجموعه  $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ ، چند زیرمجموعه چهارعضوی دارد به طوری که مجموع اعضای هر کدام از این زیرمجموعه ها

مضرب ۳ باشد؟

(۴) ۶۹

(۳) ۵۴

(۲) ۴۵

(۱) ۳۶

۱۶۸- سه زوج (زن و شوهر) در یک ردیف شامل ۶ صندلی می نشینند. در چند حالت هر نفر کنار همسر خود نشسته است؟

(۴) ۹۶

(۳) ۷۲

(۲) ۴۸

(۱) ۲۴

۱۶۹- چند جایگشت از حروف کلمه combine وجود دارد که هیچ دو حرف صدا داری کنار هم نیستند؟

(۴) ۱۸۰۰

(۳) ۱۴۴۰

(۲) ۱۰۸۰

(۱) ۹۶۰

۱۷۰- با ارقام ۱، ۱، ۰، ۰، ۲، ۲، چند عدد شش رقمی فرد می توان نوشت؟

(۴) ۳۰

(۳) ۲۴

(۲) ۱۸

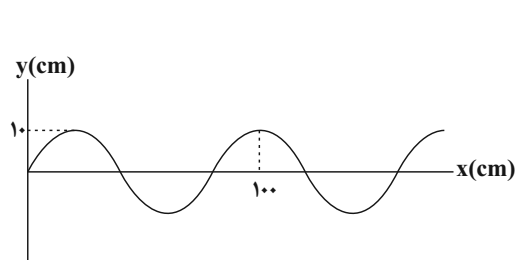
(۱) ۱۲



وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

فیزیک ۳ (اختیاری): نوسان و موج: صفحه‌های ۶۹ تا ۸۸

۱۷۱- موجی عرضی در یک طناب ایجاد شده و شکل زیر نقش این موج را در لحظه‌ای از انتشار آن نشان می‌دهد. اگر تندی انتشار موج



$\frac{m}{s}$  باشد، بسامد نوسان موج چند هرتز است؟

(۱) ۵

(۲) ۰/۲

(۳) ۶/۲۵

(۴) ۴

۱۷۲- تندی انتشار موج عرضی در یک سیم برابر با  $40\sqrt{2}$  متر بر ثانیه است. سیم را از وسط نصف کرده و دو نیمه آن را بر روی هم

می‌تابانیم. تندی انتشار امواج عرضی با فرض ثابت ماندن نیروی کشش در این سیم، چند متر بر ثانیه خواهد بود؟

(۴) ۶۰

(۳)  $20\sqrt{2}$ 

(۲) ۴۰

(۱) ۲۰

۱۷۳- در کدام گزینه امواج الکترومغناطیسی به ترتیب از راست به چپ از بسامد زیاد به بسامد کم مرتب شده‌اند؟

(۱) گاما - فرابنفش - نور زرد - نور سبز - رادیویی

(۲) ایکس - فروسرخ - نور سبز - میکروموج - رادیویی

(۳) فرابنفش - نور سبز - نور قرمز - میکروموج - رادیویی

(۴) فروسرخ - نور آبی - نور قرمز - میکروموج - رادیویی

۱۷۴- چند مورد از عبارت‌های زیر صحیح است؟

(الف) در زمین‌لرزه‌ها امواج اولیه P از نوع امواج عرضی هستند.

(ب) امواج صوتی، امواج طولی هستند که تندی انتشار آن‌ها عموماً در مایع‌ها بیش‌تر از جامدها است.

(ج) امواج رادیویی و فروسرخ هر دو در خلاء با تندی نور حرکت می‌کنند.

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۱۷۵- اگر آهنگ متوسط انرژی صوتی که از یک صفحه می‌گذرد  $W = 9 \times 10^{-9} \text{ J/s}$  و تراز شدت صوت در محل صفحه ۲۴dB باشد،

مساحت صفحه چند مترمربع است؟  $(I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}, \log 2 = 0.3)$

(۴) ۲۷

(۳) ۲۲/۵

(۲) ۲۵

(۱) ۱/۵

محل انجام محاسبات

۱۷۶- در نقطه‌ای به فاصله ۲۰ متر از یک چشمه صوتی نقطه‌ای، تراز شدت صوت ۴۰ دسی‌بل است. اگر توان چشمه صوتی را ۱۶ برابر کنیم، در چه فاصله‌ای از چشمه صوت برحسب متر، تراز شدت صوت ۲۰ دسی‌بل خواهد بود؟ (از جذب انرژی توسط محیط صرف‌نظر می‌شود).

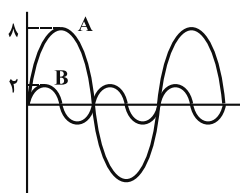
(۴) ۸۰۰

(۳) ۴۰۰

(۲) ۸۰

(۱) ۴۰

۱۷۷- نمودار جابه‌جایی - مکان دو موج صوتی A و B که در یک محیط منتشر شده‌اند، به صورت زیر است. در یک فاصله مشخص و برابر از هر دو منبع، تراز شدت صوت A چند دسی‌بل بیشتر از تراز شدت صوت B است؟  $(\log 2 = 0.3)$



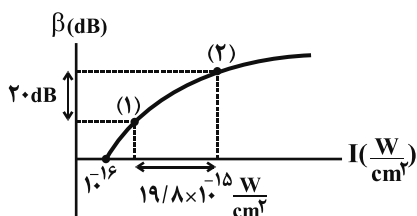
(۱) ۹

(۲) ۶

(۳) ۱۸

(۴) ۳

۱۷۸- شکل زیر نمودار تراز شدت صوت را برحسب شدت آن برای یک چشمه صوت نمایش می‌دهد. این صوت توسط چشمه‌ای با توان متوسط  $24 \text{ pW}$  منتشر می‌شود و دو شنونده (۱) و (۲) در فاصله‌های مختلفی از چشمه قرار دارند. فاصله شنونده (۱) از چشمه صوت چند سانتی‌متر است؟  $(\pi = 3)$



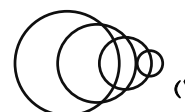
(۱) ۶

(۲) ۱۰

(۳) ۶۰

(۴) ۱

۱۷۹- در کدام یک از شکل‌های زیر چشمه صوت با تندی کم‌تری از تندی صوت در محیط حرکت می‌کند؟



(۴)

(۳)

(۲)

(۱)

۱۸۰- مطابق شکل زیر دو ناظر ساکن (۱) و (۲) در فاصله مشخصی از یک چشمه صوتی در حال سکون قرار دارند. با حرکت چشمه صوتی به سمت ناظر (۲)، به ترتیب بسامد دریافتی توسط ناظر (۱) و طول موج دریافتی توسط ناظر (۲) نسبت به حالتی که چشمه ساکن است، چه تغییری می‌کند؟



(۱) کاهش می‌یابد - کاهش می‌یابد

(۲) کاهش می‌یابد - افزایش می‌یابد

(۳) افزایش می‌یابد - کاهش می‌یابد

(۴) افزایش می‌یابد - افزایش می‌یابد

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳ (اختیاری): شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۶۵ تا ۸۸

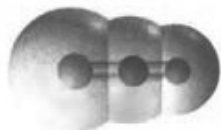
۱۸۱- چه تعداد از موارد زیر درست است؟

(آ) در ساختار مولکول‌های یخ هر اتم اکسیژن از طریق ۲ پیوند کووالانسی و ۲ پیوند هیدروژنی به ۴ اتم هیدروژن متصل است.  
 (ب) در ساختار جامدهای کووالانسی برخلاف جامدهای مولکولی، میان همه اتم‌ها پیوندهای اشتراکی وجود دارد، از این رو این مواد نقطه ذوب بالاتری دارند.

(پ) در مولکول خمیده  $H_2O$  همانند مولکول  $CO_2$ ، تراکم بار الکتریکی روی اتم اکسیژن بیشتر است و این مولکول برخلاف کربن دی‌اکسید، در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

(ت) هرچه تفاوت بین نقطه ذوب و جوش یک ماده خالص، بیش‌تر باشد، نیروی جاذبه میان ذره‌های سازنده آن در حالت مایع بیشتر است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



۱۸۲- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

(آ) شکل مقابل می‌تواند مربوط به مولکول کربونیل سولفید باشد که مولکولی خطی و قطبی است.

(ب) در مولکول  $NH_3$  برخلاف مولکول  $SO_2$ ، تراکم بار الکتریکی روی اتم مرکزی بیش‌تر از اتم‌های کناری است.

(پ) مولکول‌های  $CS_2$  و  $SO_2$ ، با وجود داشتن بار الکتریکی جزئی روی اتم‌های خود، به دلیل توزیع متقارن بار الکتریکی پیرامون اتم مرکزی، در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.

(ت) در مولکول‌های دو اتمی جور هسته، الکترون‌های پیوندی به‌طور یکنواخت در تمام فضای اطراف هر دو اتم وجود دارند.

(۱) آ، ب، ت (۲) آ، ب (۳) ب، ت (۴) پ، ت

۱۸۳- چند مورد از مطالب زیر در مورد پرتوهای خورشیدی و استفاده از آن برای تولید انرژی الکتریکی در فناوری‌های پیشرفته به درستی بیان شده است؟

(آ) شاره یونی قبل از تبادل گرمایی با شاره مولکولی، وارد منبع ذخیره انرژی الکتریکی می‌شود.

(ب) استفاده از پرتوهای خورشیدی برای تولید برق به عنوان انرژی پاک، هیچ‌گونه ردپای زیست‌محیطی ندارد.

(پ) شاره دریافت‌کننده انرژی خورشید، نسبت به شاره عبوری از سردکننده، در گستره دمایی بیش‌تری به حالت مایع است.

(ت) سدیم کلرید مذاب شارهای است که باعث حرکت توربین می‌شود.

(ث) آینه‌ها انرژی پرتوهای خورشیدی را جذب کرده و به برج گیرنده منتقل می‌کنند.

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۸۴- اگر فرایند تولید انرژی الکتریکی از پرتوهای خورشیدی، به‌طور خلاصه مطابق مراحل زیر انجام شود:

(I) ۲۰ آینه مشابه، انرژی خورشید را به سدیم کلرید مذاب منتقل می‌کنند. (بازده ۱۰۰ درصد)

(II) سدیم کلرید مذاب با انتقال گرما به آب  $100^\circ C$ ، آن را به بخار آب  $100^\circ C$  تبدیل می‌کند. (بازده ۷۵ درصد)

اگر در مدت زمان مشخصی ۵۴ کیلوگرم  $H_2O(g)$  تولید شود، به ترتیب تغییر دمای ۵۰۰ کیلوگرم سدیم کلرید مذاب برابر چند درجه سلسیوس بوده و هر کدام از آینه‌ها چند کیلووات انرژی توسط پرتوهای خورشید روی برج گیرنده می‌فرستد؟

( $c_{NaCl(l)} = 0.8 J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$ ، گرمای تبخیر مولی آب برابر  $45 kJ \cdot mol^{-1}$  و جرم مولی آب برابر  $18 g \cdot mol^{-1}$  است). (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید).

(۱) ۵۰۶/۲۵، ۴۵۰ (۲) ۲۵۳،  $9 \times 10^3$  (۳) ۲۵۳، ۵۰۶/۲۵ (۴) ۴۵۰،  $9 \times 10^3$

۱۸۵- کدام مطلب درست است؟

(۱) مواد اولیه برای ساخت آثار ماندگار، افزون بر فراوانی و در دسترس بودن، باید واکنش‌پذیری بالا، استحکام زیاد و پایداری مناسبی داشته باشند.

(۲) جامدهای کووالانسی، شامل مجموعه‌ای از مولکول‌ها هستند که با یکدیگر پیوند اشتراکی دارند.

(۳) با توجه به تشابه ساختاری سیلیسیم خالص و الماس، نقطه ذوب سیلیسیم خالص به دلیل کم‌تر بودن آنتالپی پیوند  $C-C$  نسبت به  $Si-Si$ ، کم‌تر از الماس است.

(۴) مولکول‌های آب در ساختار یخ آرایش منظم و سه بعدی دارند که هر اتم اکسیژن در آن به دو اتم هیدروژن با پیوند اشتراکی و به دو اتم هیدروژن از مولکول‌های دیگر با پیوند هیدروژنی متصل است.

محل انجام محاسبات

۱۸۶- چه تعداد از مطالب زیر نادرست است؟

- (الف) الماس و گرافیت دو آلوتروپ طبیعی کربن هستند که هر دو جزو جامدهای کووالانسی شناخته می‌شوند.  
 (ب) شمار اتم‌های متصل به هر اتم کربن، در الماس و گرافیت یکسان است.  
 (پ) گرافن برخلاف گرافیت، جامد کووالانسی به شمار نمی‌رود.  
 (ت) در ساختار گرافیت، نیروی جاذبه بین اتم‌ها در هر لایه، در مقایسه با نیروی جاذبه بین دو اتم در لایه‌های مجاور، بیش‌تر است.

۱ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)

۱۸۷- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) شمار پیوندهای اشتراکی در هر مولکول نفتالن، ۳ برابر شمار همین پیوندها در هر مولکول دی‌متیل‌اتر است.  
 (۲) در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی کربونیل سولفید، اتمی که کم‌ترین شعاع را دارد، با رنگ قرمز نشان داده می‌شود.  
 (۳) گاز دو اتمی دوره سوم و گروه ۱۷ جدول تناوبی، در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.  
 (۴) نسبت شمار اتم‌ها به شمار عنصرها در منیزیم سیلیکات برابر همین نسبت در جوش شیرین است.

۱۸۸- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- (آ) شمار نزدیک‌ترین یون‌های موجود پیرامون هر یون در شبکه بلور ترکیب یونی، عدد کوئوردیناسیون نام دارد.  
 (ب) آنتالپی فروپاشی شبکه بلور NaF از آنتالپی فروپاشی شبکه بلور KBr بیشتر و از آنتالپی فروپاشی شبکه بلور NaCl کمتر است.  
 (پ) آلایز هوشمند که در ساخت فراورده‌های صنعتی و پزشکی کاربرد دارد از عناصر Mn و Ti ساخته می‌شود.  
 (ت) به‌طور کلی فلزهای دسته d با فلزهای دسته s و p از نظر سختی، نقطه ذوب و تنوع اعداد اکسایش متفاوتند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۸۹- با توجه به جدول زیر کدام‌یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

| ترکیب | نقطه ذوب                | نقطه جوش               |
|-------|-------------------------|------------------------|
| A     | $2072^{\circ}\text{C}$  | $2927^{\circ}\text{C}$ |
| B     | 196K                    | $-23^{\circ}\text{C}$  |
| C     | $327/5^{\circ}\text{C}$ | $1749^{\circ}\text{C}$ |
| D     | $1710^{\circ}\text{C}$  | $2230^{\circ}\text{C}$ |

- (۱) D می‌تواند متعلق به دسته‌ای از مواد باشد که تنوع و شمار کمتری نسبت به دسته‌ای از مواد که ماده B متعلق به آن‌هاست، دارد.  
 (۲) گستره دمایی که ماده B در آن به حالت مایع قرار دارد، بیشتر از گستره دمایی مایع بودن آب و هیدروژن فلوئورید است.  
 (۳) از میان ترکیب‌های ذکر شده، ترکیب A از سه ترکیب دیگر دیرگدازتر است.  
 (۴) نیروی جاذبه میان ذره‌های ماده C در حالت مایع، قوی‌تر از سه ترکیب دیگر است.

۱۹۰- جامدهای یونی و فلزی در چه تعداد از ویژگی‌های زیر مشترک‌اند؟

- رسانایی الکتریکی در حالت جامد
- نوع رفتار در اثر ضربه
- داشتن کاتیون در شبکه بلور
- تجزیه بر اثر جریان برق در حالت مذاب
- داشتن الکترون آزاد در شبکه

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

دانلود رایگان تمام آزمون‌های آزمایشی در کانال ما:

@Azmoonha\_Azmayeshi

علوی

تمام پایه‌ها و رشته‌ها



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر



آزمون‌ها آزمایشتی  
T.me/Azmoonha\_Azmayeshi



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان  
سازمان سنجش آموزش کشور

گزیده دو

مؤسسه آموزشی فرهنگی

آزمون‌ها آزمایشتی  
T.me/Azmoonha\_Azmayeshi



حلقه  
سنجش





## آزمون ۶ آبان ۱۴۰۱

### اختصاصی دوازدهم ریاضی

## دفترچه پاسخ

| نام درس       | نام طراحان                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|---------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| حسابان ۲      | بابک ابراهیمی-محمد مصطفی ابراهیمی-امیر هوشنگ انصاری-امیر محمد باقری نصر آبادی-عادل حسینی-آریان حیدری<br>افشین خاصه خان-محمد امین روانبخش-بابک سادات-علی سلامت-علی اصغر شریفی-فرشاد صدیقی-فر-پویان پهرانیان<br>حمید علیزاده-علی مقدم-جهانبخش نیکنام                                                                                                                    |
| هندسه         | امیر حسین ابومحبوب-سامان اسپهرم-علی ایمانی-جواد حاتمی-عادل حسینی-سید محمد رضا حسینی-فرد-افشین خاصه خان<br>فرزانه خاکپاش-محمد خندان-احسان خیراللهی-سوگند روشنی-نیما زارع-احمد رضا فلاح-محمد کریمی-مهرداد ملوندی<br>امیر وفائی                                                                                                                                          |
| ریاضیات گسسته | امیر حسین ابومحبوب-عادل حسینی-سید محمد رضا حسینی-فرد-فرزانه خاکپاش-سوگند روشنی-علیرضا شریف خطیبی<br>جمال صادقی-علی صادقی-محمد صحت کار-احمد رضا فلاح-نیلوفر مهدوی                                                                                                                                                                                                      |
| فیزیک         | خسرو ارغوانی فرد-بابک اسلامی-عبدالرضا امینی نسب-زهره آقامحمدی-مهدی براتی-فرهاد جوینی-امیر مسعود حاجی مرادی<br>میثم دشتیان-محمد علی راست پیمان-بهنام رستمی-مهدی سلطانی-پویا شمشیری-عبداله فقه زاده-مسعود قره خانی<br>محسن قندچلر-احسان کریمی-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-محمد صادق مام سیده-غلامرضا مجبی-احسان محمدی<br>حسین مخدومی سید علی میرنوری-حسام نادری-مصطفی واثقی |
| شیمی          | قادر باخاری-محمد رضا پور جاوید-کامران جعفری-امیر حاتمیان-ارژنگ خانلری-پیمان خواجوی مجد-حمید ذبحی<br>علیرضا رضایی سراب-روزبه رضوانی-امیر محمد سعیدی-رضا سلیمانی-ساجد شیر-مسعود طبر سا-امیر حسین طیبی<br>رسول عابدینی زواره-محمد عظیمیان زواره-حسن عیسی زاده-اکبر هنرمند                                                                                                |

### گزینشگران و ویراستاران

| نام درس        | حسابان ۲                                      | هندسه                            | ریاضیات گسسته                    | فیزیک                              | شیمی                                                   |
|----------------|-----------------------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| گزینشگر        | کاظم اجلالی                                   | امیر حسین ابومحبوب               | سوگند روشنی                      | بابک اسلامی                        | ایمان حسین نژاد                                        |
| گروه ویراستاری | مهدی ملارمضانی<br>علی ارجمند<br>علی سرآبادانی | عادل حسینی                       | عادل حسینی                       | حمید زرین کفش<br>زهره آقامحمدی     | یاسر راش<br>محبوبه بیک محمدی<br>محمد حسن محمدزاده مقدم |
|                |                                               | ویراستار استاد:<br>مهرداد ملوندی | ویراستار استاد:<br>مهرداد ملوندی | ویراستار استاد:<br>سید علی میرنوری | بازبینی نهایی:<br>امیر حسین عزیزی                      |
| مسئول درس      | عادل حسینی                                    | امیر حسین ابومحبوب               | امیر حسین ابومحبوب               | بابک اسلامی                        | امیر حسین مسلمی                                        |
| مستندسازی      | سمیه اسکندری                                  | سرژ یقیاژاریان تبریزی            | سرژ یقیاژاریان تبریزی            | مجتبی خلیل ارجمندی                 | سمیه اسکندری                                           |

### گروه فنی و تولید

|                |                                                                  |
|----------------|------------------------------------------------------------------|
| مدیر گروه      | محمد اکبری                                                       |
| مسئول دفترچه   | نرگس غنی زاده                                                    |
| گروه مستندسازی | مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم<br>مسئول دفترچه: محمد رضا اصفهانی |
| حروف نگار      | میلاد سیاوشی                                                     |
| ناظر چاپ       | سوران نعیمی                                                      |

### گروه آزمون

### بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۶۳



حسابان ۲

گزینه ۳»

(افشین فاضل‌شان)

ضابطه تابع را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$a < 1: f(x) = \begin{cases} (-a+4)x & ; x < 0 \\ (a+2)x & ; x \geq 0 \end{cases}$$

$$a \geq 1: f(x) = 3x - |(a-1)x| = \begin{cases} (a+2)x & ; x < 0 \\ (-a+4)x & ; x \geq 0 \end{cases}$$

برای آنکه تابع  $f$  یک‌به‌یک باشد، لازم است که شیب خطوط  $y = (a+2)x$  و  $y = (-a+4)x$  هم علامت باشند:

$$\Rightarrow (a+2)(-a+4) > 0 \Rightarrow (a+2)(a-4) < 0$$

$$\Rightarrow a \in (-2, 4)$$

اعداد صحیح این بازه عبارتند از:  $-1, 0, 1, 2, 3$ .

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

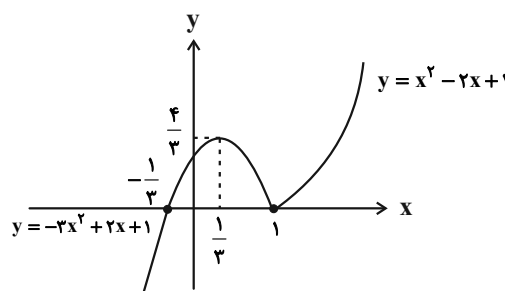
گزینه ۱»

(پویان طهرانیان)

می‌دانیم تابع در بازه‌ای که یک‌به‌یک باشد، وارون‌پذیر است پس بهتر است تابع را رسم کنیم.

$$f(x) = \begin{cases} 2x(1-x) - x^2 + 1 & ; x \leq 1 \\ 2x(x-1) - x^2 + 1 & ; x > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} -3x^2 + 2x + 1 & ; x \leq 1 \\ x^2 - 2x + 1 & ; x > 1 \end{cases}$$



با توجه به شکل تابع در بازه‌های  $(-\infty, \frac{1}{3}]$ ,  $[\frac{1}{3}, 1]$ , و  $[1, +\infty)$  و هر

زیرمجموعه‌ای از این بازه‌ها، یک به یک و در نتیجه وارون‌پذیر است.

پس کم‌ترین مقدار  $a$  برابر  $\frac{1}{3}$  است و داریم:

$$f(a) = f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{4}{3}$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

گزینه ۲»

(امیرمحمدر باقری نصرآبادی)

تابع  $f$  را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f = \{(-4, x), (-1, 2x - x^2), (0, 2x^2 - 1)\}$$

برای اینکه  $f$  صعودی باشد، رابطه زیر باید برقرار باشد.

$$f(-4) \leq f(-1) \leq f(0)$$

$$\Rightarrow x \leq 2x - x^2 \leq 2x^2 - 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq 2x - x^2 \Rightarrow x^2 - x \leq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1 \\ 2x - x^2 \leq 2x^2 - 1 \Rightarrow 3x^2 - 2x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \leq -\frac{1}{3} \text{ یا } x \geq 1 \end{cases}$$

اشتراک دو مجموعه بالا تنها  $x = 1$  است.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

گزینه ۴»

(پویان طهرانیان)

تابع  $f$  اکیداً نزولی است، پس برای اینکه  $f \circ g$  صعودی باشد، لازم است تابع  $g$  نزولی باشد:

$$g = \{(1, 6), (2, k), (3, 4), (4, 2)\} \xrightarrow{\text{g نزولی است}} 4 \leq k \leq 6$$

کم‌ترین مقدار  $k$  برابر ۴ است.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

گزینه ۵»

(فرشاد صدیقی‌فر)

$$D_g = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x^2 + 4) > f(4x^2 + x)\}$$

تابع  $f$  اکیداً نزولی است، پس باید نامعادله زیر را حل کنیم:

$$x^3 + 4 < 4x^2 + x$$

$$\Rightarrow \frac{x^3 - 4x^2}{x^2(x-4)} - \frac{x+4}{-(x-4)} < 0 \Rightarrow (x-4)(x^2-1) < 0$$

| $x$            | $-1$ | $1$ | $4$ |
|----------------|------|-----|-----|
| $(x-4)(x^2-1)$ | $-$  | $+$ | $-$ |

$$\Rightarrow D_g = (-\infty, -1) \cup (1, 4)$$

اعداد صحیح نامنفی این مجموعه ۲ و ۳ هستند.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

گزینه ۱»

(امیرمحمدر باقری نصرآبادی)

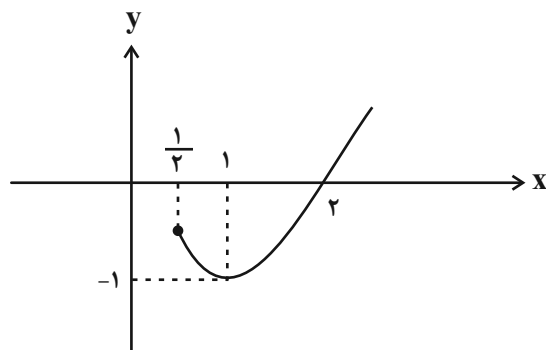
$$D_f \cap D_g = \{-3, 1\}$$

اما با توجه به صورت سؤال واضح است تابع نهایی به ازای  $x = -3$  تعریف نشده است، پس باید به ازای آن  $f + 1 = 0$  شود.

$$\frac{g(-3)}{f(-3)+1} = \frac{2}{a+1} \Rightarrow a+1=0 \Rightarrow a=-1$$



نمودار این تابع در شکل زیر رسم شده است:



برد این تابع بازه  $[-1, +\infty)$  است.

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(پویان طهرانیان)

۹- گزینه «۳»

تابع  $f$  با دامنه و برد  $[0, +\infty)$  اکیداً صعودی است، پس تابع  $f^{-1}$  نیز با همین دامنه و برد اکیداً صعودی است.

حال تابع  $y = f^{-1}(1-x)$  با دامنه  $(-\infty, 1]$  اکیداً نزولی است، پس تابع  $g$  با دامنه  $[0, 1]$  اکیداً صعودی است، پس برد تابع  $g$  بازه  $[g(0), g(1)]$  است.

$$g(0) = f(0) - f^{-1}(1) = 0 - f^{-1}(1)$$

کافی است  $f^{-1}(1)$  را حساب کنیم:

$$f^{-1}(1) = k \Rightarrow f(k) = \frac{k + \sqrt{k}}{2} = 1 \Rightarrow k = 1$$

پس کم‌ترین مقدار تابع  $g$  برابر ۱- است.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(فرشاد صدیقی‌فر)

۱۰- گزینه «۲»

دامنه تابع مرکب  $f \circ g$  برابر است با:

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

از طرفی  $D_f = [-\infty, 2]$  و  $D_g = \mathbb{R}$  است. پس داریم:

$$D_{f \circ g} = \{x \in \mathbb{R} \mid 2^x + 2^{-x} \leq 2\}$$

حال نامعادلهٔ اخیر را حل می‌کنیم:

$$2^x + 2^{-x} - 2 \leq 0 \Rightarrow 2^x + \frac{1}{2^x} - 2 \leq 0 \Rightarrow \frac{2^{2x} + 1 - 2(2^x)}{2^x} \leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{(2^x - 1)^2}{2^x} \leq 0$$

حال برای  $x = 1$  داریم:

$$\frac{g(1)}{f(1)+1} - \frac{3}{b+1} = 4 \Rightarrow b = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow ab = \frac{1}{4}$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(پویان طهرانیان)

۷- گزینه «۱»

دامنه‌های هر دو تابع بازه  $(-\infty, -1]$  است.

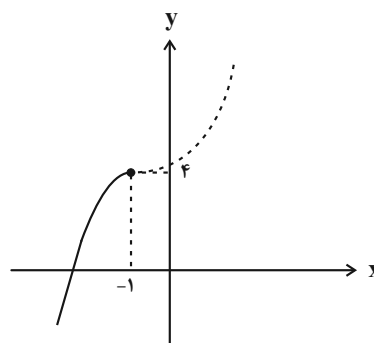
$$\Rightarrow D_{f \times g} = D_f \cap D_g = (-\infty, -1]$$

حال ضابطه تابع حاصل ضرب را حساب می‌کنیم:

$$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$$

$$\xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} (f \times g)(x) = 4 - (x+1)^2(-x-1) = 4 + (x+1)^3$$

نمودار این تابع با دامنه  $(-\infty, -1]$  به صورت زیر است:



این نمودار از نواحی اول و چهارم عبور نمی‌کند.

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶ و حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

(عادل حسینی)

۸- گزینه «۴»

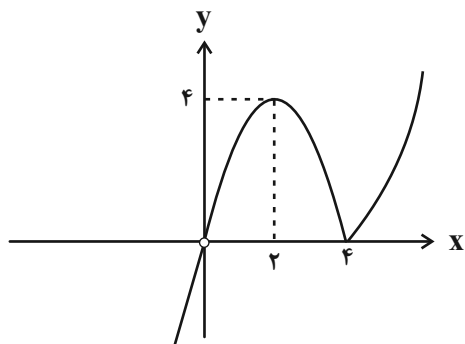
دامنه‌های توابع  $f$  و  $g$  به ترتیب برابر  $(-\infty, 0] \cup [\frac{1}{4}, +\infty)$  و  $[\frac{1}{4}, +\infty)$

است. پس دامنه تابع  $f + g$  برابر است با:

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = [\frac{1}{4}, +\infty)$$

حال ضابطه تابع  $f + g$  را می‌یابیم:

$$\begin{aligned} (f + g)(x) &= f(x) + g(x) = x^2 - \sqrt{2x^2 - x} + \sqrt{2x^2 - x} - 2x \\ &= x^2 - 2x \end{aligned}$$



بزرگ‌ترین بازه‌ای که نمودار تابع  $f$  روی آن اکیداً نزولی باشد، بازه  $[2, 4]$  است و از آنجا که مقدار  $a$  مثبت است، تبدیل یافته همین بازه، قسمت اکیداً نزولی نمودار تابع  $g$  را تولید می‌کند.

فقط ضریب  $x$  (همان ضریب انبساط یا انقباض افقی) است که طول بازه را تغییر می‌دهد، پس طول بازه‌های که نمودار تابع  $g$  روی آن اکیداً نزولی است،

با طول بازه  $\left[\frac{2}{a}, \frac{4}{a}\right]$  برابر است. در نتیجه داریم:

$$\frac{4}{a} - \frac{2}{a} = \frac{2}{a} = 10 \Rightarrow a = 0.2$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۹ و ۱۵ تا ۱۸)

(علی سلامت)

۱۴- گزینه «۲»

به دلیل اینکه تابع  $f$  اکیداً صعودی است،  $f(1) = 2$  و  $f(3) = 4$ . پس نقاط  $A(1, 2)$  و  $B(3, 4)$  روی تابع  $f$  قرار دارند.

مختصات این نقاط بعد از تبدیل تابع  $f$  به صورت زیر خواهد بود:

$$A \left| \begin{array}{l} g(x) = 2f\left(\frac{1}{2}x - 1\right) + 1 \\ \frac{1}{2} \end{array} \right. \rightarrow A' \left| \begin{array}{l} 4 \\ 5 \end{array} \right. \Rightarrow g(4) = 5 \Rightarrow g^{-1}(5) = 4$$

$$B \left| \begin{array}{l} g(x) = 2f\left(\frac{1}{2}x - 1\right) + 1 \\ \frac{3}{2} \end{array} \right. \rightarrow B' \left| \begin{array}{l} 8 \\ 9 \end{array} \right. \Rightarrow g(8) = 9 \Rightarrow g^{-1}(9) = 8$$

بنابراین حاصل  $g^{-1}(5) + g^{-1}(9)$  برابر ۱۲ است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۸)

(افشین فاضله‌شان)

۱۵- گزینه «۴»

$$(f \circ g)^{-1}(x) = g^{-1} \circ f^{-1}(x)$$

می‌دانیم:

حال توابع  $f^{-1}$  و  $g^{-1}$  و سپس تابع  $g^{-1} \circ f^{-1}$  را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} f^{-1} = \{(-1, 6), (5, 7), (1, -2), (-2, 4)\} \\ g^{-1} = \{(-2, 3), (4, 6), (7, 2), (0, 4)\} \end{cases}$$

$$\Rightarrow g^{-1} \circ f^{-1} = \{(5, 2), (1, 3), (-2, 6)\}$$

می‌دانیم صورت و مخرج عبارت بالا هر دو نامنفی هستند، پس تساوی بالا فقط

$$\text{در حالت } \frac{(2^x - 1)^2}{3^x} = 0 \text{ برقرار است.}$$

$$\Rightarrow 2^x - 1 = 0 \Rightarrow 2^x = 1 \Rightarrow x = 0$$

$$\Rightarrow D_{f \circ g} = \{0\}$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

۱۱- گزینه «۴»

(امیرمهدی باقری نصرآبادی)

برای به دست آوردن دامنه تابع  $f$  می‌توانیم بنویسیم:

$$-\frac{1}{2} < x \leq \frac{2}{3} \Rightarrow -2 < 2x - 1 \leq \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow D_f = (-2, \frac{1}{3}]$$

حال برای دامنه تابع  $h$  داریم:

$$-2 < \frac{x-4}{3} \leq \frac{1}{3} \Rightarrow -2 < x \leq 5$$

$$\Rightarrow D_h = (-2, 5]$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

(افشین فاضله‌شان)

۱۲- گزینه «۱»

نقطه  $\left(-\frac{1}{2}, -1\right)$  را در ضابطه گزینه‌ها جای‌گذاری می‌کنیم، پاسخ درست

باید تساوی  $f(2) = 4$  را تولید کند. در گزینه «۱» داریم:

$$-1 = 1 - \frac{1}{2}f\left(1 - 2\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = 1 - \frac{1}{2}f(2)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}f(2) = 2 \Rightarrow f(2) = 4$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

(پوانیش نیکنام)

۱۳- گزینه «۳»

ضابطه تابع  $f$  به صورت زیر است:

$$f(x) = \begin{cases} -|x^2 - 4x|; & x < 0 \\ |x^2 - 4x|; & x > 0 \end{cases}$$

نمودار این تابع در شکل زیر رسم شده است:



با توجه به رابطه  $(fog)(x) = f(g(x)) = 6x - 10$ ، اگر  $f(x) = 3x - 1$  باشد، ضابطه تابع  $g$ ،  $g(x) = 2x - 3$  و اگر  $f(x) = -3x + 2$  باشد،  $g(x) = -2x + 4$  به دست می‌آید.

در هر دو حالت مقدار  $(fg)(1)$  که برابر  $f(1)g(1)$  است، برابر می‌شود با:

$$f(1)g(1) = -2$$

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

(همید علیرزاده)

۱۹- گزینه «۳»

ابتدا ضابطه تابع  $g$  را می‌یابیم:

$$f(x) = \sqrt[3]{x-1} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } y} y = \sqrt[3]{-x-1}$$

$$\xrightarrow{\text{واحد به راست و واحد به بالا}} g(x) = \sqrt[3]{1-x} + 2$$

حال نمودار تابع  $g$  را با نمودار  $f^2(x) = \sqrt[3]{(x-1)^2}$  قطع می‌دهیم:

$$\sqrt[3]{1-x} + 2 = (\sqrt[3]{1-x})^2 \xrightarrow{\sqrt[3]{1-x}=t} t^2 - t - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (t-2)(t+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = \sqrt[3]{1-x} = -1 \Rightarrow x = 2 \\ t = \sqrt[3]{1-x} = 2 \Rightarrow x = -7 \end{cases}$$

پس نقاط تقاطع  $A(2, 1)$  و  $B(-7, 4)$  هستند.

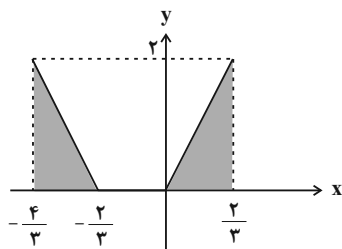
$$\Rightarrow AB = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

(عادل حسینی)

۲۰- گزینه «۴»

نقاط  $(-1, 0)$ ،  $(0, 2)$ ،  $(1, 2)$  و  $(2, 0)$  روی نمودار تابع  $f$  به ترتیب به نقاط  $\left(-\frac{4}{3}, 2\right)$ ،  $\left(-\frac{2}{3}, 0\right)$ ،  $(0, 0)$  و  $\left(\frac{2}{3}, 2\right)$  نظیر می‌شوند، پس با وصل کردن این نقاط به هم نمودار تابع  $g$  حاصل می‌شود.



سطح سایه‌خورده، سطح موردنظر است که از دو مثلث هم‌نهشت تشکیل شده است و مساحت آن‌ها برابر است با:

$$S = 2 \left( \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times 2 \right) = \frac{4}{3}$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

مؤلفه دوم باید ۳- برابر مؤلفه اول باشد، پس  $(a, -3a) = (-2, 6)$  است که  $a = -2$ .

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۱ و ۶۶ تا ۶۸)

۱۶- گزینه «۱»

(موانیش نیکنام)

$$g^{-1}(4) \text{ را برابر } a \text{ قرار می‌دهیم و داریم:}$$

حال در رابطه  $g(x+2) + 2f(x+1) = 8$  به جای  $x$ ،  $a-3$  قرار می‌دهیم. داریم:

$$g(a) + 2f(a-2) = 8 \Rightarrow 2f(a-2) = 4 \Rightarrow f(a-2) = 2$$

$$\Rightarrow a-2 = f^{-1}(2) \xrightarrow{f^{-1}(2)=\frac{1}{5}} a-2 = \frac{1}{5} \Rightarrow a = \frac{11}{5}$$

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۱)

(علی سلامت)

۱۷- گزینه «۲»

ابتدا تابع  $f$  را به صورت یک تابع دو ضابطه‌ای نوشته و برد هر یک از ضابطه‌ها را مشخص می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+1}-1; & -1 \leq x < 0 \Rightarrow -1 \leq y < 0 \\ \sqrt{x+1}+1; & x > 0 \Rightarrow y > 2 \end{cases}$$

حال وارون هر ضابطه را مشخص می‌کنیم:

$$y = \sqrt{x+1}-1 \Rightarrow \sqrt{x+1} = y+1 \Rightarrow x = y^2 + 2y$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = x^2 + 2x, -1 \leq x < 0$$

$$y = \sqrt{x+1}+1 \Rightarrow \sqrt{x+1} = y-1 \Rightarrow x = y^2 - 2y$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = x^2 - 2x, x > 2$$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} x^2 + 2x; & -1 \leq x < 0 \\ x^2 - 2x; & x > 2 \end{cases} \text{ بنابراین ضابطه } f^{-1} \text{ به صورت}$$

است.

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۱)

(عادل حسینی)

۱۸- گزینه «۴»

توابع  $f$  و  $g$  خطی هستند و اگر تابع  $g^{-1} \circ f$  را به عنوان ورودی تابع  $f \circ g$  قرار دهیم داریم:

$$(fog)(g^{-1}of)(x) = (fof)(x) = 6\left(\frac{3}{2}x+1\right)-10 = 9x-4$$

اگر تابع  $fof$  برابر  $y = 9x-4$  باشد، برای تابع  $f$  دو ضابطه  $f(x) = 3x-1$  و  $f(x) = -3x+2$  به دست می‌آید.



هندسه ۳

۲۱- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومصوب)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & -1 \\ 1 & x \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x+1 \\ x \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow [x-1 \quad 2x-2] \begin{bmatrix} x+1 \\ x \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x+1) + x(2x-2) = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x+1+2x) = 0 \Rightarrow (x-1)(3x+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-\frac{1}{3} \end{cases}$$

(هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۲- گزینه «۴»

(علی ایمانی)

$$I = \begin{bmatrix} 3^{x-y} & 0 \\ x+y-z & 2^{x-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2^{x-1} = 1 \Rightarrow x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ 3^{x-y} = 1 \Rightarrow x-y=0 \Rightarrow y=x=1 \\ x+y-z=0 \Rightarrow 1+1-z=0 \Rightarrow z=2 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 1+3+4=8$$

(هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۳- گزینه «۲»

(پواد فاطمی)

ابتدا ماتریس  $A^2$  را محاسبه می‌کنیم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} -a & a \\ a & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -a & a \\ a & -a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a^2 & -2a^2 \\ -2a^2 & 2a^2 \end{bmatrix} = -2a \begin{bmatrix} -a & a \\ a & -a \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^2 = (-2a)A \xrightarrow{\text{بفرض}} A^4 = (-2a)^2 A^2 = (-2a)^3 A$$

با ادامه این روند نتیجه می‌گیریم:

$$A^{2n} = (-2a)^{n-1} \times A$$

و با مقایسه عبارت صورت سؤال داریم:

$$(-2a)^{n-1} = 2^{n-1} \Rightarrow -2a=2 \Rightarrow a=-1$$

(هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۴- گزینه «۳»

(امیررضا فلاح)

دو ماتریس  $A$  و  $3I-A$  وارون یکدیگرند، بنابراین داریم:

$$A(3I-A) = I \Rightarrow A^{-1} = 3I-A \Rightarrow A+A^{-1} = 3I$$

$$\Rightarrow (A+A^{-1})^2 = (3I)^2 = 9I = \begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 9+9=18$$

(هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۵- گزینه «۱»

(علی ایمانی)

طبق فرض داریم:

$$A^2 + 5A - 6I = 0 \Rightarrow A^2 + 5A = 6I$$

$$\xrightarrow{+4I} A^2 + 5A + 4I = 10I$$

$$\Rightarrow (A+4I)(A+I) = 10I$$

$$\Rightarrow (A+4I) \times \frac{1}{10} (A+I) = I$$

$$\Rightarrow (A+4I)^{-1} = \frac{1}{10} (A+I)$$

تذکر: دو ماتریس  $A$  و  $I$  تعویض پذیرند، پس اتحادهای جبری برای آنها برقرار است.

(هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۶- گزینه «۱»

(نیما زارع)

ماتریس  $A$  قطری است، پس درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن برابر صفر هستند.

$$6x^2 + 5x - 1 = 0 \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{1}{6} \end{cases}$$

از طرفی ماتریس  $A$  غیراسکالر است، پس درایه‌های واقع بر قطر اصلی آن برابر یکدیگر نیستند.

$$6x-2 \neq 10x+2 \Rightarrow 4x \neq -4 \Rightarrow x \neq -1$$

پس تنها مقدار قابل قبول  $x = \frac{1}{6}$  است و در نتیجه داریم:



$$= A + (2 + 3 + \dots + 10)I = A + 54I$$

(هنر سه ۳؛ ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

(مهردار ملونری)

گزینه ۲»

می‌دانیم حاصل ضرب یک ماتریس مربعی در وارون آن ماتریس (در صورت

وجود) برابر ماتریس  $I$  است، بنابراین داریم:

$$(I - A)(I - A)^{-1} = I \Rightarrow I(I - A)^{-1} - A(I - A)^{-1} = I$$

$$\Rightarrow A(I - A)^{-1} = (I - A)^{-1} - I$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(هنر سه ۳؛ ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

(امیرحسین ایومنیوب)

گزینه ۴»

اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس مربعی و  $AB = I$  یا  $BA = I$  باشد، آن‌گاه

$A$  و  $B$  وارون یکدیگرند. بنابراین دو ماتریس  $B$  و  $C$  هر دو وارون

ماتریس  $A$  هستند و چون وارون هر ماتریس (در صورت وجود) منحصر به

فرد است، پس  $B = C$  است و داریم:

$$\begin{bmatrix} -y & 1 \\ -5 & -x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x-1 & 1 \\ y+z & z \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -y = x-1 \Rightarrow y = -x+1 \\ z = -x \\ y+z = -5 \end{cases}$$

$$y+z = -5 \Rightarrow -x+1-x = -5$$

$$\Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow \begin{cases} y = -2 \\ z = -3 \end{cases}$$

$$A^{-1} = B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{وارون}} (A^{-1})^{-1} = A = \frac{1}{2(-3) - 1(-5)} \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 3+1-5-2 = -3$$

(هنر سه ۳؛ ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

$$A = \begin{bmatrix} 6(\frac{1}{6}) - 2 & 0 \\ 0 & 10(\frac{1}{6}) + 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \frac{11}{3} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A+B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \frac{11}{3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3y+1 & y-1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3y & y-1 \\ 1 & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

ماتریس  $A+B$  وارون‌پذیر نیست، پس داریم:

$$|A+B| = 0 \Rightarrow 3y \times \frac{2}{3} - (y-1) = 0$$

$$\Rightarrow 2y - y + 1 = 0 \Rightarrow y = -1$$

(هنر سه ۳؛ ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲ و ۲۳)

(سیرممد رضا عسینی فرد)

گزینه ۴»

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$(A+B)^T = A^T + B^T \Rightarrow A^T + B^T + AB + BA = A^T + B^T$$

$$\Rightarrow AB + BA = \bar{O} \Rightarrow \begin{bmatrix} a & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & b \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & b \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \bar{O}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & ab \\ 0 & b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b & 0 \\ a & 1 \end{bmatrix} = \bar{O} \Rightarrow \begin{bmatrix} b+1 & ab \\ a & b+1 \end{bmatrix} = \bar{O}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b+1 = 0 \Rightarrow b = -1 \\ a = 0 \end{cases}$$

بنابراین  $a+b = -1$  است.

(هنر سه ۳؛ ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

(سوکنر روشنی)

گزینه ۳»

ابتدا ماتریس  $A^2$  را محاسبه می‌کنیم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

بنابراین ماتریس  $A^n$  برابر است با:

$$A^n = \begin{cases} A & \text{فرد } n \\ I & \text{زوج } n \end{cases}$$

می‌دانیم  $n!$  به ازای  $n \geq 2$ ، عددی زوج است، پس داریم:

$$A^{1!} + 2A^{2!} + 3A^{3!} + \dots + 10A^{10!}$$

$$= A + 2I + 3I + \dots + 10I$$



ریاضیات گسسته

۳۱- گزینه «۳»

(سوکندر روشنی)

گزینه «۱» نادرست است. زیرا اگر  $b = 0$  باشد، این گزاره شرطی نادرست است در نتیجه باید گزاره به صورت زیر بیان شود: اگر  $a \mid b$  و  $b \neq 0$  آنگاه  $|a| \leq |b|$ .

گزینه «۲» نادرست است. مثال نقض:  $12 \mid 12 - 8$  ولی  $12 \nmid 8$ .

گزینه «۳» درست است. زیرا:

$$n^2 + n + 41 - 43 + 43 = n^2 + n - 2 + 43$$

$$= (n+2)(n-1) + 43 \xrightarrow{n=44} 46 \times 43 + 43 = 43 \times 47$$

عدد اول نیست

گزینه «۴» نادرست است. زیرا اگر  $n = 2k + 1$

$$n^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 4k(k+1) + 1 = 4(2q) + 1 = 8q + 1$$

در نتیجه به ازاء  $n$ های فرد، معادله مذکور دارای جواب است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

۳۲- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومصوب)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: دو گزاره هم ارز هستند:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B' = \emptyset \Leftrightarrow A - B = \emptyset$$

گزینه «۲»: دو گزاره هم ارز هستند:

$$A \subseteq B' \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow A - B = A$$

گزینه «۳»: دو گزاره هم ارز هستند:

می‌دانیم  $A \cap B' \subseteq B'$  و  $B \subseteq A \cup B$ ،  $A - B = A \cap B'$  است.

پس داریم:

$$B \subseteq A \cup B \subseteq A \cap B' \subseteq B' \Rightarrow B \subseteq B'$$

$$\Rightarrow B \cap B \subseteq \underbrace{B' \cap B}_{\emptyset} \Rightarrow B = \emptyset$$

اگر  $B = \emptyset$  باشد، آنگاه  $A \cup B = A - B = A$  است، پس

$$A \cup B \subseteq A - B$$

گزینه «۴»: دو گزاره هم ارز نیستند:

$$A' \cup B' = \emptyset \Rightarrow (A \cap B)' = \emptyset \Rightarrow A \cap B = U$$

$$\Rightarrow A = B = U$$

ولی عکس این گزاره شرطی برقرار نیست، یعنی از تساوی  $A = B$  نمی‌توان

نتیجه گرفت  $A' \cup B' = \emptyset$  است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۶ تا ۸)

۳۳- گزینه «۲»

(سیدمحمدرضا حسینی فردر)

برای عدد  $n$  می‌توان ۶ حالت در نظر گرفت:

$$n = 6k \rightarrow (n+1)(n+4) + 1 = 6k + 5$$

$$n = 6k + 1 \rightarrow (n+1)(n+4) + 1 = 6k + 5$$

$$n = 6k + 2 \rightarrow (n+1)(n+4) + 1 = 6k + 1$$

$$n = 6k + 3 \rightarrow (n+1)(n+4) + 1 = 6k + 5$$

$$n = 6k + 4 \rightarrow (n+1)(n+4) + 1 = 6k + 5$$

$$n = 6k + 5 \rightarrow (n+1)(n+4) + 1 = 6k + 1$$

پس عبارت حاصل یا به صورت  $6k + 1$  یا به صورت  $6k + 5$  است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۳۴- گزینه «۱»

(سوکندر روشنی)

$$\Delta m^2 \mid 1 \Delta m^3 \Rightarrow (\Delta m^2, 1 \Delta m^3) = \Delta m^2$$

$$[(\Delta m^2, 1 \Delta m^3), (\Delta m^2, 2 \cdot 0 \cdot m)] = [\Delta m^2, (\Delta m^2, 2 \cdot 0 \cdot m)]$$

از طرفی  $\Delta m^2 \mid (\Delta m^2, 2 \cdot 0 \cdot m)$ ، پس حاصل عبارت فوق همواره برابر  $\Delta m^2$  است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۳۵- گزینه «۲»

(علی صادقی)

ابتدا معادله منحنی را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$2xy + 3y = 4x^2 + 1 \Rightarrow y = \frac{4x^2 + 1}{2x + 3}$$

برای یافتن نقاط با مختصات صحیح روی این منحنی باید داشته باشیم:

$$2x + 3 \mid 4x^2 + 1$$

$$2x + 3 \mid 4x^2 + 1 \quad (1)$$

$$2x + 3 \mid 2x + 3 \Rightarrow 2x + 3 \mid (2x + 3)^2$$

$$\Rightarrow 2x + 3 \mid 4x^2 + 12x + 9 \quad (2)$$

$$(2) - (1) \Rightarrow 2x + 3 \mid 12x + 8 \left\{ \begin{array}{l} \text{تفاضل} \\ 2x + 3 \mid 6(2x + 3) \end{array} \right\} \rightarrow 2x + 3 \mid 10$$

$$2x + 3 = 1 \Rightarrow x = -1$$

$$2x + 3 = 5 \Rightarrow x = 1$$

$$2x + 3 = -1 \Rightarrow x = -2$$

$$2x + 3 = -5 \Rightarrow x = -4$$

$$2x + 3 = 2 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$2x + 3 = 10 \Rightarrow x = \frac{7}{2}$$

$$2x + 3 = -2 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}$$

$$2x + 3 = -10 \Rightarrow x = -\frac{13}{2}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)



۳۶- گزینه «۳»

(اعداد رضا فلاح)

$$a = bq + r \quad 0 \leq r < b$$

$$a = 55q + 2q - 1 = 57q - 1$$

$$0 \leq r < b \Rightarrow 0 \leq 2q - 1 < 55 \Rightarrow 1 \leq 2q < 56$$

$$\Rightarrow 1 \leq q < \frac{56}{2} = 28$$

از طرفی  $57q = a + 1$  و چون  $a$  فرد می باشد پس  $q$  زوج است.

$$q < 28 \Rightarrow q_{\max} = 26$$

$$a = 57q - 1 = 57 \times 26 - 1 = 1481 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 14$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۱۴ و ۱۵)

۳۷- گزینه «۴»

(محمدرضا صحت کار)

$$(\delta n + 3, \gamma n - 2) = d \Rightarrow \begin{cases} d \mid \delta n + 3 \\ d \mid \gamma n - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d \mid 3\delta n + 21 \\ d \mid 3\gamma n - 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow d \mid 31 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 31 \Rightarrow 31 \mid \delta n + 3 \Rightarrow 31 \mid \delta n + 3 + 62$$

$$\Rightarrow 31 \mid \delta n + 65 \Rightarrow 31 \mid 5(n + 13)$$

$$\Rightarrow 31 \mid n + 13 \Rightarrow n + 13 = 31k$$

$$\Rightarrow n = 31k - 13$$

|   |    |    |    |     |     |
|---|----|----|----|-----|-----|
| k | ۱  | ۲  | ۳  | ۴   | ... |
| n | ۱۸ | ۴۹ | ۸۰ | ۱۱۱ | ... |

بزرگ ترین عدد دورقمی  $80 =$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۱۳ و ۱۴)

۳۸- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومحبوب)

با توجه به اینکه  $a + 10 > a$  و  $b < b + 1$ ، پس خارج قسمت تقسیم اول، قطعاً بزرگ تر از خارج قسمت تقسیم دوم است. در صورتی که این دو خارج قسمت را به ترتیب با  $q + 1$  و  $q$  نمایش دهیم، آنگاه طبق قضیه تقسیم داریم:

$$\begin{aligned} a + 10 &= b(q + 1) \\ a &= (b + 1)q \end{aligned} \Rightarrow (b + 1)q + 10 = bq + b$$

$$\Rightarrow bq + q + 10 = bq + b \Rightarrow b = q + 10 \quad (1)$$

$$a = (b + 1)q \xrightarrow{(1)} a = (q + 11)q$$

$$10 \leq a \leq 99 \Rightarrow 10 \leq q(q + 11) \leq 99 \xrightarrow{q \in \mathbb{N}} 1 \leq q \leq 5$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۱۴ و ۱۵)

۳۹- گزینه «۳»

(محمدرضا صحت کار)

$$\begin{cases} a = 7q + 5 \xrightarrow{\times 15} 15a = 3 \times 35q + 75 \\ 2a = 5q' + 3 \xrightarrow{\times 7} 14a = 35q' + 21 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} a = \underbrace{35(3q - q')}_{\text{مضرب ۳۵}} + 75 + 21$$

$$\Rightarrow a = 35k' + 96 \xrightarrow{\times 3} 3a = 3 \times 35k' + 288$$

$$= \underbrace{3 \times 35k' + 35}_{35k''} + 22$$

$$\Rightarrow 3a = 35k'' + 22 \Rightarrow r = 22: \text{باقی مانده}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۱۴ و ۱۵)

۴۰- گزینه «۳»

(جمال صادقی)

باید صورت بر مخرج بخش پذیر باشد یعنی  $x^5 + 1 \mid x^2 + 3$ ، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} x^5 + 1 \mid x^2 + 3 \\ x^5 + 1 \mid (x^2 + 1)(x^3 - 1)x \Rightarrow x^5 + 1 \mid x^5 - x \end{cases}$$

$$\xrightarrow{-} x^5 + 1 \mid x + 3 \Rightarrow x^5 + 1 \mid (x + 3)(x - 3)$$

$$\Rightarrow x^5 + 1 \mid x^2 - 9 \xrightarrow{x^3 + 1 \mid x^5 + 1} x^5 + 1 \mid (x^2 - 9) - (x^3 + 1)$$

$$\Rightarrow x^5 + 1 \mid -10$$

$$x^5 + 1 = 1 \Rightarrow x = 0 \rightarrow \frac{0^5 + 3}{0^2 + 1} = 3 \in \mathbb{Z}$$

$$x^5 + 1 = 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \rightarrow \frac{1^5 + 3}{1^2 + 1} = \frac{4}{2} = 2 \in \mathbb{Z} \\ x = -1 \rightarrow \frac{(-1)^5 + 3}{(-1)^2 + 1} = \frac{2}{2} = 1 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$x^5 + 1 = 5 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \rightarrow \frac{2^5 + 3}{2^2 + 1} = \frac{35}{5} = 7 \in \mathbb{Z} \\ x = -2 \rightarrow \frac{(-2)^5 + 3}{(-2)^2 + 1} = \frac{-29}{5} \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$x^5 + 1 = 10 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \rightarrow \frac{3^5 + 3}{3^2 + 1} = \frac{246}{10} \notin \mathbb{Z} \\ x = -3 \rightarrow \frac{(-3)^5 + 3}{(-3)^2 + 1} = \frac{-240}{10} = -24 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

به ازای مقادیر ۰، ۱، ۲ و ۳- حاصل کسر مورد نظر صحیح می شود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۹ تا ۱۲)



## هندسه ۱

## ۴۱- گزینه «۲»

(معمد کریمی)

می‌دانیم اگر دو مثلث در یک رأس مشترک بوده و قاعدهٔ مقابل به این رأس آن‌ها روی یک خط راست باشد، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر نسبت اندازهٔ قاعده‌های آن‌هاست. بنابراین داریم:

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ABC}} = \frac{BD}{BC} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{S_{AED}}{S_{ABD}} = \frac{AE}{AB} = \frac{4}{5} \quad (2)$$

$$\frac{S_{DEF}}{S_{AED}} = \frac{FD}{AD} = \frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(1), (2), (3)} \frac{S_{ABD}}{S_{ABC}} \times \frac{S_{AED}}{S_{ABD}} \times \frac{S_{DEF}}{S_{AED}}$$

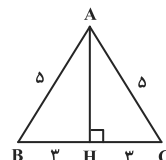
$$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{S_{DEF}}{S_{ABC}} = \frac{1}{5}$$

(هندسه ۱: قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

## ۴۲- گزینه «۲»

(سامان اسپهرم)

کافی است طول کوتاه‌ترین ارتفاع را در مثلث  $ABC$  به دست آوریم و سپس با استفاده از نسبت تشابه دو مثلث، مقدار مشابه را در مثلث  $A'B'C'$  پیدا کنیم. می‌دانیم کوتاه‌ترین ارتفاع هر مثلث، ارتفاع وارد بر بزرگ‌ترین ضلع آن است، پس مطابق شکل داریم:



$$\Delta ABH : \Delta A'H' = AB^2 - BH^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \Rightarrow AH = 4$$

نسبت ارتفاع‌ها در دو مثلث متشابه، برابر نسبت تشابه دو مثلث است. از طرفی نسبت محیط‌ها در دو مثلث متشابه نیز با همین نسبت برابر است. با توجه به این که محیط مثلث  $ABC$ ، برابر  $16 = 5 + 5 + 6$  است، داریم:

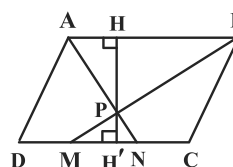
$$\frac{AH}{A'H'} = \frac{\Delta ABC \text{ محیط}}{\Delta A'B'C' \text{ محیط}} \Rightarrow \frac{4}{A'H'} = \frac{16}{56} \Rightarrow A'H' = 14$$

(هندسه ۱: قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

## ۴۳- گزینه «۱»

(انجین فاضل‌شان)

دو مثلث  $PAB$  و  $PMN$  به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند.



نسبت ارتفاع‌ها در دو مثلث متشابه برابر نسبت تشابه آن دو مثلث است، بنابراین داریم:

$$\frac{PH}{PN} = \frac{AB}{MN} = \frac{3}{1}$$

$$\xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در صورت}} \frac{PH + PH'}{PH'} = \frac{3+1}{1} \Rightarrow \frac{HH'}{PH'} = 4$$

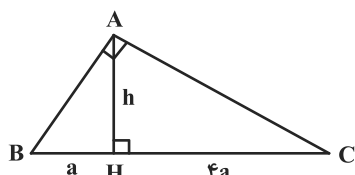
$$\frac{S_{ABCD}}{S_{PMN}} = \frac{HH' \times AB}{\frac{1}{2} PH' \times MN} = 2 \times \frac{HH'}{PH'} \times \frac{AB}{MN} = 2 \times 4 \times 3 = 24$$

(هندسه ۱: قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه ۳۵)

## ۴۴- گزینه «۳»

(انجین فاضل‌شان)

با توجه به روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:



$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow h^2 = a \times 4a \Rightarrow h = 2a$$

$$S = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} \times 2a \times 5a = 5a^2$$

$$\Rightarrow 5a^2 = 45 \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow BC = 5 \times 3 = 15$$

(هندسه ۱: قضیهٔ تالس؛ صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

## ۴۵- گزینه «۲»

(علی ایمانی)

با توجه به موازی بودن  $BD$  و  $EF$ ، دو مثلث  $BDT$  و  $EFT$  متشابه هستند و داریم:

$$\frac{ET}{BT} = \frac{EF}{BD} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{EF}{4} \Rightarrow EF = 2$$

اگر  $AE = x$  باشد، آن‌گاه  $ET = x$  و  $BT = 2x$  است، پس  $AB = 4x$  و در نتیجه داریم:

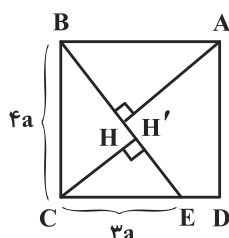
$$\Delta ABC : EF \parallel BC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}}$$

$$\frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC} \Rightarrow \frac{x}{4x} = \frac{2}{BC} \Rightarrow BC = 8$$

(هندسه ۱: قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۸)

## ۴۶- گزینه «۳»

(مهرداد ملونری)



طبق قضیهٔ خطوط موازی و مورب،  $\widehat{ABH} = \widehat{CEH'}$  است و در نتیجه داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{H} = \widehat{H'} = 90^\circ \\ \widehat{ABH} = \widehat{CEH'} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تساوی دوزاویه}} \Delta ABH \sim \Delta CEH'$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{CH'} = \frac{AB}{CE} = \frac{4a}{2a} \Rightarrow \frac{CH'}{AH} = \frac{3}{4} = 0.75$$

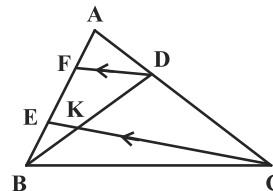
(هندسه ۱: قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)



## ۴۷- گزینه «۳»

(مهردار ملونری)

از D خطی موازی CE رسم می کنیم.



$$\Delta ACE : DF \parallel CE \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AD}{AC} = \frac{AF}{AE}$$

$$\frac{AD}{AC} = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{AF}{AE} = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} AF = m \\ AE = 3m \end{cases} \Rightarrow EF = 2m$$

$$\frac{BE}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{BE}{AE + BE} = \frac{1}{3}$$

از طرفی طبق فرض داریم:

$$\Rightarrow AE + BE = 3BE \Rightarrow AE = 2BE = 3m \Rightarrow BE = \frac{3}{2}m$$

$$\Delta BFD : EK \parallel FD \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{BK}{KD} = \frac{BE}{EF} = \frac{\frac{3}{2}m}{2m} = \frac{3}{4}$$

(هنرسه ۱: قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

## ۴۸- گزینه «۴»

(علی ایمانی)

طبق قضیه خطوط موازی و مورب،  $\hat{BAE} = \hat{DCE}$  و  $\hat{ABE} = \hat{CDE}$ 

پس دو مثلث ABE و CDE متشابه هستند و داریم:

$$\frac{S_{ABE}}{S_{CDE}} = \frac{4}{9} = k^2 \Rightarrow k = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} AB = 2x \\ CD = 3x \end{cases}$$

با فرض  $BF = b$  و  $CF = a$  داریم:

$$\Delta ABC : EF \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{EF}{AB} = \frac{CF}{CB} = \frac{a}{a+b}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2x} = \frac{a}{a+b} \xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{3}{2x-3} = \frac{a}{b} \quad (1)$$

$$\Delta BCD : EF \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{EF}{CD} = \frac{BF}{BC} = \frac{b}{a+b}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{3x} = \frac{b}{a+b} \xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{3}{3x-3} = \frac{b}{a} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{3}{2x-3} = \frac{x-1}{1} \Rightarrow 2x^2 - 5x + 3 = 3$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 5x = 0 \Rightarrow x(2x - 5) = 0$$

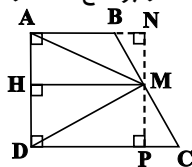
$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 & \text{غ ق ق} \\ x = \frac{5}{2} \Rightarrow CD = \frac{15}{2} = 7.5 \end{cases}$$

(هنرسه ۱: قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۸)

## ۴۹- گزینه «۱»

(سیرمحمدرضا حسینی خرد)

مطابق شکل از نقطه M، دو عمود MN و MP را به ترتیب بر اضلاع AB و CD و عمود MH را بر ضلع AD رسم می کنیم.



با توجه به نسبت مساحت‌ها داریم:

$$\frac{S_{CDM}}{S_{ABM}} = 2 \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} \times 4 \times MP}{\frac{1}{2} \times 3 \times MN} = 2 \Rightarrow \frac{MP}{MN} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{HD} = \frac{MN}{MP} = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} AH = 2x \\ HD = 3x \end{cases}$$

MH موازی دو قاعده دوزنقه است، پس داریم:

$$MH = \frac{HD \times AB + AH \times CD}{AD} = \frac{3x \times 3 + 2x \times 4}{5x} = \frac{17}{5}$$

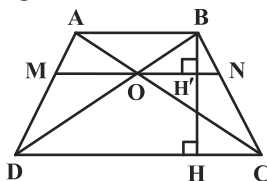
(هنرسه ۱: قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

## ۵۰- گزینه «۴»

(امیر وفائی)

ارتفاع وارد از رأس C بر ضلع ON در مثلث ONC، برابر ارتفاع وارد از رأس O بر ضلع DC در مثلث ODC است، پس نسبت مساحت‌های این دو مثلث با نسبت قاعده‌هایی که این ارتفاع‌ها بر آن‌ها وارد می‌شوند، برابر است.

$$\frac{S_{ONC}}{S_{ODC}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{ON}{DC} = \frac{1}{4}$$

از طرفی  $ON \parallel DC$ ، پس طبق قضیه اساسی تشابه، دو مثلث BON و BDC متشابه‌اند و نسبت ارتفاع‌ها در این دو مثلث، برابر نسبت اضلاع متناظر است.

$$\frac{BH'}{BH} = \frac{ON}{DC} = \frac{1}{4} \xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{BH'}{HH'} = \frac{1}{3}$$

همچنین دو مثلث OAB و ODC با هم متشابه‌اند و داریم:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{BH'}{HH'} = \frac{1}{3}$$

با فرض  $ON = x$  داریم:

$$\begin{aligned} \frac{S_{BON}}{S_{ABCD}} &= \frac{\frac{1}{2} ON \times BH'}{\frac{1}{2} (AB + CD) \times BH} \\ &= \frac{ON}{AB + CD} \times \frac{BH'}{BH} = \frac{x}{\frac{4}{3}x + 4x} \times \frac{1}{4} \\ &= \frac{x}{\frac{16}{3}x} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{16} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{64} \end{aligned}$$

(هنرسه ۱: قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۱)



## هندسه ۲-۱ اختیاری

۵۱- گزینه «۱»

(غیرزانه فاکپاش)

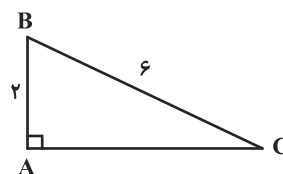
فرض کنید  $R$  و  $R'$  شعاع‌های دو دایره ( $R > R'$ ) و  $TT'$  طول مماس مشترک خارجی دو دایره باشد. چون دو دایره سه مماس مشترک دارند، پس مماس خارج هستند و در نتیجه داریم:

$$TT' = 2\sqrt{RR'} = 2\sqrt{R \times \frac{1}{6}R} = \frac{2}{\sqrt{6}}\sqrt{R^2} = \frac{2\sqrt{6}}{6}R = \frac{\sqrt{6}}{3}R$$

(هندسه ۲؛ دایره؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

۵۲- گزینه «۱»

(امیرمسین ابومصوب)

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث  $ABC$  داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow 4^2 = 2^2 + AC^2$$

$$AC^2 = 12 \Rightarrow AC = 4\sqrt{2}$$

اگر  $r$  شعاع دایره محاطی داخلی و  $S$  و  $P$  به ترتیب مساحت و نصف محیط مثلث  $ABC$  باشند، آن‌گاه داریم:

$$S = \frac{1}{2}AB \times AC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

$$P = \frac{2+6+4\sqrt{2}}{2} = 4+2\sqrt{2}$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{4\sqrt{2}}{4+2\sqrt{2}} \times \frac{4-2\sqrt{2}}{4-2\sqrt{2}} = \frac{16\sqrt{2}-16}{8} = 2\sqrt{2}-2$$

(هندسه ۲؛ دایره؛ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۵۳- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومصوب)

طول هر ضلع  $n$  ضلعی منتظم محیط بر دایره‌ای به شعاع  $r$  از رابطه

$$a = 2r \tan \frac{180^\circ}{n}$$

با فرض  $n = 6$  و  $a = 2$  به دست می‌آید. بنابراین داریم:

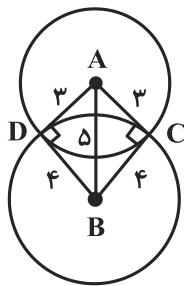
$$2 = 2r \times \tan 30^\circ \Rightarrow 1 = r \times \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow r = \sqrt{3}$$

$$S = \pi r^2 = 3\pi$$

(هندسه ۲؛ دایره؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۵۴- گزینه «۱»

(امیر وفانی)



$$AD + BC = 3 + 4 = 7 \quad (1)$$

$$AC + BD = 3 + 4 = 7 \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow AD + BC = AC + BD$$

چهارضلعی  $ACBD$  محیطی است  $\Rightarrow$ 

از طرفی طول اضلاع دو مثلث  $ABC$  و  $ABD$  در قضیه فیثاغورس صدق می‌کنند، بنابراین هر دو مثلث قائم‌الزاویه هستند و در نتیجه داریم:

$$\hat{C} = \hat{D} = 90^\circ \Rightarrow \hat{C} + \hat{D} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$$

یعنی چهارضلعی  $ACBD$  محاطی است.

(هندسه ۲؛ دایره؛ صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

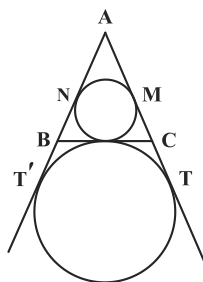
۵۵- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومصوب)

طبق تمرین ۶ صفحه ۳۰ کتاب درسی داریم:

$$AM = AN = P - a$$

$$AT = AT' = P$$



مطابق شکل  $MT$  مماس مشترک خارجی دایره محاطی داخلی و دایره محاطی خارجی نظیر قاعده مثلث  $ABC$  است، پس داریم:

$$MT = AT - AM = P - (P - a) = a = 8$$

(هندسه ۲؛ دایره؛ مشابه تمرین صفحه ۳۰)

۵۶- گزینه «۳»

(مهردار ملونری)

نقطه  $M$  وسط مماس مشترک  $TT'$  قرار دارد، زیرا طبق روابط طولی در دایره داریم:



$$\left. \begin{aligned} \hat{B} = \hat{D} = \frac{\widehat{AC}}{2} \\ \hat{H} = \widehat{ACD} = 90^\circ \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تساوی دو زاویه}} \triangle AHB \sim \triangle ACD$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow \frac{AH}{6} = \frac{5}{2 \times 4} \Rightarrow AH = \frac{30}{8} = \frac{15}{4}$$

(هندسه ۲؛ دایره؛ صفحه‌های ۱۳ و ۲۵)

(مممر فندان)

۵۹- گزینه «۳»

$$\triangle ADE: \quad \widehat{CDF} \text{ زاویه خارجی است}$$

$$\Rightarrow \widehat{CDF} = \hat{A} + \hat{E} = 3x + x = 4x$$

$$\triangle FCD: \quad \widehat{BCD} \text{ زاویه خارجی است}$$

$$\Rightarrow \widehat{BCD} = \hat{F} + \widehat{CDF} = 2x + 4x = 6x$$

چهارضلعی ABCD محاطی است، پس داریم:

$$\hat{A} + \widehat{BCD} = 180^\circ \Rightarrow 3x + 6x = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 9x = 180^\circ \Rightarrow x = 20^\circ$$

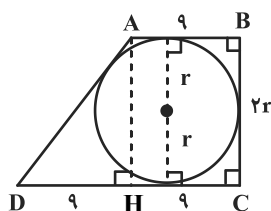
(هندسه ۲؛ دایره؛ صفحه ۲۷)

(مممر فندان)

۶۰- گزینه «۴»

اگر شعاع دایره محاطی دوزنقه را با  $r$  نمایش دهیم، آن گاه مطابق شکل

$BC = 2r$  است. طبق رابطه چهارضلعی محیطی داریم:



$$AB + CD = AD + BC$$

$$\Rightarrow 9 + 18 = AD + 2r \Rightarrow AD = 27 - 2r$$

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه AHD داریم:

$$AD^2 = AH^2 + HD^2 \Rightarrow (27 - 2r)^2 = (2r)^2 + 9^2$$

$$\Rightarrow 729 - 108r + 4r^2 = 4r^2 + 81$$

$$\Rightarrow 108r = 648 \Rightarrow r = 6$$

(هندسه ۲؛ دایره؛ صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

$$\left. \begin{aligned} MT^2 &= MA \cdot MB = 2(2 + 5) = 14 \\ MT'^2 &= MA \cdot MB = 2(2 + 5) = 14 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow MT = MT' = \sqrt{14}$$

بنابراین طول مماس مشترک خارجی دو دایره برابر  $TT' = 2\sqrt{14}$  است و

داریم:

$$TT' = \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} \Rightarrow 2\sqrt{14} = \sqrt{9^2 - (R - R')^2}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 56 = 81 - (R - R')^2 \Rightarrow (R - R')^2 = 81 - 56 = 25$$

$$\Rightarrow |R - R'| = 5$$

(هندسه ۲؛ دایره؛ صفحه‌های ۲۱ و ۲۳)

(مهردار ملونری)

۵۷- گزینه «۴»

اندازه شعاع دایره محاطی داخلی این مثلث به صورت زیر به دست می‌آید:

$$r = \frac{S}{P} = \frac{12}{\frac{18}{2}} = 3$$

با فرض  $r_a = 9$  و  $r_b = 6$  داریم:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{9} + \frac{1}{6} + \frac{1}{r_c}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r_c} = \frac{1}{18} \Rightarrow r_c = 18$$

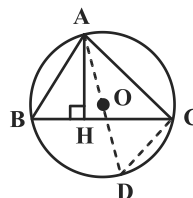
حال اندازه اضلاع مثلث را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} r_a = \frac{S}{P - a} \Rightarrow 9 = \frac{12}{4 - a} \Rightarrow a = 2 \\ r_b = \frac{S}{P - b} \Rightarrow 6 = \frac{12}{4 - b} \Rightarrow b = \frac{8}{3} \\ r_c = \frac{S}{P - c} \Rightarrow 18 = \frac{12}{4 - c} \Rightarrow c = \frac{10}{3} \end{cases}$$

(هندسه ۲؛ دایره؛ صفحه‌های ۲۶ و ۲۹)

(امسان غیراللهی)

۵۸- گزینه «۳»



فرض کنید AD قطر دایره محیطی مثلث ABC باشد در این صورت

زاویه ACD، زاویه محاطی روبه‌رو به قطر و در نتیجه برابر  $90^\circ$  است.

بنابراین داریم:

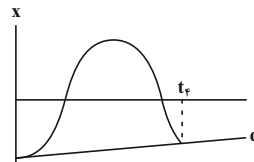


### فیزیک ۳

#### ۶۱- گزینه «۳»

(زهره آقاممیری)

به بررسی هر یک از عبارات می‌پردازیم:  
(الف) درست: در لحظه‌هایی که متحرک از مبدأ مختصات عبور می‌کند  $(t_1, t_3)$  بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد.  
(ب) درست: شیب خط واصل بین دو لحظه از نمودار مکان - زمان، سرعت متوسط بین آن دو لحظه را نشان می‌دهد.



با توجه به شکل چون شیب خط  $d$  مثبت است، پس بردار سرعت متوسط بین دو لحظه صفر تا  $t_3$  در جهت محور  $x$  است.  
(پ) نادرست: فقط در لحظه  $t_3$  جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند.  
(ت) نادرست: متحرک در لحظه  $t_1$  بیشترین فاصله را از نقطه شروع حرکت خود (مبدأ حرکت) دارد.

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۹)

#### ۶۲- گزینه «۲»

(فسرو ارغوانی‌فر)

سرعت متوسط، جابجایی در واحد زمان است و طبق صورت سؤال، در ۸ ثانیه اول حرکت این متحرک، اندازه آن برابر با  $\frac{4}{5} \frac{m}{s}$  است. پس:

$$|v_{av}| = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{|0 - x_0|}{8} \Rightarrow x_0 = 36m$$

مسافت طی شده در ۸ ثانیه اول حرکت برابر است:

$$\ell = (56 - 36) + |0 - 56| = 76m$$

بنابراین تندی متوسط متحرک برابر است با:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{76}{8} \Rightarrow s_{av} = 9.5 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۹)

#### ۶۳- گزینه «۲»

(زهره آقاممیری)

در نمودار مکان - زمان، شیب خط واصل بین دو لحظه در نمودار، سرعت متوسط را نشان می‌دهد. از طرفی شیب خط مماس بر نمودار، سرعت را نشان می‌دهد. با توجه به این نکات، به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه (۱): در بازه  $t_1$  تا  $t_3$  شیب خط واصل منفی است، در نتیجه سرعت متوسط در این بازه منفی است. از لحظه  $t_1$  تا  $t_3$ ، اندازه شیب خط مماس افزایش و از لحظه  $t_3$  تا  $t_4$  اندازه شیب خط مماس کاهش می‌یابد. پس از  $t_1$  تا  $t_3$  تندی متحرک در حال افزایش و از  $t_3$  تا  $t_4$  تندی متحرک در حال کاهش است.

گزینه (۲): از  $t_1$  تا  $t_3$  سرعت متوسط منفی و تندی متحرک در حال افزایش است.

گزینه (۳): در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_3$ ، سرعت متوسط منفی و تندی در حال کاهش است.

گزینه (۴): در بازه زمانی  $t_3$  تا  $t_4$ ، سرعت متوسط مثبت و تندی در حال افزایش است.

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

#### ۶۴- گزینه «۱»

(سیرعلی میرنوری)

با توجه به رابطه تندی متوسط، زمان حرکت متحرک در مسیر رفت از A تا B را محاسبه می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{\ell_1}{\Delta t_1} = \frac{s_{av} = 20 \frac{m}{s}}{\ell_1 = 100m} \Rightarrow 20 = \frac{100}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = 5s$$

چون در مدت  $5/2$ ، متحرک  $5s$  را در جهت محور رفته و بلافاصله برگشته، پس زمان برگشت  $5/2$  خواهد بود. در این مدت مقدار جابجایی‌اش برابر است با:

$$v_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} = \frac{v_2 = 10 \frac{m}{s}}{\Delta t_2 = 2.5s} \Rightarrow \Delta x_2 = 25m$$

سپس با توجه به نمودار مسیری که در زیر رسم شده، کل جابجایی متحرک در این  $5/2$  با فاصله AC برابر است که داریم:



$$\Delta x_t = 100 - 25 = 75m$$

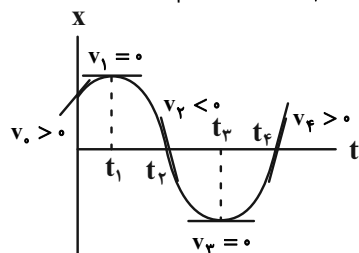
$$v_{av} = \frac{\Delta x_t}{\Delta t_t} = \frac{75}{5/2} \Rightarrow v_{av} = 30 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

#### ۶۵- گزینه «۳»

(زهره آقاممیری)

می‌دانیم که در نمودار مکان - زمان، شیب خط مماس بر نمودار، سرعت متحرک را نشان می‌دهد. پس علامت سرعت را مطابق شکل در لحظه‌های صفر،  $t_1$ ،  $t_2$ ،  $t_3$ ،  $t_4$  مشخص می‌کنیم.



از طرفی می‌دانیم وقتی متحرک در جهت محور  $x$  حرکت می‌کند، جابجایی و سرعت متوسط آن مثبت و وقتی در خلاف جهت محور  $x$  حرکت می‌کند، جابجایی و سرعت متوسط آن منفی است. در نتیجه با توجه به رابطه‌های

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ و } v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

را مشخص می‌کنیم.



(امیرمسعود مایه مرادی)

۶۸- گزینه «۴»

با توجه به اینکه تندی متحرک A به اندازه  $۱۶ \frac{m}{s}$  از تندی متحرک B بیشتر است، پس جابه‌جایی متحرک A تا لحظه  $t = ۳۰s$  به اندازه  $۴۸۰m$  از جابه‌جایی متحرک B بیشتر است. در نتیجه با توجه به نمودار، چون در ابتدا متحرک A به اندازه  $۴۳۰m$  از متحرک B عقب است، در لحظه  $t = ۳۰s$ ، متحرک A،  $۵۰m$  از متحرک B جلوتر خواهد بود.  
(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

(علیرضا کونه)

۶۹- گزینه «۳»

با توجه به این که  $BC = ۰/۶AB$  است، پس می‌توان نتیجه گرفت که  $AC = AB - ۰/۶AB = ۰/۴AB$  است. از طرفی چون هر دو متحرک در نقطه C از کنار یکدیگر عبور می‌کنند. پس تا قبل از رسیدن به C زمان سپری شده برای هر دو متحرک یکسان است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} | \Delta x_{AC} | = | v_1 | t \\ | \Delta x_{BC} | = | v_2 | t \end{cases} \Rightarrow \frac{| \Delta x_{AC} |}{| \Delta x_{BC} |} = \frac{| v_1 |}{| v_2 |}$$

$$\frac{| \Delta x_{AC} | = ۰/۴ | \Delta x_{AB} |}{| \Delta x_{BC} | = ۰/۶ | \Delta x_{AB} |} \Rightarrow \frac{| v_1 |}{| v_2 |} = \frac{۲}{۳}$$

هنگامی که دو متحرک از کنار یکدیگر عبور کردند، متحرک (۱) جابه‌جایی BC و متحرک (۲) جابه‌جایی AC را خواهد داشت، پس داریم:

$$\begin{cases} | \Delta x_{AC} | = | v_2 | t_2 \\ | \Delta x_{BC} | = | v_1 | t_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{| \Delta x_{AC} |}{| \Delta x_{BC} |} = \frac{| v_2 |}{| v_1 |} \times \frac{t_2}{t_1}$$

$$\Rightarrow \frac{۲}{۳} = \frac{۳}{۲} \times \frac{t_2}{t_1} \Rightarrow t_1 = ۴۵s$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

(بابک اسلامی)

۷۰- گزینه «۴»

ابتدا سرعت حرکت قطار را بر حسب متر بر ثانیه محاسبه می‌کنیم:

$$v = ۸۸ / ۲ \frac{km}{h} = \frac{۸۸}{۳/۶} \frac{m}{s} = ۲۴ / ۵ \frac{m}{s}$$

چون طول پل بزرگتر از طول قطار است، بنابراین در طول حرکت قطار روی پل، حتماً لحظه‌هایی وجود دارد که قطار به‌طور کامل روی پل قرار دارد. از لحظه‌ای که قطار در آستانه ورود به پل است تا لحظه‌ای که به‌طور کامل روی پل قرار می‌گیرد، قطار مسافتی را به اندازه طول خود طی می‌کند. این مدت زمان برابر است با:

$$\Delta x = vt \Rightarrow ۱۹۶ = ۲۴ / ۵ t \Rightarrow t = ۸s$$

با همین استدلال برای لحظه‌ای که قطار در آستانه خروج از روی پل است تا زمانی که به‌طور کامل از روی پل عبور می‌کند، مدت زمان همان ۸s به‌دست می‌آید. بنابراین در مجموع قطار به مدت ۱۶s به‌طور کامل روی پل قرار ندارد.

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

گزینه (۱)، بازه زمانی صفر تا  $t_1$ :

$$\Delta x > 0 \Rightarrow v_{av} > 0, a_{av} = \frac{v_1 - v_0}{\Delta t} \xrightarrow{v_1 > 0} a_{av} < 0$$

گزینه (۲)، بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_3$ :

$$\Delta x < 0 \Rightarrow v_{av} < 0, a_{av} = \frac{v_3 - v_2}{\Delta t} \xrightarrow{v_3 < 0} a_{av} > 0$$

گزینه (۳)، بازه زمانی صفر تا  $t_3$ :

$$\Delta x < 0 \Rightarrow v_{av} < 0, a_{av} = \frac{v_3 - v_0}{\Delta t} \xrightarrow{v_3 > 0} a_{av} < 0$$

گزینه (۴)، بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_4$ :

$$\Delta x < 0 \Rightarrow v_{av} < 0, a_{av} = \frac{v_4 - v_1}{\Delta t} \xrightarrow{v_4 > 0} a_{av} > 0$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

۶۶- گزینه «۱»

(سیدعلی میرنوری)

با توجه به تعریف شتاب متوسط، تغییر سرعت در دو ثانیه اول و سه ثانیه بعد از آن را می‌یابیم.

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} ۱ / ۵ \vec{i} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_0}{2} \Rightarrow \vec{v}_2 - \vec{v}_0 = ۳ \vec{i} \frac{m}{s} \\ - ۵ / ۳ \vec{i} = \frac{\vec{v}_3 - \vec{v}_2}{3} \Rightarrow \vec{v}_3 - \vec{v}_2 = - ۵ \vec{i} \frac{m}{s} \end{cases}$$

حال تغییر سرعت در پنج ثانیه اول و پس از آن شتاب متوسط را در این پنج ثانیه می‌یابیم.

$$\begin{cases} \vec{v}_2 - \vec{v}_0 = ۳ \vec{i} \\ \vec{v}_3 - \vec{v}_2 = - ۵ \vec{i} \end{cases} \Rightarrow \vec{v}_3 - \vec{v}_0 = - ۲ \vec{i} \left( \frac{m}{s} \right)$$

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_3 - \vec{v}_0}{\Delta t} = \frac{- ۲ \vec{i}}{۵} \Rightarrow \vec{a}_{av} = - ۰ / ۴ \vec{i} \left( \frac{m}{s^2} \right)$$

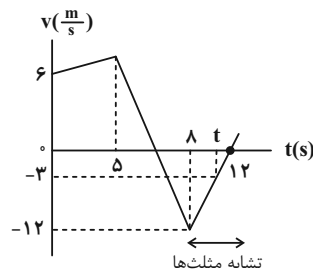
(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۶۷- گزینه «۲»

(مسام تادری)

سومین بار در لحظه‌ای بین ۸s و ۱۲s تندی متحرک نصف تندی اولیه

یعنی  $\frac{۳}{s}$  می‌شود. برای محاسبه این زمان، داریم:



$$\frac{۱۲}{۳} = \frac{۱۲ - ۸}{۱۲ - t} \Rightarrow t = ۱۱s$$

$$\xrightarrow{t=0} v_0 = ۶ \frac{m}{s}, \quad \xrightarrow{t=۱s} v_{11} = -۳ \frac{m}{s}$$

$$a_{av} = \frac{v_{11} - v_0}{11 - 0} = \frac{-۳ - ۶}{۱۱} = \frac{-۹}{۱۱} \frac{m}{s^2} \Rightarrow |a_{av}| = \frac{۹}{۱۱} \frac{m}{s^2}$$

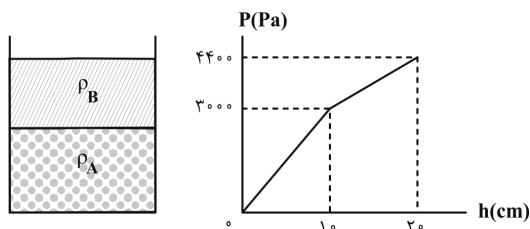
(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)



(مصطفی کیانی)

گزینه «۴» - ۷۴

ابتدا چگالی مایع‌های A و B را می‌یابیم. بنا به رابطه  $P = P_0 + \rho gh$ . شیب نمودار P بر حسب h برابر  $\rho g$  است. داریم:



$$\rho_A g = \text{شیب خط ۱} = \frac{3000 - 0}{0.1 - 0} \Rightarrow \rho_A \times 10 = \frac{3000}{0.1}$$

$$\Rightarrow \rho_A = 3000 \text{ kg/m}^3 = 3 \text{ g/cm}^3$$

$$\rho_B g = \text{شیب خط ۲} = \frac{4400 - 3000}{0.2 - 0.1} \Rightarrow \rho_B \times 10 = \frac{1400}{0.1}$$

$$\Rightarrow \rho_B = 1400 \text{ kg/m}^3 = 1.4 \text{ g/cm}^3$$

اکنون چگالی مخلوط را می‌یابیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B}$$

$$\frac{V_A = 1000 \text{ cm}^3, V_B = 500 \text{ cm}^3}{\rho_A = 3 \text{ g/cm}^3, \rho_B = 1.4 \text{ g/cm}^3} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{3 \times 1000 + 1.4 \times 500}{1000 + 500}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{3700 \text{ g}}{1500 \text{ cm}^3} = \frac{3700}{1500} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

بنابراین فشار کل در عمق ۱۵۰ سانتی‌متری مخلوط دو مایع برابر است با:

$$P = P_0 + \rho_{\text{مخلوط}} gh \xrightarrow{h=150 \text{ cm}=1.5 \text{ m}, P_0=100000 \text{ Pa}}$$

$$P = 100000 + \frac{3700}{1500} \times 10 \times 1.5 \Rightarrow P = 137000 \text{ Pa}$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

(عبدالرضا امینی نسب)

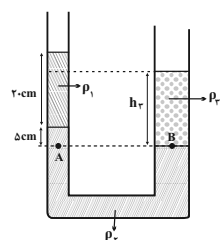
گزینه «۲» - ۷۵

در شکل زیر، فشار در نقاط هم‌تراز A و B برابر است. بنابراین داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 = \rho_3 h_3$$

$$\Rightarrow 0.8 \times 20 + 2 \times 4 \times 5 = \rho_3 h_3$$

$$\Rightarrow \rho_3 h_3 = 28 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$$



اکنون جرم مایع سوم برابر است با:

$$m_3 = \rho_3 V_3 = \rho_3 A h_3$$

$$\Rightarrow m_3 = (\rho_3 h_3) \cdot A \Rightarrow 84 = 28A \Rightarrow A = 3 \text{ cm}^2$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

فیزیک ۱

گزینه «۳» - ۷۱

(مهری سلطانی)

این الگو مربوط به یک جامد بلورین مانند نمک می‌باشد که از طرح منظمی تشکیل شده است.

موارد «الف»، «پ» و «ت» صحیح هستند.

مورد «ب» غلط است چون شیشه جامد بی شکل است.

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

گزینه «۴» - ۷۲

(مسیر مفرومی)

با توجه به بیشتر بودن نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و شیشه نسبت به نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب، سطح آب در لوله موئین بالاتر از سطح آب درون ظرف قرار می‌گیرد. از طرفی هر چه سطح مقطع لوله موئین کوچکتر باشد، ارتفاع آب در آن بیشتر خواهد بود. با این توضیحات، گزینه (۴) صحیح است.

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

گزینه «۱» - ۷۳

(محمدرحی راست‌پیمان)

با توجه به شکل، فاصله دو نقطه A و B برابر است با:

$$\Delta h = 45 - 15 = 30 \text{ cm}$$

اختلاف فشار دو نقطه A و B برابر است با:

$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow 7/5 \times 10^3 = \rho \times 10 \times 0.3$$

$$\Rightarrow \rho = 2/5 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \Rightarrow \rho = 2/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

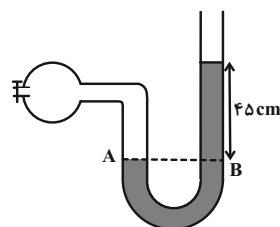


۷۶- گزینه «۲»

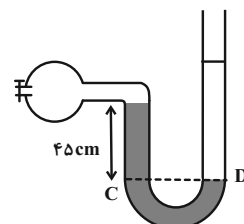
(عبدالرضا امینی نسب)

ابتدا فشار مخزن را در حالت اولیه محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{مخزن}} = P_0 + P_{\text{جیوه}} = 75 + 45 = 120 \text{ cmHg}$$



برای این که دوباره اختلاف ارتفاع جیوه درون لوله برابر با ۴۵cm شود، باید فشار هوای درون مخزن را کاهش دهیم تا از فشار هوا کم‌تر گردد. در این حالت داریم:



$$P_C = P_D \Rightarrow P'_{\text{مخزن}} + P_{\text{جیوه}} = P_0 \Rightarrow P'_{\text{مخزن}} = P_0 - P_{\text{جیوه}} \\ \Rightarrow P'_{\text{مخزن}} = 75 - 45 = 30 \text{ cmHg}$$

آنگاه داریم:

$$\Delta P = P'_{\text{مخزن}} - P_{\text{مخزن}} = 30 - 120 = -90 \text{ cmHg}$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۷۷- گزینه «۳»

(عبدالرضا امینی نسب)

فشار وارد بر یک مایع بدون هیچ تغییری به تمام نقاط مایع منتقل می‌شود، داریم:

$$\Delta P = (\rho g h)_{\text{آب}} = 5 \text{ cmHg} \Rightarrow (\rho_1 h_1)_{\text{آب}} = (\rho_2 h_2)_{\text{جیوه}} \\ \Rightarrow 1 \times h = 5 \times 13 / 6 \Rightarrow h = 68 \text{ cm}$$

یعنی ارتفاع ستون آب درون ظرف باید به ۶۸cm برسد، داریم:

$$\Delta h = 76 - 68 = 8 \text{ cm}$$

بنابراین باید ۸cm از ارتفاع آب بکاهیم، داریم:

$$m = \rho \Delta V = 1 \times 10 \times 8 = 80 \text{ g}$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۷۸- گزینه «۱»

(بابک اسلامی)

برای جسمی که در سطح یک شاره شناور است، همواره اندازه نیروی شناوری وارد بر جسم که بالاسو است، با اندازه نیروی وزن وارد بر جسم که به سمت پایین است، برابر می‌باشد.

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۷۹- گزینه «۳»

(زهرا آقاممدری)

با توجه به معادله پیوستگی، در قسمتی که سطح مقطع لوله کم باشد، تندی شاره بیشتر است. پس داریم:

$$v_B > v_C > v_A$$

از طرفی با توجه به اصل برنولی، وقتی تندی شاره افزایش می‌یابد، فشار کاهش می‌یابد.

$$P_B < P_C < P_A$$

پس گزینه‌های «۱» و «۲» نادرست‌اند.

برای گزینه «۳» داریم:

$$A_B v_B = A_C v_C \xrightarrow{A = \pi \frac{d^2}{4}} \frac{d^2}{4} v_B = \frac{d^2}{4} v_C$$

$$\Rightarrow v_B = \frac{9}{4} v_C = 2 / 25 v_C$$

در گزینه «۴» داریم:

$$A_C v_C = A_A v_A \Rightarrow \frac{d^2}{4} v_C = d^2 v_A \Rightarrow v_C = 4 v_A$$

پس گزینه «۴» هم نادرست است.

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

۸۰- گزینه «۲»

(مسیر مشرومی)

(۱) تندی هوا باعث کاهش فشار هوای بیرون کامیون می‌شود و برزنت آن پف می‌کند.

(۲) تندی هوا در زیر بال هواپیما کمتر ولی فشار آن بیشتر است.

(۳) با وزش باد تندی هوا بیشتر و فشار هوا کمتر و ارتفاع امواج بیشتر می‌شود.

(۴) کاربرد اصل برنولی است.

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)



فیزیک ۲

گزینه «۴» ۸۱-

(امسان مهمری)

بر اساس خطوط میدان الکتریکی اطراف دو بار الکتریکی منفی، در حرکت از A تا B، ابتدا در جهت خطوط میدان حرکت می‌کنیم، بنابراین پتانسیل الکتریکی نقاط میدان کاهش می‌یابد، سپس در خلاف جهت خط‌های میدان حرکت می‌کنیم و بنابراین پتانسیل نقاط میدان افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن، صفحه‌های ۲۳ و ۲۷)

گزینه «۴» ۸۲-

(امیرمسعود شاهی مراری)

می‌دانیم جسمی که در تعادل الکتروستاتیک قرار دارد، پتانسیل الکتریکی در همه نقاط آن برابر است. بنابراین کننده شدن بار آزمون  $q$  از هر نقطه‌ای از جسم دوکی شکل، تأثیری در تندی آن هنگام رسیدن به سطح S ندارد.

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن، صفحه‌های ۲۳ و ۲۹)

گزینه «۱» ۸۳-

(زهره آقاممیری)

چون اتلاف انرژی نداریم، با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی، داریم:

$$\Delta U = -\Delta K = -(4 \times 10^{-3}) = -4 \times 10^{-3} \text{ J}$$

برای محاسبه اختلاف پتانسیل الکتریکی بین نقاط A و B داریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q}$$

$$\frac{\Delta U = -4 \times 10^{-3} \text{ J}}{q = -1 \times 10^{-6} \text{ C}, V_A = -100 \text{ V}} \rightarrow$$

$$V_B - (-100) = \frac{-4 \times 10^{-3}}{-1 \times 10^{-6}} \Rightarrow V_B = 300 \text{ V}$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن، صفحه‌های ۲۳ و ۲۷)

گزینه «۲» ۸۴-

(غلامرضا مصبی)

بار یک جسم رسانا در سطح خارجی جسم توزیع می‌شود. بار در هر دو حالت یکسان است، ولی سطح خارجی که بار روی آن توزیع می‌شود، در حالت اول معادل مساحت کره B و در حالت دوم معادل مساحت هر دو کره می‌باشد.

$$\sigma = \frac{Q}{A} \quad Q_1 = Q_2 \rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{A_2}{A_1} > 1 \Rightarrow \sigma_2 < \sigma_1$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن، صفحه‌های ۲۷ و ۳۲)

گزینه «۲» ۸۵-

(بابک اسلامی)

وقتی دو کره رسانای مشابه باردار با یکدیگر تماس پیدا می‌کنند و از هم جدا می‌شوند، بار نهایی آن‌ها با یکدیگر برابر می‌شود.

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{4 + 8}{2} = 6 \mu\text{C}$$

حال با توجه به رابطه چگالی سطحی بار، داریم:

$$\sigma = \frac{Q}{A} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\sigma'_1}{\sigma_1} = \frac{q'_1}{q_1} = \frac{6}{4} = 1.5 \\ \frac{\sigma'_2}{\sigma_2} = \frac{q'_2}{q_2} = \frac{6}{8} = 0.75 \end{cases}$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن، صفحه‌های ۲۹ و ۳۰)

گزینه «۴» ۸۶-

(پویا شمشیری)

با توجه به رابطه (۱) ظرفیت خازن دو برابر می‌شود.  $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$  (۱)

با توجه به رابطه (۲) و ثابت بودن V، بار خازن دو برابر می‌شود.

(۲)  $Q = CV$

با توجه به رابطه (۳) و ثابت بودن V، انرژی خازن دو برابر می‌شود.



$$E = \frac{Q}{\kappa \epsilon_0 A} = \frac{2/2 \times 10^{-6}}{1 \times 9 \times 10^{-12} \times 10 \times 10^{-2}} = 3 \times 10^8 \frac{V}{m}$$

(فیزیک ۲ - الکتروسیته ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

(زهره آقاممیری)

گزینه «۲» - ۸۹

با توجه به افزایش انرژی خازن، پس بار خازن افزایش یافته است. یعنی بار منتقل شده از صفحه مثبت به صفحه منفی خازن، منفی است. با توجه به رابطه انرژی خازن، داریم:

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \xrightarrow{C \text{ ثابت}} \frac{U_2}{U_1} = \left( \frac{Q_2}{Q_1} \right)^2 \xrightarrow{U_2 = 1/44 U_1}$$

$$1/44 = \left( \frac{Q_2}{Q_1} \right)^2 \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = 1/2 \Rightarrow Q_2 = 1/2 Q_1$$

$$\begin{aligned} Q_2 &= Q_1 + |q| \Rightarrow Q_1 + |q| = 1/2 Q_1 \Rightarrow |q| = -1/2 Q \\ Q_1 &= 2mC \Rightarrow |q| = -1/2 mC \Rightarrow q = -1/2 mC \end{aligned}$$

(فیزیک ۲ - الکتروسیته ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

(فسرو ارغوانی فرد)

گزینه «۲» - ۹۰

با توجه به رابطه انرژی ذخیره شده در خازن، ابتدا انرژی ذخیره شده در خازن را به دست می‌آوریم:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \xrightarrow{C = 4\mu F = 4 \times 10^{-6} F, V = 20 V} U = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^{-6} \times 20^2$$

$$\Rightarrow U = 1/6 \times 10^{-3} J$$

اکنون توان متوسط تخلیه انرژی خازن را به دست می‌آوریم:

$$\bar{P} = \frac{U}{t} \xrightarrow{t = 0.2 ms, U = 1/6 \times 10^{-3} J} \bar{P} = \frac{1/6 \times 10^{-3}}{0.2 \times 10^{-3}} = 8 W = 0.008 kW$$

(فیزیک ۲ - الکتروسیته ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

$$(3) U = \frac{1}{2} CV^2$$

با توجه به رابطه (۴) و ثابت بودن  $V$ ، اندازه میدان بین صفحات خازن دو

$$(4) E = \frac{V}{d} \quad \text{برابر می‌شود.}$$

(فیزیک ۲ - الکتروسیته ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

گزینه «۲» - ۸۷ (فسرو ارغوانی فرد)

ابتدا از رابطه  $Q = CV$  استفاده می‌کنیم.

$$Q' - Q = C(V - V') \Rightarrow 30 \times 10^{-6} = C(2V - V) = CV$$

از طرفی طبق رابطه  $U = \frac{1}{2} CV^2$  می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \Delta U &= \frac{1}{2} C(V'^2 - V^2) \Rightarrow 300 \times 10^{-6} = \frac{1}{2} C(4V^2 - V^2) \\ \Rightarrow CV^2 &= 2 \times 10^{-4} J \end{aligned}$$

دو رابطه به دست آمده را در یک دستگاه حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} CV^2 = 2 \times 10^{-4} \\ CV = 3 \times 10^{-5} \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم}} V = \frac{20}{3} V$$

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta V} = \frac{3 \times 10^{-5}}{20/3} = 4/5 \times 10^{-6} F = 4/5 \mu F$$

(فیزیک ۲ - الکتروسیته ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

گزینه «۲» - ۸۸ (مسام تارری)

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \xrightarrow{C = \frac{Q}{V}} \frac{Q}{V} = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{V}{d} = \frac{Q}{\kappa \epsilon_0 A}$$

می‌دانیم  $E = \frac{V}{d}$  بنابراین:



فیزیک ۱

۹۱- گزینه «۳»

(مفسر قنبریلر)

عبارت (الف) و (ب) صحیح می‌باشند.

عبارت (ب): آب تا جایی بالا می‌رود که وزن آب بالا آمده در لوله، با نیروی دگرچسبی بین آب و شیشه برابر شود.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۲۴ تا ۳۲)

۹۲- گزینه «۲»

(زهره آقاممیری)

فشار کل در عمق  $h$  از یک مایع برابر است با:

$$P = \rho gh + P_0$$

$$P = 1250 \times 10 \times 0.4 + 95000 = 100000 \text{ Pa} = 100 \text{ kPa}$$

اگر در عمق  $h'$  فشار را با  $P'$  نشان دهیم، داریم:

$$P' = 100 \text{ kPa} \Rightarrow \rho gh' + P_0 = 100 \times 10 \times h' + 95000$$

$$\Rightarrow 1250 \times 10 \times h' = 100000 \Rightarrow h' = 0.8 \text{ m} = 80 \text{ cm}$$

پس اگر  $40 \text{ cm}$  دیگر پایین برویم، فشار کل ۵ درصد افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۹۳- گزینه «۱»

(زهره آقاممیری)

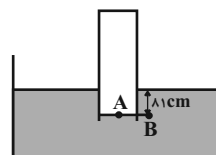
ابتدا با مساوی قرار دادن فشار نقاط هم‌تراز در مایع ساکن شکل (۱)، فشار هوای محیط را محاسبه می‌کنیم. فشار هوای محیط در شکل (۱) معادل فشار  $6/3$  متر از این مایع است.

$$P_{\text{cmHg}} = \frac{(\rho h)_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{جیوه}}} = \frac{1/5 \times 630}{13/5} = 70 \text{ cmHg}$$

$$\Rightarrow P_0 = 70 \text{ cmHg}$$

اکنون در شکل (۲) با مساوی قرار دادن فشار نقاط A و B داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{هوای}} = P_{\text{مایع}} + P_0$$



که در آن مایع برابر است با:

$$P_{\text{مایع}} = \frac{(\rho h)_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{جیوه}}} = \frac{1/5 \times 81}{13/5} = 9 \text{ cmHg}$$

$$\Rightarrow P_{\text{هوای}} = 9 + 70 = 79 \text{ cmHg}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۹۴- گزینه «۴»

(فسرو ارغوانی فرد)

اولاً قبل از ریختن روغن بر روی سطح آب، سطح آزاد آب در هر سه شاخه در یک ارتفاع قرار دارد و بعد از ریختن روغن، سطح آزاد آب در دو شاخه دیگر در یک ارتفاع قرار می‌گیرد.

ثانیاً باید ببینیم که فشار تولیدی توسط ستون روغن معادل فشار چه ستونی از آب است:

$$(\rho h)_{\text{روغن}} = (\rho h)_{\text{آب}} \Rightarrow 0.8 \times 70 = 1 \times h \Rightarrow h = 56 \text{ cm}$$

پس فرض می‌کنیم ستونی از آب به ارتفاع  $h = 56 \text{ cm}$  به لوله سمت راست اضافه می‌کنیم:

این حجم از سیال ( $V = Ah$ ) در سه شاخه تقسیم می‌شود و ارتفاع سطح آب در سه شاخه به اندازه  $h'$  بالا می‌برد به طوری که می‌توان گفت:

$$Ah = Ah' + 2Ah' + 4Ah' \Rightarrow h' = \frac{h}{7} = \frac{56}{7} = 8 \text{ cm}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۹۵- گزینه «۱»

(زهره آقاممیری)

با توجه به اینکه  $m_1 = m$  و  $m_2 = 2m$  است داریم:

$$m_2 = 2m_1 \xrightarrow{m=\rho V} \rho_2 V_2 = 2\rho_1 V_1 \xrightarrow{V=Ah} \rho_2 h_2 = 2\rho_1 h_1 \Rightarrow 2/25 \times h_2 = 2 \times 2/7 h_1 \Rightarrow h_2 = 2/7 h_1 \quad (1)$$

از طرفی داریم:

$$h_1 + h_2 = 68 \text{ cm} \xrightarrow{(1)} 3/7 h_1 = 68 \Rightarrow \begin{cases} h_1 = 20 \text{ cm} \\ h_2 = 48 \text{ cm} \end{cases}$$

اکنون فشار ناشی از هر کدام از مایع‌ها را برحسب  $\text{cmHg}$  محاسبه می‌کنیم.

$$P_{\text{cmHg}} = \frac{\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{جیوه}}} \Rightarrow P_1 = \frac{\rho_1 h_1}{\rho_{\text{Hg}}} = \frac{2/25 \times 20}{13/5} = 4 \text{ cmHg}$$

$$P_2 = \frac{\rho_2 h_2}{\rho_{\text{Hg}}} = \frac{2/25 \times 48}{13/5} = 8 \text{ cmHg}$$

در نتیجه مجموع فشار ناشی از دو مایع در کف ظرف برابر است با:

$$P_1 + P_2 = 12 \text{ cmHg}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)



۹۶- گزینه «۱»

(بعثام رستمی)

وقتی سطح جیوه داخل دو شاخه یکسان می‌شود که فشار ناشی از ستون آب با فشار ناشی از ستون مایع به چگالی  $\rho$  برابر شود. بنابراین فشار ستونی از آب که باید برداشته شود با فشار ناشی از ستون جیوه به ارتفاع  $8 \text{ cm}$  برابر است. بنابراین داریم:

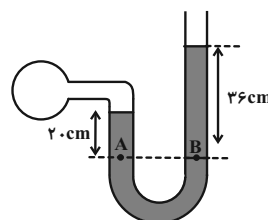
$$\rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \Rightarrow 1 \times h_{\text{آب}} = 13/6 \times 0/8 \Rightarrow h_{\text{آب}} = 10/88 \text{ cm}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۹۷- گزینه «۴»

(مسعود قره‌فانی)

فشار در نقاط هم‌تراز A و B برابر است. بنابراین:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{کاز}} + (\rho g h)_{\text{جیوه}} = P_0 + (\rho g h)_{\text{مایع}}$$

از آنجا که سؤال، فشار را بر حسب سانتی‌متر جیوه خواسته، ابتدا باید فشار

ستون مایع سمت راست را به  $\text{cmHg}$  تبدیل کنیم:

$$(\rho g h)_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} g h$$

$$\Rightarrow 1/7 \times 36 = 13/6 \times h \Rightarrow h = 4/5 \text{ cm}$$

پس می‌توان نوشت:

$$P_{\text{کاز}} + 20 \text{ cmHg} = P_0 + 4/5 \text{ cmHg}$$

$$\Rightarrow P_{\text{کاز}} - P_0 = 4/5 \text{ cmHg} - 20 \text{ cmHg} \Rightarrow P_g = -15/5 \text{ cmHg}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۹۸- گزینه «۳»

(بابک اسلامی)

وقتی جسمی در شاره‌ای قرار می‌گیرد، نیروی بالاسوی خالصی به نام نیروی شناوری بر آن وارد می‌شود که ناشی از اختلاف فشار وارد بر جسم در بالا و پایین آن است.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۹۹- گزینه «۴»

(هسام نادری)

طبق اصل برنولی، هر جا تندی شاره بیشتر باشد، فشار کمتر است و طبق معادله پیوستگی، هر چه سطح مقطع کوچکتر باشد، تندی شاره بیشتر است

$$P \propto A \propto \frac{1}{v} \quad \text{یعنی:}$$

پس در شکل سؤال، تندی در ناحیه (۱) بیشتر از ناحیه (۲) و در نتیجه فشار کمتر می‌شود و مایع در شاخه راست لوله U شکل بالا می‌آید و با توجه به اختلاف فشار داده شده بین دو شاخه داریم:

$$P_2 - P_1 = 10 \text{ cmHg}$$

$$\Delta P = \rho g \Delta h$$

$$\Rightarrow 6/8 \times g \times \Delta h = 13/6 \times g \times 10 \Rightarrow \Delta h = 20 \text{ cm}$$

مایع در شاخه راست بالا می‌آید و اختلاف سطح آن با شاخه سمت چپ  $20 \text{ cm}$  می‌شود.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰ و ۴۳ تا ۴۷)

۱۰۰- گزینه «۲»

(مصطفی واثقی)

تندی حرکت شاره: هر چه سطح مقطع لوله کمتر باشد، تندی حرکت شاره بیشتر است، پس:

$$v_B > v_A$$

فشار شاره: طبق اصل برنولی، هر چه تندی حرکت شاره بیشتر باشد، فشار

$$P_A > P_B$$

شاره کمتر است، پس:

آهنگ شارش حجمی شاره: حجم شاره عبوری در واحد زمان یا همان آهنگ شارش حجمی شاره در تمامی مقطع لوله ثابت است.

جرم شاره عبوری در واحد زمان: چون شاره تراکم‌ناپذیر است و چگالی آن ثابت است، پس جرم شاره عبوری در واحد زمان نیز در تمامی مقطع لوله ثابت است.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)



شیمی ۳

۱۰۱- گزینه «۳»

(معمد عظیمیان/زواره)

برای این منظور محلول پتاسیم هیدروکسید لازم است.

بررسی برخی گزینه‌ها:

(۱) زیرا این ترکیب در آب نامحلول است.

(۴) به ازای هر گروه استری ۲ پیوند یگانه C-O وجود دارد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۳ تا ۶)

۱۰۲- گزینه «۱»

(ارژنگ شانلری)

بررسی موارد:

مورد اول نادرست است. مثلاً روغن زیتون ( $C_{57}H_{104}O_6$ ) در آب نامحلول است.

مورد دوم درست است. به ازای مصرف ۲ مول  $R-COONa$ ، یک مول  $(R-COO)_2Ca$  تولید می‌شود.

مورد سوم درست است.

مورد چهارم درست است.

مورد پنجم درست است. بخش هیدروکربنی پاک‌کننده صابونی با قطره چربی جاذبه برقرار می‌کند و قسمت آنیونی روی سطح قطره باقی می‌ماند. در نتیجه سطح ذره دارای بار منفی می‌گردد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۵ تا ۹ و ۱۲)

۱۰۳- گزینه «۳»

(امیرحسین طیبی)

ابتدا غلظت یون کلسیم را به مولار تبدیل می‌کنیم.

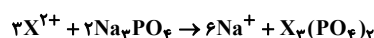
$$a = \text{ppm} \times 10^{-4} \Rightarrow a = 64 \times 10^{-4} \Rightarrow C_M = \frac{10 \times a \times d}{\text{جرم مولی}}$$

$$= \frac{10 \times 64 \times 10^{-4} \times 1}{40} = 16 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[X^{2+}] = [Ca^{2+}] + [Mg^{2+}]$$

$$= 16 \times 10^{-4} + 4 \times 10^{-4} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

واکنش موازنه شده:



$$? \text{ پودر g} = \frac{2 \times 10^{-3} \text{ mol } X^{2+}}{1 \text{ L سخت آب}} \times \frac{2 \text{ mol } Na_3PO_4}{3 \text{ mol } X^{2+}}$$

$$\times \frac{164 \text{ g } Na_3PO_4}{1 \text{ mol } Na_3PO_4} \times \frac{100 \text{ g پودر}}{41 \text{ g } Na_3PO_4} = 1/6 \text{ g پودر}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه ۹)

۱۰۴- گزینه «۳»

(ارژنگ شانلری)

گزینه «۱»: این واکنش گرماده است نه گرماگیر.

گزینه «۲»: پاک‌کننده خورنده می‌تواند خاصیت اسیدی داشته باشد یا خاصیت بازی!

گزینه «۴»: پاک‌کننده صابونی فقط بر اساس بر هم کنش فیزیکی با آلاینده عمل می‌کند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۱۰۵- گزینه «۴»

(امیرحسین طیبی)

بررسی همه موارد:

مورد اول: نادرست- بازها در سطح پوست مانند صابون احساس لیزی ایجاد می‌کنند و به آن آسیب نیز می‌رسانند.

مورد دوم: نادرست- اسید معده، هیدروکلریک اسید می‌باشد نه سولفوریک اسید!

مورد سوم: نادرست- سوآنت آرنیوس نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد.

مورد چهارم: نادرست- طبق نظریه آرنیوس اگر در محلولی  $[OH^-] = [H_3O^+]$  باشد، آن محلول خاصیت اسیدی یا بازی ندارد و خنثی می‌باشد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۰۶- گزینه «۴»

(معمد عظیمیان/زواره)

شواهد بسیاری در تاریخ علم وجود دارد که نشان می‌دهند پیش از آنکه ساختار اسیدها و بازها شناخته شود شیمی‌دان‌ها افزون بر ویژگی‌های اسیدها و بازها با برخی واکنش‌های آن‌ها نیز آشنا بودند. سوآنت آرنیوس نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد.



بررسی عبارت‌های درست:

(۱) درست، فرمول آهک،  $\text{CaO}$  می‌باشد و برای این منظور از آهک استفاده می‌شود.

(۲) درست.  $\text{HCl}$  یک اسید آرنیوس به شمار می‌رود، زیرا در آب سبب افزایش غلظت یون هیدرونیوم می‌شود.

(۳) درست

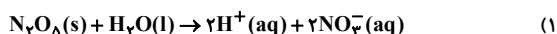
(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۰۷- گزینه «۲»

(مهمر عظیمیان/زواره)

به کمک مدل آرنیوس می‌توان اسید و باز را تشخیص داد اما نمی‌توان درباره میزان اسیدی بودن یا بازی بودن یک محلول اظهار نظر کرد.

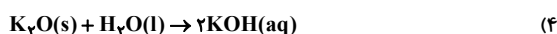
بررسی عبارت‌های درست:



$$\begin{aligned} ? \text{mol NO}_3^- &= 10 / \text{Ag N}_2\text{O}_5 \times \frac{1 \text{mol N}_2\text{O}_5}{10 \text{g N}_2\text{O}_5} \times \frac{2 \text{mol NO}_3^-}{1 \text{mol N}_2\text{O}_5} \\ &= 0 / 2 \text{mol NO}_3^- \end{aligned}$$

نیتريك اسید ( $\text{HNO}_3$ ) یک اسید قوی است و تقریباً به طور کامل یونیده می‌شود.

(۳) درست، زیرا در غلظت یکسان در محلول هیدروکلریک اسید، شمار یون‌ها ( $\text{Cl}^-$ ,  $\text{H}^+$ ) بیشتر است.



$$\begin{aligned} ? \text{mol OH}^- &= 0 / 4 \text{mol K}_2\text{O} \times \frac{2 \text{mol KOH}}{1 \text{mol K}_2\text{O}} \\ &\times \frac{1 \text{mol OH}^-}{1 \text{mol KOH}} = 0 / 4 \text{mol OH}^- \end{aligned}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۱۰۸- گزینه «۲»

(امیر خاتمیان)

در اسید ضعیف با فرمول  $\text{HA}$  داریم:

$$K_a = \frac{(\text{M}\alpha)^2}{\text{M} - \text{M}\alpha} = \frac{[\text{H}^+]^2}{\text{M}(1 - \alpha)} \xrightarrow{\text{اسید ضعیف}} K_a = \frac{[\text{H}^+]^2}{\text{M}}$$

چون با تغییر غلظت ثابت یونش تغییر پیدا نمی‌کند و فقط تابع دما است داریم:

$$\begin{aligned} K_{a1} &= K_{a2} \rightarrow \frac{[\text{H}^+]^2_{\text{ثانویه}}}{\text{M}_{\text{ثانویه}}} = \frac{[\text{H}^+]^2_{\text{اولیه}}}{\text{M}_{\text{اولیه}}} \\ &\rightarrow \frac{[\text{H}^+]^2_{\text{ثانویه}}}{[\text{H}^+]^2_{\text{اولیه}}} = \frac{\text{M}_{\text{ثانویه}}}{\text{M}_{\text{اولیه}}} = \frac{1}{3} \frac{\text{M}_{\text{اولیه}}}{\text{M}_{\text{اولیه}}} \end{aligned}$$

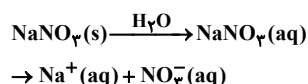
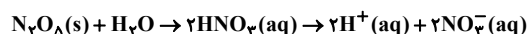
$$\begin{aligned} [\text{H}^+] &= \frac{\sqrt{3}}{3} [\text{H}^+]_{\text{اولیه}} \xrightarrow{\text{از طرفین} -\log} \\ \text{pH}_{\text{ثانویه}} &= -\log \frac{\sqrt{3}}{3} [\text{H}^+]_{\text{اولیه}} = -(\log^{\frac{1}{2}} + \log [\text{H}^+]_{\text{اولیه}}) \\ &= -(-\frac{1}{2} \log^3 - \text{pH}_{\text{اولیه}}) \\ &= \text{pH}_{\text{اولیه}} + 0.25 \end{aligned}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

۱۰۹- گزینه «۱»

(امیرمسین طیبی)

فرض می‌کنیم در مخلوط اولیه  $\text{a}$  مول  $\text{N}_2\text{O}_5$  و  $\text{b}$  مول  $\text{NaNO}_3$  وجود داشته باشد.



غلظت یون نیترات در محلول نهایی را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{mol NO}_3^- = \text{amol N}_2\text{O}_5 \times \frac{2 \text{mol NO}_3^-}{1 \text{mol N}_2\text{O}_5} = 2 \text{a mol NO}_3^-$$

$$? \text{mol NO}_3^- = \text{b mol NaNO}_3 \times \frac{1 \text{mol NO}_3^-}{1 \text{mol NaNO}_3} = \text{b mol NO}_3^-$$

$$[\text{NO}_3^-] = \frac{2a + b}{V} = 0.6 \Rightarrow 2a + b = 1.2$$

$$\begin{aligned} 10a + 8b &= 71 \Rightarrow \text{جرم NaNO}_3 + \text{جرم N}_2\text{O}_5 = \text{جرم مخلوط اولیه} \\ \Rightarrow \begin{cases} a = 0.5 \\ b = 0.2 \end{cases} \end{aligned}$$

در نتیجه غلظت یون  $\text{H}^+$  را محاسبه می‌کنیم.

$$[\text{H}^+] = \frac{2 \times 0.5}{V} = 5 \times 10^{-1} \text{mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log(5 \times 10^{-1}) = 1 - \log 5 = 1 - 0.7 = 0.3$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۶ تا ۲۴ و ۲۷ تا ۲۷)

۱۱۰- گزینه «۳»

(همیر زینی)

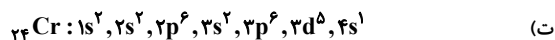
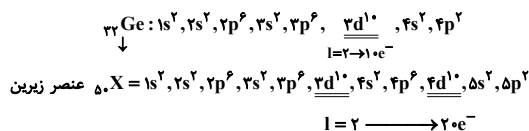
$$[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} \Rightarrow [\text{H}^+]_1 = 10^{-0.7} = 10^{-1+0.3} = 0.2 \text{mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+]_2 = 10^{-1.3} = 10^{-2+0.7} = 0.05 \text{mol.L}^{-1}$$



الف) حداکثر شمار الکترون‌ها در هر زیرلایه برابر  $4l + 2$  و در هر لایه  $2n^2$  است.  
 ب)  $(n + l)$  برای  $6s$  و  $4f$  به ترتیب برابر ۶ و ۷ است. پس  $4f$  دیرتر از  $6s$  الکترون می‌گیرد.

پ)



$5e^- \rightarrow$  تعداد الکترون‌های با  $I = 2$

$7e^- \rightarrow$  تعداد الکترون‌های با  $I = 0$

(شیمی ۱- کیهان زارگاه الفبای هستی: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۲)

۱۱۴- گزینه «۴» (روزبه رضوانی)

دوره ۵ و گروه ۱۵  $X \rightarrow$

دوره ۴ و گروه ۵  $23A \rightarrow$

دوره ۵ و گروه ۷  $43B \rightarrow$

دوره ۴ و گروه ۱۵  $33C \rightarrow$

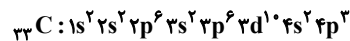
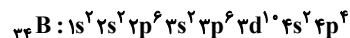
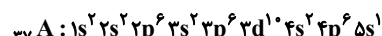
دوره ۳ و گروه ۱۵  $15E \rightarrow$

دوره ۵ و گروه ۱۷  $52F \rightarrow$

(شیمی ۱- کیهان زارگاه الفبای هستی: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

۱۱۵- گزینه «۲» (محمدرضا پورجاوید)

ابتدا لازم است که آرایش الکترونی اتم‌های A، B و C را تعیین کنیم:



اتم A از عناصر دسته S می‌باشد.

I عنصری از دوره پنجم جدول است در حالی که C در دوره چهارم

جدول جای دارد.

اتم‌های A و B در ۳ الکترون با یکدیگر اختلاف دارند.

(شیمی ۱- کیهان زارگاه الفبای هستی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴، ۳۸ و ۳۹)

$$[H^+] = \frac{(0.2 \times V) + (0.05 \times V)}{2V} = 0.125 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH}_{\text{نهایی}} = -\log[H^+] = -\log 0.125$$

$$= -\log 125 \times 10^{-3} = -(\log 125 + \log 10^{-3})$$

$$\text{pH} = -(2/1 - 3) = 0.9$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

شیمی ۱

۱۱۱- گزینه «۴» (محمدرضا پورجاوید)

با دور شدن لایه‌ها از هسته اتم، اختلاف سطح انرژی آن‌ها کاهش می‌یابد.

(شیمی ۱- کیهان زارگاه الفبای هستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱۱۲- گزینه «۱» (محمدرضا پورجاوید)

درطیف نشری خطی هیدروژن در محدوده مرئی:

بنفش  $n_6 \rightarrow n_2$

نیلی  $n_5 \rightarrow n_2$

آبی  $n_4 \rightarrow n_2$

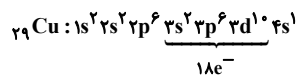
قرمز  $n_3 \rightarrow n_2$

بررسی عبارت‌های درست:

۲) با توجه به رابطه  $4l + 2$ ، حداکثر گنجایش الکترونی این زیرلایه ۱۸

الکترون می‌باشد و در هر کدام از دوره‌های چهارم و پنجم جدول دوره‌ای ۱۸ عنصر وجود دارد.

۳) نخستین عنصر جدول دوره‌ای که سومین لایه اتم آن پر می‌شود،  $29\text{Cu}$  است و در گروه ۱۱ قرار دارد.



۴) انرژی زیرلایه‌ها به n و  $(n + l)$  بستگی دارد؛ هرچه  $(n + l)$  کوچک‌تر

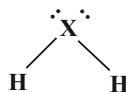
باشد، انرژی زیرلایه کمتر است. زیرلایه ۴d در دوره پنجم جدول دوره‌ای شروع به پر شدن می‌نماید.

(شیمی ۱- کیهان زارگاه الفبای هستی: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۲)

۱۱۳- گزینه «۱» (روزبه رضوانی)

فقط مورد پ درست است.

بررسی موارد:



ت) درست - تعداد الکترون‌ها با  $I = 0$  برابر ۶ و تعداد الکترون‌ها با  $I = 1$

برابر ۱۰ الکترون می‌باشد، در نتیجه نسبت آن‌ها برابر  $\frac{6}{10}$  است.

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰، ۳۳، ۳۶ و ۳۷ تا ۳۱)

۱۱۹- گزینه «۱»

(امیرفسین طیبی)

می‌دانیم به ازای هر کیلومتر افزایش ارتفاع در لایه تروپوسفر، دمای هوا ۶ درجهٔ سلسیوس کاهش می‌یابد.

$$221\text{K} \Rightarrow T = \theta + 273$$

$$\Rightarrow \theta = -52^\circ\text{C}$$

$$\text{ارتفاع } 11\text{km} \xrightarrow{1\text{km} \sim 6^\circ\text{C}} 66 - (-52) = 118^\circ\text{C} : \text{تغییرات دما } (\Delta\theta)$$

دما در ارتفاع خواسته شده  $233\text{K}$  معادل  $-40^\circ\text{C}$  می‌باشد.

$$-40 = -6h + 14 \Rightarrow -54 = -6h \Rightarrow h = 9\text{km}$$

$$\Rightarrow P = 1 - \frac{4 \times 9}{45} = \frac{1}{5} = 0.2\text{atm}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

۱۲۰- گزینه «۲»

(پیمان غولبوی‌مهر)

گازهای A، B و C به ترتیب  $\text{N}_2$ ،  $\text{CO}_2$  و  $\text{O}_2$  هستند.

بررسی عبارت‌ها:

\*  $\text{O}_2$  و  $\text{N}_2$  فراوان‌ترین گازهای سازنده هواکره هستند. (نادرستی عبارت اول)

\* از  $\text{N}_2$  برای نگهداری نمونه‌های بیولوژیک استفاده می‌شود. (درستی عبارت دوم)

\* مقایسه نقطه جوش:  $\text{N}_2 < \text{O}_2 < \text{CO}_2$  (درستی عبارت سوم)

\* اکسیژن در گروه ۱۶ جدول تناوبی قرار دارد و  $34\text{Se}$  هم در این گروه قرار دارد. (درستی عبارت چهارم)

(پیمان غولبوی‌مهر)

۱۱۶- گزینه «۱»

به ازای تشکیل هر مول  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ، ۶ مول الکترون مبادله می‌شود، در حالی که ضمن تشکیل هر مول  $\text{CaO}$  دو مول الکترون مبادله می‌شود.

$$?e = \frac{6}{10} \times \frac{1\text{mol Al}_2\text{O}_3}{102\text{g Al}_2\text{O}_3} \times \frac{6N_A e^-}{1\text{mol Al}_2\text{O}_3} = 0.36N_A e^-$$

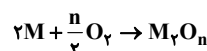
$$?e = \frac{2}{56} \times \frac{1\text{mol CaO}}{56\text{g CaO}} \times \frac{2N_A e^-}{1\text{mol CaO}} = 0.071N_A e^-$$

نسبت خواسته شده برابر ۳ خواهد بود.

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۱۷- گزینه «۴»

(مهمر عظیمیان‌زواره)

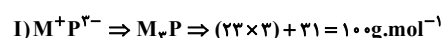


$$0.3\text{mol } M_x\text{O}_n \times \frac{2n\text{ mole}^-}{1\text{mol } M_x\text{O}_n} \times \frac{6.02 \times 10^{23}}{1\text{mole}^-} = 3.612 \times 10^{23}$$

بنابراین بار فلز M می‌تواند برابر +۱ و فرمول اکسید آن به صورت  $M_2\text{O}$  باشد.

$$M_x\text{O} \Rightarrow 2M + 16 = 62 \Rightarrow M = 23\text{g.mol}^{-1}$$

فرمول فسفید  $M_3\text{P}$ :



$$\Rightarrow \frac{23}{100} = 0.23$$

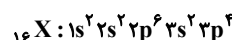
(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱۱۸- گزینه «۱»

(امیر هاتمیان)

موارد (ب) و (ت) درست هستند.

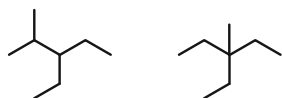
عنصری که بیرونی‌ترین زیرلایهٔ آن  $3p^5$  است، در دوره سوم جدول تناوبی قرار دارد. پس عنصر X نیز در دوره سوم و گروه ۱۶ قرار دارد. در نتیجه این عنصر دارای عدد اتمی ۱۶ بوده که همان گوگرد است.



بررسی موارد:

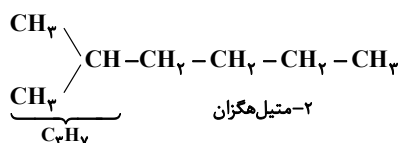
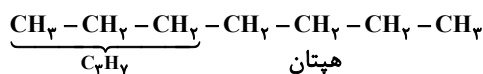
الف) نادرست - در بیرونی‌ترین لایهٔ اتم آن ۶ الکترون وجود دارد.

ب) درست



۳-اتیل - ۳-متیل پنتان ۳-اتیل - ۲-متیل پنتان

عبارت پنجم درست است.

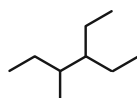


(شیمی ۲- قدر هرایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۳۹)

(امیرمسین طیبی)

۱۲۳- گزینه «۲»

آلکان صورت سؤال: «۳-اتیل - ۴-متیل هگزان»



بررسی همه موارد:

مورد اول: نادرست - ۳ گروه  $\text{CH}_3$  در آن وجود دارد.

مورد دوم: نادرست - فرمول آلکان صورت سؤال  $\text{C}_9\text{H}_{20}$  است و فرمول

گريس  $\text{C}_{18}\text{H}_{38}$  است.

مورد سوم: نادرست - در آلکان‌ها با فرمول عمومی  $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}$  ،  $n+1$

جفت الکترون پیوندی وجود دارد.

$$2n+1=37 \Rightarrow 2n=36 \Rightarrow n=18$$

این آلکان ۹ کربنه نسبت به آلکان ۱۲ کربنه مطرح شده تمایل بیشتری به

جاری شدن دارد.

مورد چهارم: درست

مورد پنجم: درست - ۳، ۳-دی اتیل - ۲-متیل پنتان، یک آلکان ۱۰ کربنه

است که نسبت به آلکان ۹ کربنه صورت سؤال فرازیت (تمایل به تبدیل

شدن به حالت گاز) کمتری دارد.

(شیمی ۲- قدر هرایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

\*  $\text{CO}_2$  فراوان‌ترین ترکیب سازنده هوای پاک و خشک محسوب می‌شود.

گازهای فراوان‌تر از  $\text{CO}_2$  در هوای خشک و پاک ( $\text{Ar}, \text{O}_2, \text{N}_2$ ) عنصر

هستند. (درستی عبارت پنجم)

(شیمی ۱- ردیای گازها در زنگی؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۰)

شیمی ۲

۱۲۱- گزینه «۴» (معمّر عظیمیان زواره)

اتم کربن افزون بر تشکیل پیوند اشتراکی یگانه، توانایی تشکیل پیوندهای

اشتراکی دوگانه و سه گانه را با خود و برخی اتم‌های دیگر دارد.

بررسی عبارت‌های درست:

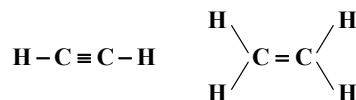
۱) حدود نیمی از نفتی که از چاه‌های نفت بیرون کشیده می‌شود به عنوان

سوخت در وسایل نقلیه استفاده می‌شود و بخش اعظم نیم دیگر آن برای

تأمین گرما و انرژی الکتریکی مورد نیاز ما به کار می‌رود.

۲) ساده‌ترین آلکن ( $\text{C}_2\text{H}_4$ ) و ساده‌ترین آلکین ( $\text{C}_2\text{H}_2$ ) به‌ترتیب

دارای ۶ و ۵ پیوند اشتراکی می‌باشند.



۳) در برخی از هیدروکربن‌های نفت خام، بین اتم‌های کربن فقط پیوندهای

یگانه وجود دارد، در حالی که برخی دیگر دارای یک پیوند سه گانه یا دارای

یک یا چند پیوند دوگانه هستند. (مثال: اتن، بنزن و ...)

(شیمی ۲- قدر هرایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۲۹، ۳۱، ۳۲، ۳۹ و ۴۱)

۱۲۲- گزینه «۳» (معمیر زینی)

عبارت اول نادرست است. در آلکان‌ها هرچه جرم مولی کاهش یابد، درصد

جرمی هیدروژن افزایش و فرازیت نیز افزایش می‌یابد.

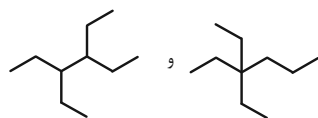
عبارت دوم درست است.

عبارت سوم درست است.

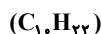
پوتان در دمای اتاق به حالت گازی می‌باشد.

$$\frac{2n+2}{n-1} = \frac{10}{3} \Rightarrow 6n+6=10n-10 \Rightarrow n=4$$

عبارت چهارم درست است.



ت) درست، فرمول مولکولی آن با آلکان مورد نظر یکسان است.



(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ و ۴۲)

#### ۱۲۸- گزینه «۱»

(پیمان فواپوی‌میر)

تنها عبارت اول صحیح است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

\* شستشوی زغال‌سنگ برای حذف گوگرد و ناخالصی‌های دیگر انجام می‌شود.

\* برای به دام انداختن  $SO_2$  حاصل از سوختن زغال‌سنگ می‌توان از  $CaO$  استفاده کرد.

\* متان گازی بی‌بو است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه ۴۵)

#### ۱۲۹- گزینه «۲»

(ممد عظیمیان‌زواره)

بررسی عبارت‌ها:

آ) درست، با توجه به جدول صفحه ۵۸، در میان ترکیبات ذکر شده بیشترین و کمترین گرمای ویژه به ترتیب مربوط به آب و طلا می‌باشد.

ب) نادرست، دمای یک ماده معیاری برای توصیف میانگین تندی و میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازنده آن است.

پ) نادرست، سرانه مصرف شیر در جهان از سرانه مصرف سایر خوراکی‌ها بیشتر است.

ت) نادرست، هنگامی که بدن دچار کمبود آهن باشد می‌توان با خوردن اسفناج و عدسی بدن را به حالت طبیعی بازگرداند.

ث) درست، مقدار گرمای لازم برای افزایش دمای یک ماده به اندازه یک کلوین یا  $1^\circ C$  را ظرفیت گرمایی آن ماده می‌نامند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

#### ۱۳۰- گزینه «۴»

(عمیر زنی)

عبارت (آ) درست است. هرچه گرمای ویژه یک ماده کوچک‌تر باشد، تغییرات دمای آن بیشتر خواهد بود.

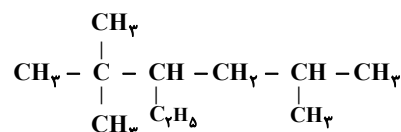
عبارت (ب) درست است. ظرفیت گرمایی به مقدار ماده بستگی دارد ولی گرمای ویژه به مقدار ماده بستگی ندارد.

عبارت (پ) درست است.

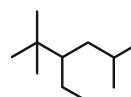
#### ۱۲۴- گزینه «۲»

(ممد رضا پورجاوید)

ابتدا فرمول گسترده ترکیب داده شده را رسم می‌کنیم:



به این ترتیب فرمول پیوند - خط آن به صورت زیر است (که در صورت سؤال برعکس رسم شده است):



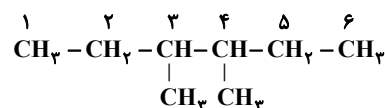
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه ۳۳)

#### ۱۲۵- گزینه «۱»

(ممد رضا پورجاوید)

با توجه به ساختار گسترده این ترکیب، نام آن عبارت است از:

۳، ۴-دی‌متیل‌هگزان



(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

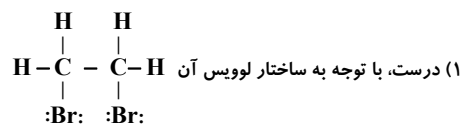
#### ۱۲۶- گزینه «۴»

(ممد عظیمیان‌زواره)

نقطه جوش اتانول کمتر از نقطه جوش آب است.

اتانول یک ترکیب فرّار است.

بررسی گزینه‌های درست:



۲) درست، هر دو مایع هستند.

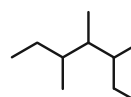
۳) درست

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه ۴۰)

#### ۱۲۷- گزینه «۳»

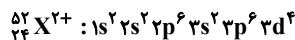
(ممد عظیمیان‌زواره)

آ) نادرست - نام این آلکان به روش آیوپاک ۳، ۴، ۵-تری‌متیل‌هپتان است.



ب) درست، در این آلکان ۹ پیوند یگانه C-C و در سیکلوهگزان ۶ پیوند یگانه C-C وجود دارد.

پ) نادرست، برای آن دو همپار دارای دو شاخه فرعی اتیل می‌توان رسم کرد.



در بیرونی‌ترین لایه این کاتیون  $12e^-$  وجود دارد.

گزینه ۴، درست

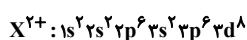
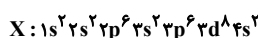
$$n = A - Z = 52 - 24 = 28$$

(شیمی ۱-کیوان؛ زاگله الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵، ۲۷ تا ۳۴)

(علیرضا رضایی سران)

۱۳۳- گزینه «۳»

اتم X در لایه دوم ۸ الکترون دارد، بنابراین لایه سوم  $16(2 \times 8)$  الکترون دارد.



شمار الکترون‌های لایه آخر یون  $X^{2+}$  برابر ۱۶ و الکترون‌های لایه اول برابر ۲ است.

آخرین زیرلایه اتم X، ۴s است که مجموع n و l آن برابر  $4(4+0)$  می‌باشد.

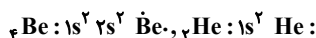
(کیوان؛ زاگله الفبای هستی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

(عمیر زنی)

۱۳۴- گزینه «۱»



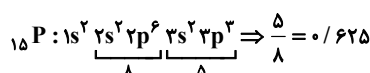
عبارت اول درست است.



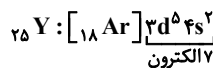
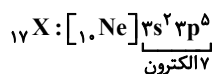
عبارت دوم درست است.

عبارت سوم درست است.

عبارت چهارم درست است.



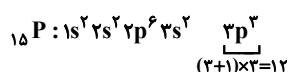
عبارت پنجم درست است.



(شیمی ۱-کیوان؛ زاگله الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۵)

(عمیر زنی)

۱۳۵- گزینه «۲»



$$(3+1) \times 3 = 12$$

$$C = m \times c \Rightarrow C_{\text{اتانول}} = 50 \times 2 / 43 = 121 / 5J.^{\circ}\text{C}^{-1}$$

$$C_{\text{آب}} = 10 \times 4 / 184 = 41 / 84J.^{\circ}\text{C}^{-1}$$

$$\Rightarrow \frac{121/5}{41/84} \sim 2/9$$

عبارت (ت) نادرست است. چون ظرفیت گرمایی ویژه آب بیشتر است، دیرتر

سرد می‌شود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۷ و ۵۸)

شیمی ۱

(پیمان فواوی‌مهر)

۱۳۱- گزینه «۳»

بررسی عبارت‌ها:

(آ) انرژی لایه‌های الکترونی هر اتم ویژه همان اتم است و تابع عدد اتمی است پس طول موج نور حاصل از انتقال الکترونی از  $[n_2 \rightarrow n_1]$  در اتم عنصرهای متفاوت با یکدیگر متفاوت است.

ب و پ) با افزایش فاصله از هسته اختلاف سطح انرژی لایه‌های الکترونی کاهش می‌یابد.

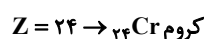
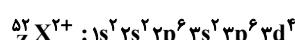
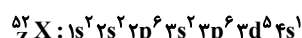
ت) از آن جا که عدد اتمی تغییر نمی‌کند، پس تفاوت خاصی در طول موج نور حاصل از انتقال الکترونی مشاهده نمی‌شود.

پس عبارت‌های «آ»، «ب» و «ت» صحیح هستند.

(شیمی ۱-کیوان؛ زاگله الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

(امیر هاتمیان)

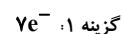
۱۳۲- گزینه «۴»



۶ = گروه

۴ = دوره

بررسی گزینه‌های نادرست:



$1s^2, 2s^2, 3s^2, 4s^1$  : عنصر X دارای ۷ الکترون با  $l = 0$  است.

گزینه ۲: گروه ۶ و دوره ۴

گزینه ۳:



گزینه «۱»:

$$K_3P \Rightarrow \frac{\text{شمار آنیون}}{\text{شمار کاتیون}} = \frac{1}{3}$$

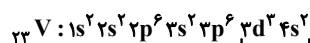
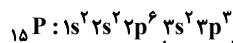
گزینه «۲»:

۳ مول الکترون مبادله می‌شود.  $Na^+P^{3-}$

گزینه «۳»:



گزینه «۴»:



(شیمی ۱- کیهان زارگله الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۹)

۱۳۶- گزینه «۳»

(معمد عظیمیان: زواره)

با توجه به شمار الکترون‌های با  $I = 1$  در عنصر  $X$  این عنصر می‌تواند یکی از عناصر  $^{18}Ar$  تا  $^{30}Zn$  باشد.

برای اتم عناصر واسطه آرایش الکترون - نقطه‌ای در نظر گرفته نمی‌شود و آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم این عنصر می‌تواند به صورت  $\ddot{X}:$ ،  $X^{\circ}$  یا  $\dot{X}^{\circ}$  باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) درست.  $^{18}Ar$  در دوره سوم و از عنصر  $^{19}K$  تا عنصر  $^{30}Zn$  در دوره چهارم جدول دوره‌ای قرار دارند.

(۲) درست. در سومین لایه اتم‌های  $^{18}Ar$ ،  $^{19}K$  و  $^{20}Ca$ ، ۸ الکترون و در سومین لایه اتم عناصر  $^{29}Cu$  و  $^{30}Zn$ ، ۱۸ الکترون وجود دارد.

(۴) درست، زیرا شمار الکترون‌های با  $I = 1$  آن از ۱۲ بیشتر خواهد شد.

(شیمی ۱- کیهان زارگله الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۲ و ۳۷)

۱۳۷- گزینه «۲»

(امیرمسین طیبی)

فقط در ردیف چهارم همه اطلاعات به درستی آمده است.

اشتباهات:

ردیف اول ستون دوم: آرایش الکترون نقطه‌ای هلیوم به صورت  $He:$  می‌باشد.

ردیف دوم ستون چهارم:  $O$  و  $^{13}Al$  ترکیب یونی  $Al_2O_3$  را می‌سازند.

ردیف سوم ستون اول:

$$^{12}Mg : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 \quad n + l = 2(2 + 0) = 6$$

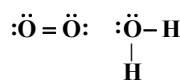
(شیمی ۱- کیهان زارگله الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۲)

۱۳۸- گزینه «۲»

(معمد عظیمیان: زواره)

بررسی عبارت‌ها:

(آ) درست، با توجه به ساختار لوویس مولکول‌های  $H_2O$  و  $O_2$ :



(ب) نادرست، این عنصر، هلیوم ( $He:$ ) می‌باشد.

(پ) درست، در لایه‌های بالایی هواکره کاتیون‌های  $H^+$ ،  $O^+$ ،  $He^+$ ،

$O_2^+$  و  $N_2^+$  وجود دارد.

(ت) درست، درصد حجمی آرگون در هواکره از مجموع درصد حجمی سایر گازهای نجیب هواکره بیشتر است.

(ث) درست، حدود ۷۵ درصد جرم هواکره در تروپوسفر قرار دارد و در تروپوسفر به ازای هر کیلومتر افزایش ارتفاع دما در حدود  $6^{\circ}C$  افت می‌کند.

(شیمی ۱- ترکیبی؛ صفحه‌های ۳۷، ۴۱، ۴۷ تا ۴۹)

۱۳۹- گزینه «۴»

(امیر ماتیان)

درصد حجمی گازها در تروپوسفر تقریباً ثابت است و با تغییر ارتفاع تغییر نمی‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها (گزینه‌های نادرست):

(۱) نمودار تعداد ذره - ارتفاع در هواکره نزولی است.

(۲) با افزایش ارتفاع فشار هوا کاهش می‌یابد.

(۳) الگوی این نمودار شبیه تغییرات دما - ارتفاع هواکره می‌باشد ولی بیشینه و کمینه نمودار درست نشان داده نشده است.

(شیمی ۱- ردیای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۱۴۰- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)

$$T = \theta + 273 \Rightarrow 15 + 273 = 288K$$

با توجه به اینکه به ازای هر کیلومتر ۶ درجه کاهش دما داریم:

$$5600m \times \frac{-6^{\circ}C}{1000m} = -33 / 6^{\circ}C = \Delta T$$

از آنجایی که تغییرات دمای سلسیوس و کلونین با هم برابر است.

$$\% \text{تغییرات دما} = \frac{33 / 6}{288} \times 100 \approx 11 / 66$$

(شیمی ۱- ردیای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۸ و ۴۹)



$$= \sqrt{2^2 + 5} = \sqrt{9} = 3 \Rightarrow m = 3$$

حال معادله خط مماس را می‌نویسیم:

$$\left. \begin{matrix} A(2,0) \\ m=3 \end{matrix} \right\} \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 0 = 3(x - 2) \Rightarrow y = 3x - 6$$

$$\xrightarrow{\text{عرض از مبدأ}} y = -6$$

(حسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)

۱۴۴- گزینه «۱»

(امیرحوشنگ انصاری)

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \Rightarrow f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^3 - 1)(\sqrt{x} - 3x + 1)}{\sqrt{x}(x - 1)}$$

$$\Rightarrow f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^3 + x + 1)(\sqrt{x} - 3x + 1)}{\sqrt{x}} \Rightarrow f'(1) = \frac{(3)(1)}{1} = 3$$

(حسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)

۱۴۵- گزینه «۴»

(عمید علیزاده)

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-h) - f(1)}{h} = -f'(1) \quad (*)$$

باتوجه به تعریف مشتق داریم:

$$f'(1) \text{ برابر شیب خط مماس بر نمودار } f \text{ در } x=1 \text{ است. باتوجه به شکل}$$

از آن‌جا که خط مماس از دو نقطه  $(0,0)$  و  $(1,2)$  می‌گذرد، شیب خط

$$\text{مماس برابر } \frac{2-0}{1-0} = 2 \text{ است.}$$

$$\Rightarrow f'(1) = 2 \xrightarrow{(*)} -f'(1) = -2$$

(حسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۱۴۶- گزینه «۴»

(آریان میدری)

ابتدا معادله خط مماس با شیب منفی را می‌نویسیم:

این خط از نقطه  $(a, f(a))$  یا  $(a, -a^2)$  می‌گذرد و شیب آن برابر با  $f'(a)$  است.

$$f'(x) = -2x \Rightarrow f'(a) = -2a$$

$$y - (-a^2) = -2a(x - a) \Rightarrow y = -2ax + a^2 \xrightarrow{\text{برخورد با محور } x} x_B = \frac{a}{2}$$

برای خط با شیب مثبت می‌دانیم که از  $(-a, f(a))$  یا  $(-a, -a^2)$

می‌گذرد و شیب آن برابر با  $f'(-a)$  است.

## حسابان ۲- اختیاری

۱۴۱- گزینه «۲»

(علی مقدم)

هرگاه دو تابع  $f$  و  $g$  در نقطه‌ای به طول  $a$  بر هم مماس باشند:

$$f(a) = g(a) \text{ و } f'(a) = g'(a) \text{ پس داریم:}$$

$$f(3) = y(3) = 2 \times 3 + 3 = 9$$

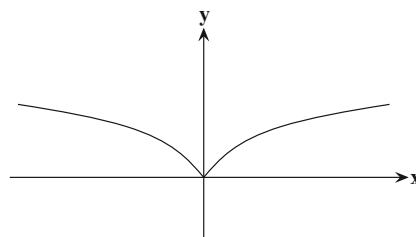
$$f'(3) = 2 \text{ (همان شیب خط } y \text{)}$$

$$\Rightarrow f(3) + f'(3) = 11$$

(حسابان ۲- مشتق: صفحه ۷۳)

۱۴۲- گزینه «۳»

(علی اصغر شریفی)



از نمودار مشخص است که شیب خطوط مماس بر نمودار در سمت راست محور

$y$  ها مثبت و در سمت چپ محور  $y$  ها منفی است. (درست بودن گزینه «۱»)

این نمودار نسبت به محور  $y$  متقارن است، پس  $f'(-a) = -f'(a)$  (درست

بودن گزینه «۲»)

از شکل نمودار مشخص است که برای  $x$  های مثبت، با افزایش  $x$  شیب خط

مماس و در نتیجه مشتق کاهش می‌یابد. هم‌چنین برای  $x$  های منفی، با افزایش  $x$

شیب خط مماس و در نتیجه مشتق منفی‌تر می‌شود (نادرست بودن گزینه «۳»).

برای بررسی درست بودن گزینه «۴» داریم:

$$f'(2) < f'(1) \Rightarrow -f'(1) + f'(2) < 0 \Rightarrow f'(-1) + f'(2) < 0$$

(حسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۱۴۳- گزینه «۴»

(بابک سادات)

برای نوشتن معادله خط مماس نیاز به مختصات نقطه تماس و شیب خط مماس داریم.

طول نقطه در صورت سؤال داده شده و عرض آن هم  $f(2) = 0$  است. برای

تعیین شیب از تعریف مشتق استفاده می‌کنیم.

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)\sqrt{x^2+5}-0}{x-2}$$



(علی اصغر شریفی)

۱۴۹- گزینه «۲»

ابتدا تعداد نقاط مشتق ناپذیری  $g$  را بسته به مقادیر مختلف  $a$  تعیین می کنیم:

اگر  $a \geq 0$  باشد، شکل نمودار به صورت  $\checkmark$  می شود که یک نقطه مشتق ناپذیر دارد

و اگر  $a < 0$  باشد، شکل نمودار به صورت  $\wedge$  خواهد شد. که سه نقطه مشتق ناپذیر دارد.

حال در مورد  $f$ ؛ می دانیم که ریشه های زیر رادیکال نقاط مشتق ناپذیری هستند، پس اگر ریشه های عبارت درجه دوم  $x^2 + ax + 1$  را تعیین کنیم، همان نقاط مشتق ناپذیری خواهند بود که بسته به علامت دلتای آن، می تواند صفر، یک و یا دو تا باشد.

پس تنها حالتی که مطلوب مسئله رخ می دهد، یک نقطه مشتق ناپذیری است.

$a > 0$  (I)

$$\Delta = 0 \Rightarrow a^2 - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -2 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

پس تنها عدد صحیح قابل قبول،  $a = 2$  است.

(مسایان ۲- مشتق؛ صفحه های ۱۴ تا ۱۹)

(بابک ابراهیمی)

۱۵۰- گزینه «۲»

در تابع  $f(x) = ax + [ax]$ ، قسمت  $[ax]$  می تواند باعث به وجود آمدن نقطه مشتق ناپذیر از طریق ناپیوستگی شود. این اتفاق زمانی رخ می دهد که  $ax \in \mathbb{Z}$  باشد.

در حالت کلی برای  $[x]$  در  $(0, 4)$  به ازای ۳ عدد صحیح ۱، ۲ و ۳ این اتفاق رخ می دهد و در  $[ax]$  (که با توجه به گزینه ها  $a \in \mathbb{Z}$ ) به ازای اعداد

به فرم  $\frac{1}{a}$ ،  $\frac{2}{a}$  و ... (یعنی  $\frac{k}{a}$  که  $k \in \mathbb{Z}$ ) این اتفاق رخ می دهد. اگر

$a = -2$  باشد، به ازای ۷ عدد صحیح زیر این اتفاق می افتد:

$$x = \left\{ \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2} \right\}$$

(مسایان ۲- مشتق؛ صفحه های ۱۴ تا ۱۹)

$$f'(x) = -2x \Rightarrow f'(-a) = 2a$$

$$y - (-a^2) = 2a(x + a) \Rightarrow y = 2ax + a^2 \xrightarrow{\text{برخورد با محور } x} x_A = -\frac{a}{2}$$

ارتفاع مثلث  $OAB$  برابر عرض از مبدأ این خطوط یعنی  $a^2$  و قاعده آن

برابر  $x_B - x_A = a$  است، پس مساحت آن برابر است با:

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2}(a^2)(a) = \frac{a^3}{2}$$

(مسایان ۲- مشتق؛ صفحه های ۷۸ تا ۸۰)

۱۴۷- گزینه «۳»

(مهمرامین روانبش)

ضابطه تابع  $f$  را در یک همسایگی  $x = 2$  می توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} |x^2 - x - 2| & ; x < 2 \\ 2|x^2 - x - 2| & ; x \geq 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} -x^2 + x + 2 & ; x < 2 \\ 2x^2 - 2x - 4 & ; x \geq 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} -2x + 1 & ; x < 2 \\ 4x - 2 & ; x > 2 \end{cases} \Rightarrow f'_-(2) = -3, f'_+(2) = 6$$

$$\Rightarrow f'_+(2) - f'_-(2) = 9$$

(مسایان ۲- مشتق؛ صفحه های ۸۳ تا ۸۹)

۱۴۸- گزینه «۲»

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

نمودار تابع را رسم می کنیم. مطابق شکل زیر، تابع در  $x = 0$  از راست

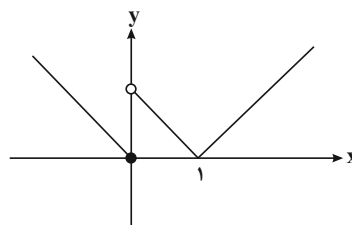
پیوسته نیست، پس  $f'_+(0)$  موجود نیست و تابع مشتق پذیر نمی باشد.

(گزینه های ۱ و ۳ حذف می شوند). به علاوه در  $x = 1$  نقطه گوشه داریم و

تابع نمی تواند در این نقطه مشتق پذیر باشد (گزینه «۴» حذف می شود). در

$x = 0$  مشتق چپ وجود دارد پس اگرچه  $f'(0)$  موجود نیست ولی تابع، در

فاصله  $(-\infty, 0]$  مشتق پذیر است.



(مسایان ۲- مشتق؛ صفحه های ۸۳ تا ۸۹)

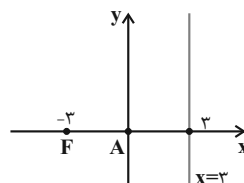
هندسه ۳- اختیاری

۱۵۱- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومحبوب)

رأس سهمی نقطه  $A(0,0)$  (وسط خط عمود از کانون بر خط هادی) و  $a=3$  است. همچنین سهمی رو به چپ باز می‌شود، بنابراین معادله آن به صورت زیر است:

$$y^2 = -12x$$



(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۰ تا ۵۳)

۱۵۲- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومحبوب)

$$y^2 = 2x - 4y \Rightarrow y^2 + 4y + 4 = 2x + 4 \\ \Rightarrow (y+2)^2 = 2(x+2)$$

رأس سهمی، نقطه  $A(-2,-2)$  و فاصله کانونی آن  $a = \frac{1}{2}$  است و سهمی

رو به راست باز می‌شود، بنابراین داریم:

$$F(a+h, k) = (-\frac{3}{2}, -2)$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵)

۱۵۳- گزینه «۴»

(غریزه فاکپاش)

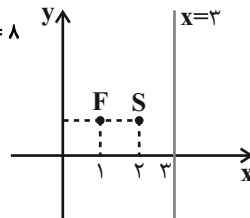
مطابق شکل سهمی رو به چپ باز می‌شود. نقطه  $S(2,1)$  رأس سهمی است و

فاصله کانونی آن برابر  $a=1$  است، بنابراین داریم:

$$(y-1)^2 = -4(x-2) \xrightarrow{x=0} (y-1)^2 = 8$$

$$\Rightarrow y-1 = \pm 2\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} y_A = 1+2\sqrt{2} \\ y_B = 1-2\sqrt{2} \end{cases}$$

$$AB = (1+2\sqrt{2}) - (1-2\sqrt{2}) = 4\sqrt{2}$$

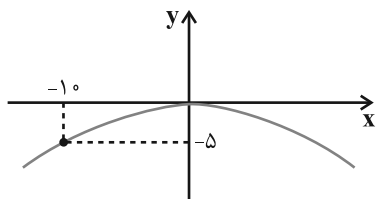


(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۴)

۱۵۴- گزینه «۳»

(عارل حسینی)

مطابق شکل سهمی رو به پایین باز می‌شود، بنابراین داریم:



$$x^2 = -4ay \xrightarrow{(-1,-5)} 1 = 20a \Rightarrow a = \frac{1}{20}$$

$$\text{معادله سهمی: } x^2 = -20y$$

$$\text{خط هادی سهمی: } y = a + k \Rightarrow y = \frac{1}{20} + 0 = \frac{1}{20}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۴)

۱۵۵- گزینه «۲»

(غریزه فاکپاش)

ابتدا معادله سهمی را به صورت متعارف در می‌آوریم:

$$x = y^2 + my + n \Rightarrow y^2 + my + \frac{m^2}{4} = x - n + \frac{m^2}{4}$$

$$\Rightarrow (y + \frac{m}{2})^2 = x - n + \frac{m^2}{4}$$

$$\Rightarrow \text{رأس سهمی: } A(n - \frac{m^2}{4}, -\frac{m}{2})$$

$$\begin{cases} -\frac{m}{2} = 2 \Rightarrow m = -4 \\ n - \frac{m^2}{4} = -1 \Rightarrow n - 4 = -1 \Rightarrow n = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow m + n = -4 + 3 = -1$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵)

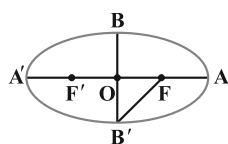
۱۵۶- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومحبوب)

$$\Delta OB'F : B'F^2 = OB'^2 + OF^2 = b^2 + c^2 = a^2$$

$$\Rightarrow B'F = a = 5$$

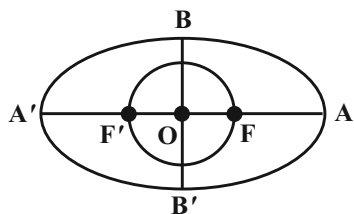
$$AF = OA - OF = a - c$$



(امیررضا خلاح)

۱۵۹- گزینه «۱»

مطابق شکل دایره به قطر  $FF'$  کاملاً درون بیضی قرار دارد پس:



$$OF < OB \Rightarrow c < b \Rightarrow c^2 < b^2$$

$$\Rightarrow c^2 < a^2 - c^2 \Rightarrow 2c^2 < a^2$$

$$\Rightarrow \frac{c^2}{a^2} < \frac{1}{2} \Rightarrow 0 < \frac{c}{a} < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

(سید مہمدرضا حسینی فرد)

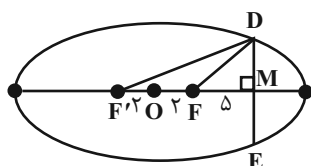
۱۶۰- گزینه «۳»

خروج از مرکز بیضی  $\frac{c}{a} = \frac{1}{3}$  است. با توجه به  $2c = 4$ ، داریم:  $2a = 28$ .

بنابراین  $DF + DF' = 28$  است، پس اگر  $DF = x$  باشد، آنگاه

$DF' = 28 - x$  است. از رابطه فیثاغورس در مثلث‌های  $DFM$  و

$DF'M$  داریم:



$$DF^2 - FM^2 = DF'^2 - F'M^2 \Rightarrow x^2 - 25 = (28 - x)^2 - 81$$

$$\Rightarrow x^2 - 25 = 28^2 - 56x + x^2 - 81 \Rightarrow 56x = 28^2 - 56$$

$$\xrightarrow{+28} 2x = 28 - 2 \Rightarrow x = 13 \Rightarrow DM = 12 \Rightarrow DE = 24$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

$$\Rightarrow 5 - c = 1 \Rightarrow c = 4$$

بنابراین فاصله کانونی بیضی برابر است با:

$$FF' = 2c = 2 \times 4 = 8$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

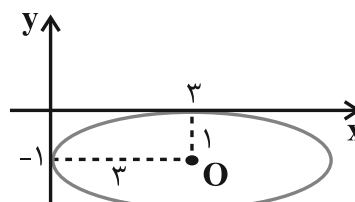
(غریزانۀ ذاکپاش)

۱۵۷- گزینه «۴»

مطابق شکل در این بیضی  $a = 3$  و  $b = 1$  است، بنابراین داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 9 = 1 + c^2 \Rightarrow c^2 = 8 \Rightarrow c = 2\sqrt{2}$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$



(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

(غریزانۀ ذاکپاش)

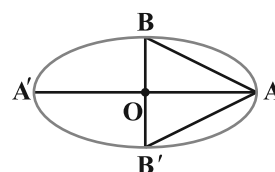
۱۵۸- گزینه «۳»

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow c = \frac{\sqrt{6}}{3} a \Rightarrow c^2 = \frac{6}{9} a^2 = \frac{2}{3} a^2$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = b^2 + \frac{2}{3} a^2 \Rightarrow b^2 = \frac{1}{3} a^2$$

$$\Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\triangle AOB : \tan(\widehat{BAO}) = \frac{OB}{OA}$$



$$= \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow \widehat{BAO} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{BAB'} = 60^\circ$$

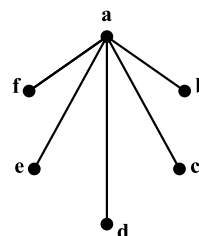
(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

ریاضیات گسسته - اختیاری

۱۶۱- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومصوب)

گراف  $G$  دارای مجموعه احاطه گر مینیمم یک عضوی است. پس رأسی در این گراف وجود دارد که با تمام رئوس دیگر گراف مجاور است. شکل زیر چنین گرافی حداقل دارای ۵ یال است.

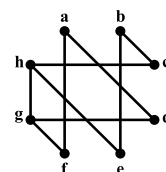


(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: مشابه تمرین ۸ صفحه ۵۳)

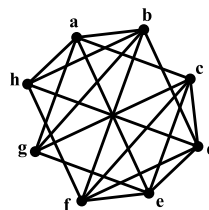
۱۶۲- گزینه «۲»

(نیلوفر مهدوی)

گراف  $G$  به صورت شکل زیر است:



در نتیجه مکمل گراف  $G$ ، یعنی گراف  $\bar{G}$  مطابق شکل زیر است:



در گراف  $\bar{G}$  رأسی وجود ندارد که با تمام رئوس دیگر مجاور باشد. پس عدد احاطه گری گراف  $\bar{G}$  بزرگتر از ۱ است. از طرفی مجموعه  $\{a, d\}$  یک مجموعه احاطه گر برای این گراف است، پس  $\gamma(\bar{G}) = 2$ .

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۴ تا ۳۶)

۱۶۳- گزینه «۴»

(علیرضا شریف فطیپی)

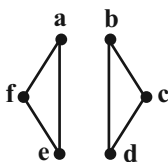
تمام مجموعه های احاطه گر مینیمال این گراف عبارت اند از:

$\{a\}, \{b, e\}, \{c, f\}, \{c, e\}, \{b, f, d\}$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۴ تا ۵۴)

۱۶۴- گزینه «۴»

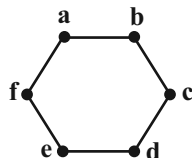
(امیرحسین ابومصوب)



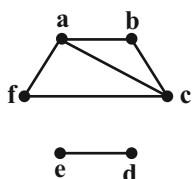
عدد احاطه گری تمام گراف های داده شده برابر ۲ است. به بررسی گزینه ها می پردازیم:

گزینه «۱»: هر مجموعه احاطه گر مینیمم این گراف می تواند شامل یک رأس از مجموعه  $\{a, e, f\}$  و یک رأس از مجموعه  $\{b, c, d\}$

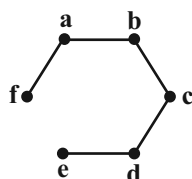
باشد، پس یکتا نیست.



گزینه «۲»: این گراف دارای سه مجموعه احاطه گر مینیمم  $\{a, d\}$ ،  $\{b, e\}$  و  $\{c, f\}$  است.



گزینه «۳»: هر مجموعه احاطه گر مینیمم این گراف می تواند شامل یک رأس از مجموعه  $\{a, c\}$  و یک رأس از مجموعه  $\{d, e\}$  باشد، پس یکتا نیست.



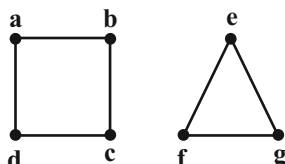
گزینه «۴»: مجموعه  $\{a, d\}$  تنها مجموعه احاطه گر مینیمم این گراف است.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: مشابه تمرین ۹ صفحه ۵۳)

۱۶۵- گزینه «۲»

(امیررضا فلاح)

گراف ۲- منتظم ناهمبند از مرتبه ۷ مطابق شکل زیر است:



عدد احاطه گری این گراف برابر ۳ است و هر مجموعه احاطه گر مینیمم آن شامل دو رأس از مجموعه  $\{a, b, c, d\}$  و یک رأس از مجموعه  $\{e, f, g\}$  است. بنابراین تعداد مجموعه های احاطه گر مینیمم این گراف برابر است با:

$$\binom{4}{2} \times \binom{3}{1} = 6 \times 3 = 18$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۴ تا ۳۷)



۱۶۶- گزینه «۳»

(امیدرضا فلاح)



مطابق شکل دو حرف c و i و حرف بین آن‌ها را به صورت یک بسته ۳ تایی در نظر می‌گیریم که این بسته به همراه ۳ حرف باقی‌مانده، دارای ۴! جایگشت هستند. همچنین برای انتخاب حرف بین c و i، ۴ انتخاب از میان حروف دیگر داریم و حروف c و i نیز دارای ۲! جایگشت هستند. از طرفی کلمه «hoochi» دارای دو حرف تکراری o و دو حرف تکراری h است، پس تعداد کلمات موردنظر برابر است با:

$$\frac{4! \times 4 \times 2!}{2! \times 2!} = 48$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۱۶۷- گزینه «۴»

(فرزانه ذاکپاش)

مجموعه A را می‌توان به سه زیرمجموعه  $A_0$ ،  $A_1$  و  $A_2$  افراز نمود به گونه‌ای که باقی‌مانده تقسیم هر یک از اعضای مجموعه  $A_i$  ( $i=0,1,2$ ) بر عدد ۳، برابر i باشد.

$$A_0 = \{3, 6, 9\}, A_1 = \{1, 4, 7, 10\}, A_2 = \{2, 5, 8\}$$

حالت‌های ممکن در این سؤال عبارت‌اند از:

$$(1) \text{ انتخاب دو عضو از } A_1 \text{ و دو عضو از } A_2: \binom{4}{2} \times \binom{3}{2} = 6 \times 3 = 18$$

$$(2) \text{ انتخاب دو عضو از } A_0 \text{ و یک عضو از هر کدام از } A_1 \text{ و } A_2:$$

$$\binom{3}{2} \times \binom{4}{1} \times \binom{3}{1} = 3 \times 4 \times 3 = 36$$

$$(3) \text{ انتخاب یک عضو از } A_0 \text{ و سه عضو از } A_1:$$

$$\binom{3}{1} \times \binom{4}{3} = 3 \times 4 = 12$$

$$(4) \text{ انتخاب یک عضو از } A_0 \text{ و سه عضو از } A_2:$$

$$\binom{3}{1} \times \binom{3}{3} = 3 \times 1 = 3$$

بنابراین تعداد کل زیرمجموعه‌های موردنظر برابر است با:

$$18 + 36 + 12 + 3 = 69$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۱۶۸- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومصوب)

هر زوج را یک بسته فرض می‌کنیم، پس ۳ بسته داریم که جایگشت آن‌ها ۳! است. هر زن و شوهر هم بین خود به ۲! حالت جابه‌جایی دارند. پس در کل  $48 = 3! \times 2! \times 2! \times 2!$  حالت مختلف داریم.

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

۱۶۹- گزینه «۳»

(عارل حسینی)

ابتدا حروف بی‌صدا (c, m, b, n) را می‌چینیم که این کار به ۴! طریق امکان‌پذیر است. بین این ۴ حرف، ۵ جای خالی وجود دارد.

$$\left( \begin{array}{c} | \quad | \quad | \quad | \quad | \\ \hline \end{array} \right)$$

کنیم و حروف صدادار را در آن‌ها بچینیم که این کار به  $\binom{5}{3} \times 3!$  طریق امکان‌پذیر است. پس تعداد جایگشت‌ها برابر است با:

$$4! \times \binom{5}{3} \times 3! = 4! \times 3! \times 10 = 1440$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۰)

۱۷۰- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومصوب)

رقم یکان عدد موردنظر برابر ۱ است. همچنین رقم صفر نمی‌تواند به عنوان رقم سمت چپ عدد قرار داده شود. با توجه به اینکه در میان ۵ رقم (غیر از رقم یکان)، دو رقم صفر و دو رقم ۲ وجود دارد، طبق قضیه جایگشت با تکرار، تعداد اعداد شش رقمی موردنظر برابر است با:

$$\frac{3 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2! \times 2!} \times 1 = 18$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)



فیزیک ۳ - اختیاری

۱۷۱ - گزینه «۱»

(معدی براتی)

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = 100 \Rightarrow \lambda = 80 \text{ cm} = 0.8 \text{ m}$$

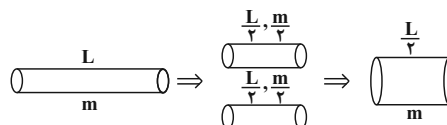
$$\Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{4}{0.8} = 5 \text{ Hz}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

۱۷۲ - گزینه «۲»

(مهم‌صارق ماسیره)

هنگامی که سیم را نصف کرده و دو نیمه را بر روی هم می‌تابانیم، جرم کل سیم ثابت می‌ماند اما طول سیم نصف می‌شود.



$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{v_2}{40\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{L}{L}}$$

$$\frac{v_2}{40\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow v_2 = 40 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۴)

۱۷۳ - گزینه «۳»

(معدی براتی)

ترتیب امواج الکترومغناطیسی از بسامد زیاد به کم به ترتیب از راست به چپ به صورت زیر می‌باشد:

گاما - ایکس - فرابنفش - مرئی - بنفش - نیلی - آبی - سبز - زرد - نارنجی - قرمز - فروسرخ - میکروموج - رادیویی

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۷۴ تا ۷۶)

۱۷۴ - گزینه «۲»

(امسان کرمی)

الف) امواج اولیه  $P$  از نوع امواج طولی است.

ب) تندی انتشار صوت عموماً در جامدها بیش‌تر از مایع‌ها است.

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۷۴ تا ۷۸)

۱۷۵ - گزینه «۴»

(معدی براتی)

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 24 \text{ dB}$$

$$\Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = 2/10 = 0.2 \Rightarrow \log 2 = 0.3010 \Rightarrow \log 2^8 = 2.408$$

$$\Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 2^8 \Rightarrow I = 2^8 \times 10^{-12} \frac{W}{m^2}$$

$$I = \frac{P}{A} \Rightarrow \frac{6912 \times 10^{-12}}{A} = 2^8 \times 10^{-12} \Rightarrow A = 27 \text{ m}^2$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

۱۷۶ - گزینه «۴»

(فهرار پوینی)

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= 10 \log \frac{I_1}{I_0} \\ \beta_2 &= 10 \log \frac{I_2}{I_0} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \beta_1 - \beta_2 = 10 \left( \log \frac{I_1}{I_0} - \log \frac{I_2}{I_0} \right) = 10 \left( \log \frac{I_1}{I_2} \right)$$

$$\Rightarrow \beta_1 - \beta_2 = 10 \log \left( \frac{P_1}{P_2} \right)$$

$$\frac{d_1 = 20 \text{ m}, P_1 = 16 P_2}{\beta_1 = 40 \text{ dB}, \beta_2 = 20 \text{ dB}} \rightarrow 20 = 10 \log \frac{d_2^2}{20^2 \times 16}$$

$$\Rightarrow 1 = \log \frac{d_2^2}{20^2 \times 4} \Rightarrow d_2 = 80 \text{ m}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

۱۷۷ - گزینه «۲»

(مصطفی کیانی)

برای به دست آوردن  $\beta_A - \beta_B$  باید نسبت  $\frac{I_A}{I_B}$  را داشته باشیم. بنابراین

$$\text{ابتدا از رابطه } \frac{I_A}{I_B} = \left( \frac{A_A}{A_B} \times \frac{f_A}{f_B} \times \frac{r_B}{r_A} \right)^2 \text{ نسبت } \frac{I_A}{I_B} \text{ را می‌یابیم. با}$$

توجه به شکل  $\lambda_B = \frac{\lambda_A}{2}$  و  $A_B = 2 \text{ cm}$  و  $A_A = 8 \text{ cm}$  است. با



(مصطفی کیانی)

۱۷۹- گزینه «۳»

برای پاسخ دادن به این سؤال به نکات زیر توجه کنید:

۱- اگر جبهه‌های موج یکدیگر را قطع کنند تندی چشمه صوت بیشتر از تندی صوت است. (گزینه «۱»)

۲- اگر فاصله جبهه‌های موج از یکدیگر هم‌اندازه باشد، چشمه صوت ساکن است. (گزینه «۲»)

۳- اگر فاصله جبهه‌های موج در جلوی چشمه کم‌تر از فاصله جبهه‌های موج در عقب چشمه باشد، تندی چشمه صوت کم‌تر از تندی صوت است. (گزینه «۳»)

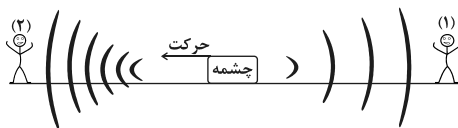
۴- اگر جبهه‌های موج در جلوی چشمه صوت مماس بر هم باشند، تندی چشمه صوت برابر تندی صوت است. (گزینه «۴»)

بنابراین گزینه «۳» درست است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه ۸۲)

(عبداله فقه‌زاده)

۱۸۰- گزینه «۱»



حرکت چشمه صوت به طرف ناظر (۲) باعث کاهش فاصله بین جبهه‌های موج

سمت چپ چشمه می‌شود، بنابراین طول موج دریافتی از چشمه توسط ناظر

(۲) نسبت به حالتی که چشمه ساکن است، کاهش می‌یابد و با توجه به ثابت

بودن تندی صوت در محیط، به معنای افزایش بسامد است و لی

فاصله جبهه‌های موج در عقب چشمه صوت افزایش می‌یابد؛ بنابراین طول موج

دریافتی از چشمه صوت توسط ناظر (۱) افزایش و بسامد کاهش می‌یابد.

$$\begin{cases} \lambda_1 \uparrow \\ f_1 \downarrow \end{cases}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۸۱ تا ۸۴)

توجه به این که در این محیط تندی انتشار موج برای هر دو موج یکسان است،

می‌توان نوشت:

$$f = \frac{v}{\lambda} \xrightarrow{v=\text{ثابت}} \frac{f_A}{f_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A} \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{I_A}{I_B} = \left( \frac{A_A}{A_B} \times \frac{f_A}{f_B} \times \frac{r_B}{r_A} \right)^2$$

$$\xrightarrow[r_A=r_B, A_B=2\text{ واحد}, A_A=8\text{ واحد}]{r_A=r_B, A_B=2\text{ واحد}, A_A=8\text{ واحد}} \frac{I_A}{I_B} = \left( \frac{8}{2} \times \frac{1}{2} \times 1 \right)^2 = 2^2$$

اکنون می‌توان نوشت:

$$\beta_A - \beta_B = 10 \log \frac{I_A}{I_B} \Rightarrow \beta_A - \beta_B = 10 \log 2^2 = 20 \log 2$$

$$\xrightarrow{\log 2 = 0.3} \beta_A - \beta_B = 20 \times 0.3 = 6 \text{ dB}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

(میثم شتیان)

۱۷۸- گزینه «۲»

با توجه به اطلاعات روی نمودار می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \beta_2 - \beta_1 = 2 \text{ dB} \\ I_2 - I_1 = 19/8 \times 10^{-15} \frac{\text{W}}{\text{cm}^2} \end{cases}$$

$$\Delta \beta = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 20 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^2 \Rightarrow I_2 = 10^2 I_1$$

$$I_2 - I_1 = 19/8 \times 10^{-15} \Rightarrow 10^2 I_1 - I_1 = 19/8 \times 10^{-15}$$

$$\Rightarrow 99 I_1 = 19/8 \times 10^{-15} \Rightarrow I_1 = 2 \times 10^{-16} \frac{\text{W}}{\text{cm}^2} = 2 \times 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$I_1 = \frac{\bar{P}}{A_1} = \frac{\bar{P}}{4\pi r_1^2} \Rightarrow 2 \times 10^{-12} = \frac{2/4 \times 10^{-12}}{4 \times 3 \times r_1^2}$$

$$\Rightarrow r_1^2 = 0.01 \Rightarrow r_1 = 0.1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)



شیمی ۳

۱۸۱- گزینه «۴»

(قادر، بافاری)

همه موارد صحیح هستند. بررسی موارد:

آ) در ساختار یخ هر اتم اکسیژن از طریق ۲ پیوند کووالانسی به ۲ اتم هیدروژن از مولکول خود و از طریق ۲ پیوند هیدروژنی به ۲ اتم هیدروژن از مولکول‌های دیگر متصل است.

ب) درست.

پ) در  $H_2O$  و  $CO_2$  تراکم بار الکتریکی بر روی اتم اکسیژن بیش‌تر است؛ اما مولکول  $CO_2$  به‌صورت خطی و مولکول  $H_2O$  خمیده است. همین شکل مولکول‌ها سبب می‌شود تا  $H_2O$  برخلاف  $CO_2$  قطبی باشد و در میدان الکتریکی جهت‌گیری کند.

ت) هرچه تفاوت میان نقطه ذوب و جوش یک ماده بیش‌تر، باشد انرژی لازم برای جداکردن ذره‌های سازنده آن در حالت مایع بیش‌تر بوده و تبدیل مایع به گاز دشوارتر است و نیروی جاذبه میان ذره‌های سازنده آن در حالت مایع بیشتر است.

(شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۷۱ تا ۷۶)

۱۸۲- گزینه «۲»

(ساجر شبیری)

بررسی موارد:

آ) شکل، نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی مولکول کربونیل سولفید ( $SCO$ ) را نشان می‌دهد که مولکولی خطی و قطبی است.

ب) اتم مرکزی در مولکول  $NH_3$  دارای بار جزئی منفی و اتم مرکزی در مولکول  $SO_3$  دارای بار جزئی مثبت است.

پ) مولکول  $SO_3$  برخلاف  $CS_2$  قطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

ت) در مولکول‌های دو اتمی جوهرسته، احتمال حضور الکترون‌ها در فضای بین دو هسته بیش‌تر است.

(شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۱۸۳- گزینه «۳»

(امیر هاتمان)

فقط مورد پ درست است.

بررسی موارد:

آ) شارده یونی قبل از تبادل گرمایی با شارده مولکولی، وارد منبع ذخیره انرژی گرمایی می‌شود.

ب) بهره‌گیری از انرژی خورشیدی برای تولید برق کاهش ردپای زیست‌محیطی را به دنبال دارد اما مقدار آن را به صفر نمی‌رساند.

پ) شارده یونی انرژی خورشید را دریافت می‌کند و نسبت به شارده مولکولی که از سردکننده عبور می‌کند، در گستره دمایی بیش‌تری به حالت مایع است.

ت) شارده‌ای که باعث حرکت توربین می‌شود، بخار آب بسیار داغ است.

ث) آینه‌ها پرتوهای خورشیدی را بازتاب می‌کنند (جذب نمی‌کنند).

(شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

۱۸۴- گزینه «۴»

(فسن عیسی‌زاده)

گرمای مصرف شده برای تبخیر آب را به‌دست می‌آوریم:

$$Q_{H_2O} = 54 \times 10^3 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{18 \text{ g } H_2O} \times \frac{45 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } H_2O} = 135 \times 10^3 \text{ kJ}$$

با توجه به این‌که ۷۵ درصد از گرمای  $NaCl$  به آب منتقل می‌شود. بنابراین گرمای مربوط به  $NaCl(I)$  برابر است با:

$$Q_{NaCl} = 135 \times 10^3 \text{ kJ} \times \frac{100}{75} = 18 \times 10^4 \text{ kJ}$$

$$\Delta\theta_{NaCl} = \frac{Q}{m \times c} = \frac{18 \times 10^4 \text{ J}}{5 \times 10^5 \text{ g} \times 0.8 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}} = 45^\circ\text{C}$$

$$\frac{18 \times 10^4 \text{ kJ}}{20} = 9 \times 10^3 \text{ kJ}$$

(شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

۱۸۵- گزینه «۴»

(کامران یعقوبی)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: واکنش‌پذیری مواد مورد استفاده در آثار ماندگار کم می‌باشد.

گزینه «۲»: مواد کووالانسی شامل مجموعه‌ای از اتم‌هایی هستند که با هم پیوند کووالانسی یا اشتراکی دارند.

گزینه «۳»: آنتالی پیوند  $C-C$  در الماس از آنتالی پیوند  $Si-Si$  در سیلیسیم بیش‌تر است و به همین دلیل نقطه ذوب سیلیسیم کم‌تر از الماس است.

(شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۶۶، ۶۹، ۷۰ و ۷۲)

۱۸۶- گزینه «۴»

(مسعود طبرسا)

بررسی عبارت‌های نادرست:



مورد ت) به طور کلی فلزهای دسته d از فلزهای دسته s و p سخت‌ترند و نقطه ذوب بالاتری دارند و عده‌های اکسایش آنها متنوع است.

(شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۸۰، ۸۱، ۸۵ و ۸۶)

#### ۱۸۹- گزینه ۲»

(رضا سلیمانی)

هر ماده در گستره دمایی بین نقطه ذوب و جوش خود در حالت مایع قرار دارد. پس میزان گستره دمایی که ماده B در آن به صورت مایع است، ۵۴ درجه سلسیوس (بین  $^{\circ}\text{C} - ۷۷$  تا  $^{\circ}\text{C} - ۲۳$ ) است؛ در حالی که میزان گستره دمایی مایع بودن آب و هیدروژن فلوئورید به ترتیب برابر ۱۰۰ و ۱۰۲ درجه سلسیوس است.

ماده  $\text{HF} > \text{H}_2\text{O} > \text{B}$ : مقایسه میزان گستره دمایی مایع بودن

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: تنوع و شمار مواد مولکولی بیشتر از مواد یونی و کووالانسی است. با توجه به تفاوت نقطه ذوب و جوش دو ترکیب B و D می‌توان نتیجه گرفت که B یک ترکیب مولکولی و D یک ترکیب یونی یا کووالانسی است.

گزینه «۳»: نقطه ذوب ترکیب A از سه ترکیب دیگر بالاتر بوده و در نتیجه دیرگدازتر است.

گزینه «۴»: هر چه تفاوت بین نقطه ذوب و جوش یک ماده بیشتر باشد، نیروی جاذبه میان ذره‌های آن ماده در حالت مایع قوی‌تر است. پس نیروی جاذبه میان ذره‌های ماده C در حالت مایع، قوی‌تر از سه ترکیب دیگر است.

(شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۷۲ و ۷۵ تا ۷۷)

#### ۱۹۰- گزینه ۱»

(اکبر هنرمند)

جامد یونی برخلاف جامد فلزی، در حالت جامد نارساست. (تفاوت)

جامد یونی برخلاف جامد فلزی، در اثر ضربه خرد می‌شود. (تفاوت)

هر دو جامد در شبکه بلور خود، دارای کاتیون هستند. (شباهت)

جامد یونی برخلاف جامد فلزی، در حالت مذاب و در اثر جریان برق تجزیه می‌شود. (تفاوت)

جامد یونی برخلاف جامد فلزی در شبکه بلور خود، الکترون آزاد ندارد. (تفاوت)

(شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۷۷، ۷۸ و ۸۱ تا ۸۲)

ب) در الماس هر اتم کربن به چهار اتم دیگر متصل است ولی در گرافیت هر اتم کربن به سه اتم دیگر متصل شده است.

پ) گرافن و گرافیت هر دو جزو جامدهای کووالانسی هستند.

(شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

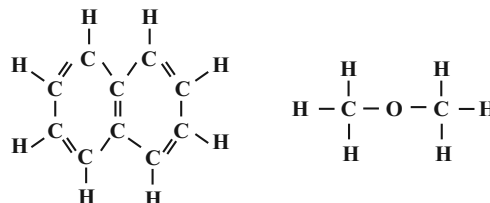
#### ۱۸۷- گزینه ۴»

(امیرمهر سعیدی)

نسبت شمار اتم‌ها به شمار عنصرها در منیزیم سیلیکات ( $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$ ) برابر  $\frac{7}{4}$  و این نسبت در جوش شیرین (سدیم هیدروژن کربنات -  $\text{NaHCO}_3$ ) برابر  $\frac{6}{4}$  است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: در ساختار دی‌متیل‌اتر و فئتانل به ترتیب ۸ و ۲۴ پیوند اشتراکی وجود دارد؛



گزینه «۲»: در نقشه الکتروستاتیکی کربونیل سولفید (SCO) اتمی که شعاع کمتری دارد (اتم اکسیژن) با رنگ قرمز نشان داده می‌شود، زیرا خصلت نافلزی بیش‌تری نسبت به کربن و گوگرد دارد.

گزینه «۳»: گاز  $\text{Cl}_2$  ناقطبی است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.

(شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵ و ۸۸)

#### ۱۸۸- گزینه ۱»

(رسول عابدینی زواره)

فقط مورد ت) درست است.

بررسی موارد:

مورد آ) شمار نزدیک‌ترین یون‌های ناهم‌نام موجود پیرامون هر یون در شبکه بلور ترکیب یونی، عدد کوئوردیناسیون نام دارد.

مورد ب) مقایسه آنتالپی فروپاشی شبکه این سه ترکیب به صورت  $\text{NaF} > \text{NaCl} > \text{KBr}$  است.

مورد پ) آلیاژ هوشمند از عناصر  $\text{Ni}$  و  $\text{Ti}$  (نیکل و تیتانیوم) ساخته می‌شود.

دانلود رایگان تمام آزمون‌های آزمایشی در کانال ما:

@Azmoonha\_Azmayeshi

علوی

تمام پایه‌ها و رشته‌ها



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر



آزمون‌ها آزمایشتی  
T.me/Azmoonha\_Azmayeshi



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان  
سازمان سنجش آموزش کشور

گزیده دو

مؤسسه آموزشی فرهنگی

آزمون‌ها آزمایشتی  
T.me/Azmoonha\_Azmayeshi



حلقه  
سنجش

